

чаев изоморфного вложения графа для нечеткого ориентированного графа второго вида  $\tilde{G} = (\tilde{X}, \tilde{U})$  с нечетким множеством акторов. Также, ввиду сложной и динамической природы операций, направленных на легализацию незаконных доходов, представляется интересным рассмотреть проблему с позиции теории нечетко-темпоральных систем.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Федеральный закон от 07.08.2001 № 115-ФЗ «О противодействии легализации (отмыванию) доходов, полученных преступным путем, и финансированию терроризма».
2. Письмо Банка России от 13.07.2005 № 99-Т «О методических рекомендациях по разработке кредитными организациями правил внутреннего контроля в целях противодействия легализации (отмыванию) доходов, полученных преступным путем, и финансированию терроризма».
3. Борьба с отмыванием денег: решение SAS. Информационные технологии противодействия легализации // САС Институт, 2008. – С. 7.
4. Берштейн Л.С., Боженик А.В. Нечеткие графы и гиперграфы. – М.: Научный мир, 2005. – 256 с.

УДК 33:519.14:519.5

**Д.Н. Ястребинская**

#### УВЕЛИЧЕНИЕ СТЕПЕНИ ЖИВУЧЕСТИ НЕЧЕТКОГО ГРАФА ВТОРОГО РОДА

Рассмотрим задачу увеличения степени живучести нечеткого графа второго рода. Формальный алгоритм, позволяющий находить наименьшую величину, на которую необходимо увеличить суммарное значение функций принадлежности ребер и вершин нечеткого графа второго рода  $\tilde{G}$ , чтобы степень его живучести достигла требуемой величины  $V$ , имеет следующий вид. Пусть нечеткий граф задан в виде  $n \times n$ -матрицы  $R_G = R_X \cup R_D = \|r_{ij}\|$ , где  $R_X$  – матрица смежности вершин нечеткого графа,  $R_D$  – диагональная матрица, у которой элементами главной диагонали являются значения функции принадлежности для вершин нечеткого графа.

Так же, как и при нахождении степени живучести нечеткого графа второго рода, введем в рассмотрение 4 вектора-столбца и 4 вектора-строки размерностью  $(n \times 1)$  и  $(1 \times n)$  соответственно: вектор-столбец  $L$  – длина пути (количество ребер) от первой до рассматриваемой вершины; вектор-столбец предыдущих вершин  $X_{pred}$ ; вектор-столбец необходимого увеличения значения функции принадлежности предыдущих вершин и ребер от предыдущих до рассматриваемых вершин  $\Delta_V$ ; вектор-столбец просмотра вершин  $P_{rosm}$ ; вектор-строка  $L^-$  – длина пути (количество ребер) от рассматриваемой до первой вершины; вектор-строка предыдущих вершин  $X_{pred}^-$ ; вектор-строка необходимого увеличения значения функции принадлежности рассматриваемых вершин и ребер от рассматриваемых до предыдущих вершин  $\Delta_V^-$ ; вектор-строка просмотра вершин  $P_{rosm}^-$ .

Алгоритм имеет следующий вид:

**1<sup>0</sup>**. Присваиваем начальные значения для всех индексов  $i = \overline{1, n}$ :  $X_{pred}^-(i) := \emptyset$ ,  $X_{pred}^-(i) := \emptyset$ ,  $\Delta_V(i) := 1$ ,  $\Delta_V^-(i) := 1$ ,  $L(i) = \infty$ ,  $L^-(i) = \infty$ ,  $P_{rosm}(i) := "-"$ ,  $P_{rosm}^-(i) := "-"$ .

**2<sup>0</sup>**. Присваиваем  $i := 1$ ;  $L(i) := 0$  (число ребер в нечетком пути от  $x_1$  до  $x_1$ );  $\Delta(i) := 0$  (степень увеличения пути от  $x_1$  до  $x_1$ ).

**3<sup>0</sup>**. Присваивается  $P_{rosm}(i) := "+"$  (вершина  $x_i$  просмотрена). Для всех индексов  $j = \overline{1, n}$ , если выполняются неравенства  $r_{ij} < V$  и  $V - r_{ij} > \Delta_V(j)$ , то переход на п.5<sup>0</sup>, иначе, если  $r_{ij} \geq V$ , то присваивается значение  $\Delta_V(j) := 0$ , иначе, если  $V - r_{ij} < \Delta_V(j)$  и  $r_{ij} < V$ , то присваивается значение  $\Delta_V(j) := V - r_{ij}$ ,  $X_{pred}(j) := i$ .

