

Рис.2. Изменение инварианта при деформировании до разрушения образцов из Ст. 20 и сплава Д16:

1 – кривая деформирования образцов из Ст. 20; 2 – кривая деформирования сплава Д16; 3 – изменение инварианта при деформировании сплава Д16; 4 – изменение инварианта при деформировании образцов из Ст. 20.

Эффективность применения разработанного метода определения прочности конструкций обусловлена возможностью прогнозирования и предотвращения аварийных ситуаций в процессе эксплуатации силовых элементов конструкций машиностроения – атомная энергетика, авиакосмическая отрасль, строительство и т.д.

Л.Д. Загребин, В.Е. Лялин, А.В. Уланов

РАЗРАБОТКА ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ДЛЯ ВЕРИФИКАЦИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА ОСНОВЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

В работе предложены способы и устройства [1,3] селекции признаков при распознавании образов, которые могут быть использованы при диагностике теплофизических характеристик контактных соединений при производственном контроле.

Разработан способ диагностики материалов контактных соединений по теплофизическим свойствам [1], который реализуется с помощью устройства, представленного на блок-схеме (рис.1).

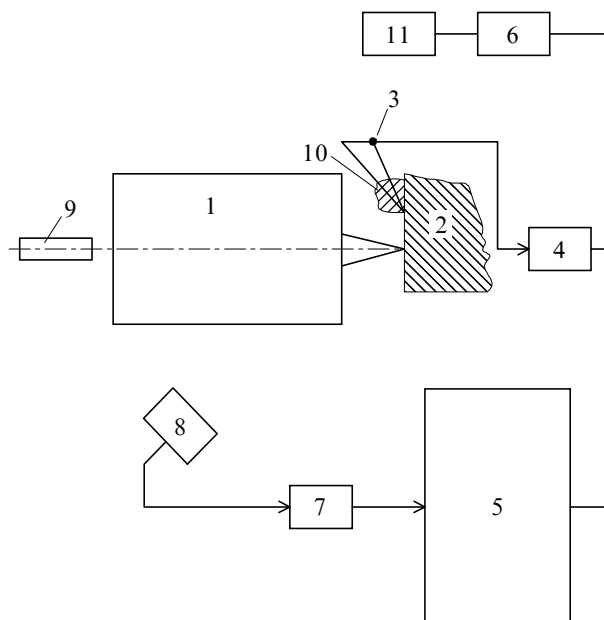


Рис.1. Структурная схема устройства:

- 1 – рубиновый квантовый генератор; 2 – исследуемый образец; 3 – термопара;
 4 – усилитель; 5 – осциллограф; 6 – операционный блок; 7 – усилитель;
 8 – фотодиод; 9 – газовый квантовый генератор; 10 – теплоизоляционный слой
 окиси алюминия; 11 - блок принятия решения

После воздействия луча в точку тепловое поле распространяется по всем направлениям и достигает точки, где приварена термопара 3. Последняя преобразует тепловую энергию в электрический сигнал, который усиливается усилителем 4 и подается на вход осциллографа 5, работающего в ждущем режиме. Синхронизация последнего осуществляется по импульсам с фотодиода 8, которые вырабатываются в момент облучения точки лучом РКГ 1. Осциллограмму фотографируют и по ней диагностируют состояние образца. Для определения критерия диагностики рассмотрим следующее.

В рассматриваемых случаях решение дифференциального уравнения теплопроводности

$$\partial(x,y,z,\tau)/\partial\tau = a\nabla^2 T(x,y,z,\tau) \quad (1)$$

при $-\infty < x, y < +\infty$, $0 < z < +\infty$, $T > 0$, начальных условиях $\tau_0 = 0, T(x,y,z,\tau) = 0$ и граничных условиях $T(\pm\infty, y, z, \tau) = T(x, \pm\infty, z, \tau) = T(x, y, \pm\infty, \tau) = 0$, $\frac{\partial T(\pm\infty, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial T(x, \pm\infty, z, \tau)}{\partial y} = \frac{\partial T(x, y, \pm\infty, \tau)}{\partial z} = 0$ для мгновенного источника

тепла q_0 в точке $(x, y, 0)$, лежащего на поверхности полубесконечного тела, дается функцией [2]

$$T(x, y, 0, \tau, x_1, y_1, z_1) = \frac{q_0}{4(\pi a \tau)^{3/2} c_p \rho} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z_1^2}{4a\tau}\right], \quad (2)$$

где a – коэффициент температуропроводности.

Если мгновенный источник тепла помещен в точку с координатами $(0, 0, 0)$, то в точке с координатами $(x, 0, 0)$ в момент времени τ функция (2) распределения температуры на поверхности полубесконечного тела будет иметь вид

$$T(x, \tau) = \frac{q_0}{4(\pi a \tau)^{3/2} c_p \rho} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right), \quad (3)$$

$$\theta = \frac{x^3}{(a\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) \text{ или } \theta = \frac{4\pi^{3/2} T(x, \tau) c_p \rho}{q_0} x^3. \quad (4)$$

Для определения теплофизических параметров найдем время достижения максимальной температуры в этой точке, для чего исследуем функцию (3) на экстремум

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{3q_0}{8c_p \rho (\pi a)^{3/2} \tau^{5/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) + \frac{q_0 x^2}{16c_p \rho \pi^{3/2} a^{5/2} \tau^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) = 0. \quad (5)$$

Решая (3) совместно с (4), находим момент времени, когда $T=T_m$:

$$\tau_m = x^2 / 6a. \quad (6)$$

Практически, удобнее отсчитывать время $\tau_{1/2}$, соответствующее достижению половины максимальной температуры, поскольку на экспериментальных кривых максимум функции (3) размыт

$$T_m(x, \tau_m) / 2 = T(x_1, \tau_{1/2}). \quad (7)$$

Тогда выражение (6) принимает вид

$$\frac{2q_0 6^{3/2} \exp^{-3/2}}{4\pi^{3/2} x^3 c_p \rho} = \frac{q_0}{4(\pi a \tau_{1/2})^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau_{1/2}}\right).$$

Последнее выражение преобразуется в трансцендентное

$$\exp \omega = 4,83 \omega^{3/2}, \quad (8)$$

где

$$\omega = x^2 / 4a\tau_{1/2}. \quad (9)$$

Решение уравнения (8) на ЭВМ дает выражение для температуропроводности [2]:

$$a = 0,0715 x^2 / \tau_{1/2}. \quad (10)$$

Критерием диагностики данного способа является коэффициент температуропроводности. Однако этот метод имеет погрешность, так как он не учитывает влияние теплообмена между объектом и средой.

Для этого решим уравнение теплопроводности (1) методом источников с граничным условием третьего рода:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} + \alpha T \Big|_{y=0} = 0, \quad (11)$$

где α – коэффициент теплообмена.

Если в точке $A(x', y', z')$ (рис.2) в момент времени τ_i мгновенно выделилось количество тепла q_0 , то для удовлетворения условия (11) при нулевой температуре окружающей среды достаточно в области отрицательных значений y в точке $B(x', -y', z')$ задать равный отраженный источник и построить распределенный по экспоненциальному закону сток тепла, общая интенсивность которого равна сумме интенсивности основного и отраженного источников. Задав закон распределения стока в виде

$$q' = \frac{\alpha}{\lambda} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} y\right), \tag{12}$$

решение уравнения (1) с граничным условием (11) получим в виде

$$T(R, R', \tau) = \frac{q_0}{4\rho c_p (\pi a \tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R^2}{4a\tau}\right) - \frac{q_0}{4\rho c_p (\pi a \tau)^{3/2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{R'^2}{4a\tau} - \frac{\alpha}{\lambda} y'\right) dy'$$

где $R^2 = (x - x')^2 + y^2 + (z - z')^2$;
 $R'^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$.