**4<sup>0</sup>**. Присваивается  $X_{pred}(j) := i$ ,  $L(j) := L(i) + 1$ .

**5<sup>0</sup>**. Определяем такую вершину  $x_k$  графа  $\tilde{G}$ , для индекса  $k$  которой выполняются условия  $L(k) < (n-1)$  (длина пути от вершины  $x_1$  до  $x_k$  меньше  $(n-1)$ ),  $\Delta_V(k) = \min_{\forall j = \overline{1, n}} \{ \Delta_V(j) \mid L(j) < (n-1) \& P_{rosm}(j) = "-" \}$  (величина увеличения  $\Delta_V(k)$  вершины  $x_k$  меньше чем у всех остальных непросмотренных вершин) и  $P_{rosm}(k) = "-"$  (вершина не просмотрена).

**6<sup>0</sup>**. Если такая вершина  $x_k$  существует, то присваиваем  $i := k$  и переходим на п.3<sup>0</sup>, иначе переход на п.7<sup>0</sup>.

**7<sup>0</sup>**. Анализируем вектор-столбец  $\Delta_V$ . Для всех индексов  $i$ , у которых величина  $\Delta_V(i) \neq 0$ , определяем индекс предыдущей вершины  $j := X_{pred}(i)$  и значение  $r_{ij}$  матрицы смежности вершины увеличиваем на величину  $\Delta_V(i)$ , т.е.  $r'_{ji} := r_{ji} + \Delta_V(i)$  (увеличиваем значение функции принадлежности  $\mu_U(x_j, x_i)$  ребра  $(x_j, x_i)$  на величину  $\Delta_V(i)$ ). Получаем новую матрицу смежности  $R'_x = \|r'_{ij}\|$ .

**8<sup>0</sup>**. Присваиваем  $i := 1$  (опять выбираем вершину  $x_1$ );  $L^-(i) := 0$  (число ребер в нечетком пути от  $x_1$  до  $x_1$ );  $\Delta_V^-(i) := 0$  (степень увеличения нечеткого ребра от  $x_1$  до  $x_1$ ).

**9<sup>0</sup>**. Присваивается  $P_{rosm}(i) := "+"$  (вершина  $x_i$  просмотрена). Для всех индексов  $j = \overline{1, n}$ ,  $j \neq i$ , если выполняются неравенства  $r'_{ji} < V$  и  $V - r'_{ji} > \Delta_V^-(j)$ , то переход на п.11<sup>0</sup>, иначе, если  $r'_{ji} \geq V$ , то присваивается значение  $\Delta_V^-(j) := 0$ , иначе, если  $r'_{ji} < V$  и  $V - r'_{ji} < \Delta_V^-(j)$ , то присваивается значение  $\Delta_V^-(j) := V - r'_{ji}$ .

**10<sup>0</sup>**. Присваивается  $X_{pred}^-(j) := i$ ,  $L^-(j) := L^-(i) + 1$ .

**11<sup>0</sup>**. Определяем такую вершину  $x_k$  графа  $\tilde{G}$ , для индекса  $k$  которой выполняются условия  $L^-(k) < (n-1)$  (длина пути от вершины  $x_k$  до  $x_1$  меньше  $(n-1)$ ),  $\Delta_V^-(k) = \min_{\forall j = \overline{1, n}} \{ \Delta_V^-(j) \mid L^-(j) < (n-1) \& P_{rosm}^-(j) = "-" \}$  (величина увеличения  $\Delta_V^-(k)$  вершины  $x_k$  меньше, чем у всех остальных непросмотренных вершин) и  $P_{rosm}^-(k) = "-"$  (вершина не просмотрена).

**12<sup>0</sup>**. Если такая вершина  $x_k$  существует, то присваиваем  $i := k$  и переходим на п.9<sup>0</sup>, иначе переход на п.13<sup>0</sup>.