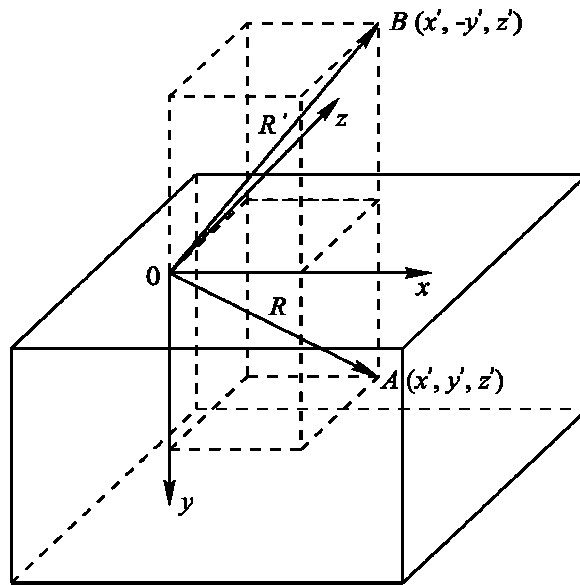


Рис.2. Схема построения отраженных источников

Если на поверхность объекта сфокусировать луч лазера, то тепловой источник будет не в точке A , а на поверхности (рис.2), поэтому основной и отраженный источники сливаются в один удвоенной интенсивности. Окончательное выражение распределения температуры в безразмерных величинах будет иметь в этом случае вид [4]

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{F_0}^3} \exp\left(-\frac{1}{4F_0}\right) \left[1 - B_i \sqrt{\pi F_0} \exp(B_i^2 F_0) \cdot \operatorname{erfc}(B_i \sqrt{F_0})\right], \tag{13}$$

где $F_0 = a\tau/x^2$ – критерий Фурье, $B_i = \alpha x/\lambda$ – критерий Био.

Сравнение выражений (3) и (13) показывает, что поправка на относительную температуру, появляющаяся при учете теплообмена, является однозначной функцией Био (рис.3). Экспериментально определить коэффициент теплообмена весьма трудно. При расчетах теплопроводности влияния B_i (для $B_i \leq 0,1$) исключают, используя линейный участок кривой (рис.3), где скорость нагрева мало отличается от постоянной величины. Этот участок соответствует квазистационарному тепловому режиму [5].

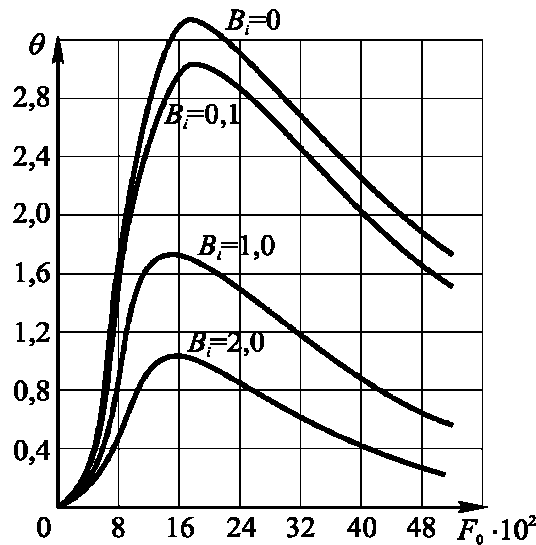


Рис.3 Зависимость относительной температуры от коэффициента Фурье для различных значений

Тогда выражение (10) для определения теплопроводности будет иметь иной вид. Поэтому, чтобы исключить теплообмен, выражение (4) записывается для двух точек: $\theta_1 = \frac{x^3}{a\tau_1^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau_1}\right)$, $\theta_2 = \frac{x^3}{a\tau_2^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau_2}\right)$.

Определим отношение величин θ_2 к θ_1 :

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{x^2}{4a\tau_1} - \frac{x^2}{4a\tau_2}\right). \quad (14)$$

Прологарифмируем левую и правую части уравнения (14):

$$\ln \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{3}{2} \ln \frac{\tau_1}{\tau_2} + \frac{x^2}{4a} \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}\right) = \frac{3}{2} \ln \frac{\tau_1}{\tau_2} + \frac{x^2}{4a} \left(\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_1 \tau_2}\right). \quad (15)$$

Из выражения (15) получим окончательное выражение для коэффициента теплопроводности

$$a = x^2(\tau_2 - \tau_1) / \left[4\tau_1\tau_2 \left(\ln \frac{\theta_2}{\theta_1} + \frac{3}{2} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \right]. \quad (16)$$