**13<sup>0</sup>**. Анализируем вектор-строку  $\Delta_V^-$ . Для всех индексов  $i$ , у которых величина  $\Delta_V^-(i) \neq 0$ , определяем индекс предыдущей вершины  $j := X_{pred}^-(i)$  и значение  $r'_{ji}$  матрицы смежности увеличиваем на величину  $\Delta_V^-(i)$ , т.е.  $r''_{ji} := r'_{ji} + \Delta_V^-(i)$  (увели-

чиваем значение функции принадлежности  $\mu_U(x_j, x_i)$  ребра  $(x_j, x_i)$  на величину  $\Delta_V^-(i)$ . Получаем новую матрицу смежности  $R''_X = \|r''_{ij}\|$ .

14<sup>0</sup>. Вычисляем минимальное суммарное увеличение значений функций принадлежности  $\Delta_\Sigma = \sum_{i=1, n} \Delta_V^+(i) + \sum_{i=1, n} \Delta_V^-(i)$ .

15<sup>0</sup>. Конец.

**Пример.** Увеличим степень живучести нечеткого графа второго рода, приведенного на рис. 1, до величины 0,7. Ниже представлена матрица  $R_G$ , а справа от неё введенные выше векторы-столбцы с начальными значениями.

Здесь  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_5^0$  – непосредственно сами вершины, а  $x_1, x_2, \dots, x_5$  определяют путь. Согласно алгоритму выбираем вершину  $x_1$ . В векторы-столбцы записываем:  $\Delta_V(x_1^0) = 0,1$  (степень увеличения живучести вершины  $x_1$ ),  $\Delta_V(x_1) = 0$ ,  $L(x_1) = 0$ ,  $\Delta_V(x_2^0) = 0$ ,  $L(x_2) = 1$ ,  $X_{pred}(x_2) = x_1$ ,  $\Delta_V(x_4^0) = 0,4$ ,  $L(x_4) = 1$ ,  $X_{pred}(x_4) = x_1$ .

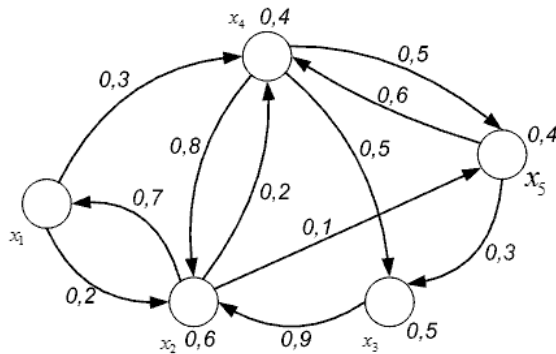


Рис. 1. Нечеткий граф второго рода

Построим матрицу  $R_G = R_X \cup R_D$ :

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$\Delta_V$	$L$	$X_{pred}$	$P_{rosm}$
$x_1$	0,6	0,2	0	0,3	0	1	$\infty$	$\emptyset$	-
$x_2$	0,7	0,6	0	0,2	0,1	1	$\infty$	$\emptyset$	-
$x_3$	0	0,9	0,5	0	0	1	$\infty$	$\emptyset$	-
$x_4$	0	0,8	0,5	0,4	0,5	1	$\infty$	$\emptyset$	-
$x_5$	0	0	0,3	0,6	0,4	1	$\infty$	$\emptyset$	-

Введем в рассмотрение матрицу следующего вида:

	$\Delta_V$	$L$	$X_{pred}$	$P_{rosm}$		$\Delta_V$	$L$	$X_{pred}$	$P_{rosm}$	
$x_1^0$	0,1	0	$\emptyset$	+	.....	$x_1^0$	0,1	0	$\emptyset$	+
$x_1$	0	0	$\emptyset$	+		$x_1$	0	0	$\emptyset$	+
$x_2^0$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_2^0$	0,1	2	$x_4$	+
$x_2$	0,5	1	$x_1$	-		$x_2$	0	2	$x_4$	+
$x_3^0$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_3^0$	0,2	2	$x_4$	+
$x_3$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_3$	0,2	2	$x_4$	+
$x_4^0$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_4^0$	0,3	1	$x_5$	+
$x_4$	0,4	1	$x_1$	-		$x_4$	0,1	3	$x_5$	+
$x_5^0$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_5^0$	0,3	2	$x_4$	+
$x_5$	1	$\infty$	$\emptyset$	-		$x_5$	0,2	2	$x_4$	+