Поскольку термомпары преобразуют температурную зависимость в точку в электрическое напряжение, то можно записать выражение, связывающее относи-

тельную температуру θ и величину напряжения U :

$$U = \beta\theta = \beta \frac{x^3}{a\tau^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right), \quad (17)$$

где β – масштабирующий коэффициент. Подставив выражение (17) в формулу (16), получим окончательное выражение для коэффициента температуропроводности

$$a = x^2(\tau_2 - \tau_1) / \left[4\tau_1\tau_2 \left(\ln \frac{U_2}{U_1} + \frac{3}{2} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \right]. \quad (18)$$

Следует отметить, что в этом случае при определении температуропроводности используется значительный участок экспериментальной кривой, обработка которой по логарифмической зависимости более точна по сравнению с отысканием максимальной температуры.

Для определения коэффициента температуропроводности по формуле (18) предложен другой оригинальный способ диагностики объектов [3]. Он осуществляется путем сканирования поверхности объектов лазерным лучом, последовательного преобразования оптической энергии лазерного луча в первый опорный сигнал и в электрический, фильтрации последнего, формирования второго опорного сигнала путем задержки электрического сигнала на фиксированный интервал времени, определения разностного сигнала между электрическим и вторым опорным сигналом, сравнения его с нижним и верхним пороговыми уровнями напряжения, определения первого τ_1 и второго τ_2 моментов времени, когда соответственно разностный сигнал заходит в интервал между нижним и верхним пороговыми уровнями и выходит из него, определения в эти моменты значений U_1 и U_2 электрического сигнала, и во время между ними по определенным значениям электрического сигнала по формуле определения коэффициента температуропроводности (рис.4 – 6), учитывающего теплообмен со средой

$$a = x^2(\tau_2 - \tau_1) / \left[4\tau_1\tau_2 \left(\ln \frac{U_2}{U_1} + \frac{3}{2} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \right].$$

Устройство (рис.4), реализующее данный способ, работает следующим образом. Импульс с формирователя 1 запускает ГКГ 2, формирующий сигнал подсветки для РКГ 3. Световой луч с выхода последнего воздействует на объект контроля 4. Оптическая энергия луча РКГ 3 преобразуется в тепловую энергию, формируя первый опорный сигнал, и с помощью термопары 5, установленной на объекте контроля 4, преобразуется в электрический сигнал (в формуле (17) значения температуры θ_1 и θ_2 трансформируются в значения напряжения U_1 и U_2 через коэффициент пропорциональности). Электрический сигнал поступает через последовательно соединенные усилитель 6 и фильтр 7 нижних частот на вход линии задержки 8. На выходе линии задержки 8 формируется второй опорный сигнал путем задержки на фиксированный интервал времени электрического сигнала, который, как и электрический сигнал, поступает на вход блока 9 вычитания, на выходе которого формируется разностный сигнал между электрическим и вторым опорным сигналами. Этот сигнал подается на первый 11 и второй 12 компараторы, которые сравнивают его с нижним U_n и верхним U_v пороговыми уровнями напряжения. Первый импульс с любого из компараторов через элемент 13 ИЛИ и открытый первый элемент 15 И поступает на установочные входы первого 17 и третьего 18 регистров, записывая в них состояние счетчика 21, равное τ_1 , и АЦП 10, равное U_1 соответственно, и переключает первый 14 триггер, который снимает разрешающий уровень с первого элемента 15 И, подавая его на второй 16 элемент И. Второй импульс с любого из компараторов через элемент 13 ИЛИ и второй 16 элемент И поступает на установочные входы второго 19 и четвертого 20 регистров, записывая в них состояние счетчика 21, равное τ_2 , и АЦП 10, равное U_2 соответственно (рис. 5).

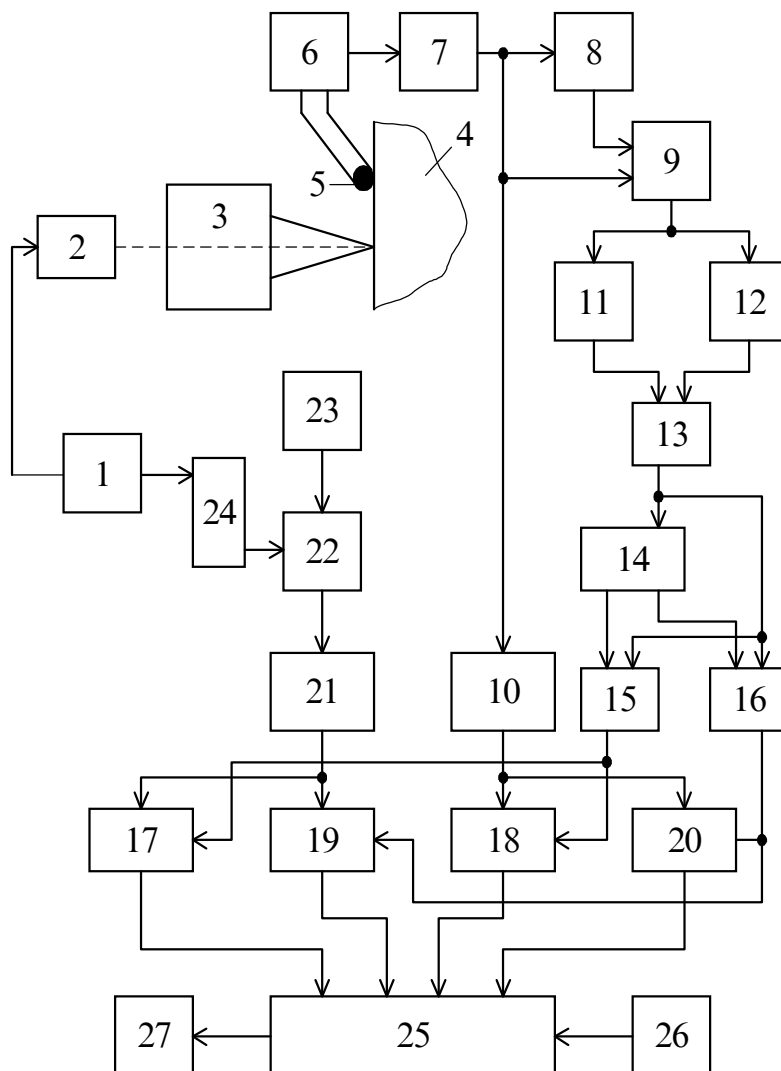


Рис.4. Блок-схема устройства селекции признаков при распознавании образов:

1 – формирователь; 2, 3 – первый и второй квантовые генераторы; 4 – объект контроля; 5 – термопара; 6 – усилитель; 7 – фильтр; 8 – линия задержки; 9 – блок вычитания; 10 – АЦП; 11, 12 – первый и второй компараторы; 13 – элемент ИЛИ; 14 – первый триггер; 15,16 – первый и второй элементы И; 17, 18, 19 и 20 – первый, третий, второй и четвертый регистры; 21 – счетчик; 22 – ключ; 23 – генератор импульсов; 24 – второй триггер; 25 – коммутатор; 26 – блок управления; 27 – вычислитель

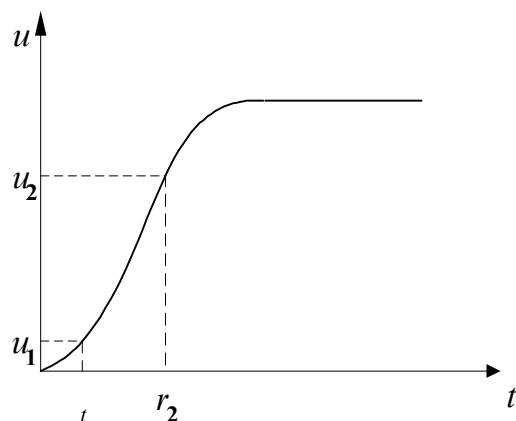


Рис.5. Вид электрического сигнала с выделенным квазилинейным участком

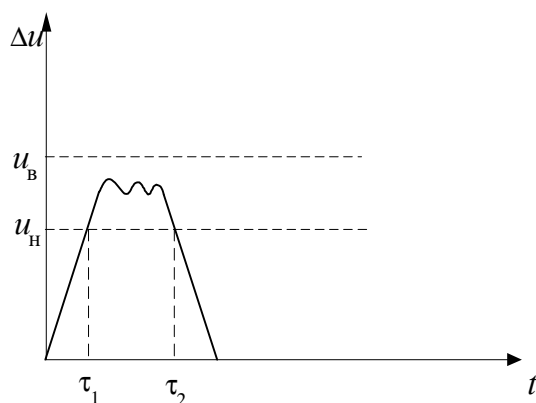


Рис.6. Вид разностного сигнала с пороговыми уровнями

Для определения моментов времени, когда разностный сигнал заходит и выходит в интервал между нижним U_H и верхним U_B пороговыми уровнями τ_1 и τ_2 соответственно (рис.6), импульс с формирователя 1, переключая второй 24 триггер, который открывает ключ 22, разрешает прохождение импульсов с генератора 23 на счетчик 21. После окончания измерения блок 26 управления опрашивает коммутатор 25, пересылая содержимое регистров в вычислитель 27. Последний по формуле (18) определяет значения признака – коэффициента температуропроводности.

Резюме

Разработаны два способа определения температуропроводности материалов контактных соединений путем импульсного воздействия лазерного луча в точку поверхности объекта, последующего преобразования тепловой энергии в некоторой другой точке объекта в электрическое напряжение, по которому по выведенной расчетной формуле определяется коэффициент температуропроводности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.с. 1179807, СССР, МКИ G 06 Н 9/36. Способ для селекции признаков при распознавании образов / В.Е. Лялин, Л.Д. Загребин, В.Е. Зиновьев и В.А. Сипайлов (СССР). – №3549590/34-24; Заявлено 09.02.83; Опубл. 15.08.85.
2. Загребин Л.Д., Зиновьев В.Е., Сипайлов В.А. Измерение температуропроводности массивных металлических образцов. - ИФИ, 1978. Т. 35. № 3. С. 450.
3. А.с. 1147179, СССР, МКИ G 06 К 9/00. Способ селекции признаков при распознавании образов / В.Е. Лялин, Л.Д. Загребин, Р.М. Гараев и Н.Ф. Сипайлова (СССР). – № 3584281/24-24; Заявлено 25.04.83; Опубл. 22.11.84.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. –М.: Высшая школа,1967. – 600 с.
5. Загребин Л.Д. Учет влияния теплообмена при определении теплофизических параметров лазерным нагревом // Тез. докл. Пятой Всесоюз. научн.-техн. конф. по теплофизике технологических процессов. Волгоград, 1980. С. 21.

Л.П.Фельдман

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ БЛОЧНЫМИ РАЗНОСТНЫМИ СХЕМАМИ

Одним из главных вопросов, возникающих при численном решении систем обыкновенных дифференциальных уравнений, является проблема оценки погрешности приближенного решения. Априорная оценка глобальной погрешности разностного метода позволяет судить о сходимости приближенного решения задачи к точному и, следовательно, о его применимости. Оценка локальной погрешности, получаемая на каждом шаге вычислений, позволяет автоматически выбирать шаг интегрирования, обеспечивающего заданную точность приближенного решения.

Доклад содержит обобщение результатов исследований [1,2,3,5], посвященных параллельным методам численного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и является продолжением ранее опубликованных работ [6,7,8,9,10]. В нем приводится доказательство сходимости приближенного решения для m -шаговых k -точечных блочных методов, что представляет обобщение ранее опубликованных результатов. В [7] приведено доказательство сходимости для одношаговых k -точечных, а в [9] – для многошаговых многоточечных методов при $k=m$. Рассмотрены также и методы оценки локальной погрешности решения блочными разностными схемами и даны практические рекомендации их использования для более широкого набора параллельных разностных схем.

1. Параллельные вычислительные схемы блочных методов

Для упрощения изложения рассмотрим вначале решение задачи Коши для одного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

$$x' = f(t,x), x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

блочными методами. По аналогии с последовательными методами численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений различают два типа параллельных методов: одношаговый блочный метод и многошаговый блочный метод. Так же, как и в последовательных методах, одношаговые блочные методы позволяют получить решение, используя начальные условия задачи. Для начала решения многошаговым блочным методом необходимо найти