1-я итерация

5-я итерация

Анализируем вектор-столбец  $\Delta_V$ . Определяем ребра и вершины, значения функций принадлежности которых необходимо увеличить. Ребро  $(x_4, x_3)$  увеличиваем на величину 0,2, ребро  $(x_5, x_4)$  на 0,1, а ребро  $(x_4, x_5)$  на 0,2. Значение функции принадлежности для вершины  $x_1$  увеличиваем на 0,1, для  $x_2$  также на 0,1, для  $x_3$  на 0,2, а для  $x_4$  и  $x_5$  на 0,3.

Получаем новую матрицу  $R'_G$ , а снизу от неё введенные выше векторы-строки с начальными значениями (рис. 2).

Анализируем вектор-строку  $\Delta_V$ . Так как величина  $\Delta_V^-(i) = 0$  для всех индексов  $i$ , то значения функций принадлежности никаких ребер и вершин увеличивать не нужно. Поэтому минимальное суммарное увеличение значений функций принадлежности нечеткого графа второго рода (рис. 1), при котором степень живучести достигает величины 0,7, равно  $\Delta_\Sigma = 0,2 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,3 = 1,5$ .

		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$R_G =$	$x_1$	0,7	0,2	0	0,3	0
	$x_2$	0,7	0,7	0	0,2	0,1
	$x_3$	0	0,9	0,7	0	0
	$x_4$	0	0,8	0,7	0,7	0,7
	$x_5$	0	0	0,3	0,7	0,7
$\Delta_V^-$	1	1	1	1	1	
$L^-$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	
$X_{pred}^-$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	
$P_{rosm}^-$	-	-	-	-	-	

		$x_1^\circ$	$x_1$	$x_2^\circ$	$x_2$	$x_3^\circ$	$x_3$	$x_4^\circ$	$x_4$	$x_5^\circ$	$x_5$
$\Delta_V^-$	$\Delta_V^-$	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	$L^-$	0	0	1	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	$X_{pred}^-$	$\emptyset$	$\emptyset$	$x_1$	$x_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
	$P_{rosm}^-$	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
	$\Delta_V^-$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$L^-$	$L^-$	0	0	1	1	2	2	5	5	4	4
	$X_{pred}^-$	$\emptyset$	$\emptyset$	$x_1$	$x_1$	$x_2$	$x_2$	$x_5$	$x_5$	$x_4$	$x_4$
	$P_{rosm}^-$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1-я итерация						.....					5-я итерация

Рис. 2. Новая матрица

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берштейн Л.С., Боженов А.В. Нечеткие графы и гиперграфы. – М.: Научный мир, 2005.– 256 с.
2. Боженов А.В., Розенберг И.Н., Старостина Т.А. Анализ и исследование потоков и живучести в транспортных сетях при нечетких данных – М.: Научный мир, 2006. –136 с.

3. *Bershtein L.S., Bozhenyuk A.V., Rozenberg I.N.* Fuzzy Graph Vitality Degree Increase on the Base of Strong Connection // Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2005. 12<sup>th</sup> Zittau Fuzzy Colloquium. Zittau: Hochschule Zittau\ Goerlitz. 2005. – P. 309–312.

УДК 528

А.Э. Саак

### КАНОНИЧЕСКИЕ КОМБИНАТОРНЫЕ МОДЕЛИ

Эксперимент спроса-предложения вычислительных ресурсов при функционировании МВС со множеством пользователей базировался на классических комбинаторных моделях Бернулли и Лапласа [1, 2]. Последние полагают в свою основу алгебру весовых совмещений комбинируемых элементов и алгебру геометрических совмещений, соответственно. Несколько иной тип совмещений элементов применяется в модели комбинирования кратных целочисленных разностей Ньютона. В предлагаемой работе на основе базовых алгебраических операций сдвига и разности в  $Z$ -среде целочисленных распределений вводятся упомянутые биномиальная и геометрическая комбинаторные модели. Первая из них дополняется моделью Ньютона в качестве присоединённого распределения кратных  $Z$ -разностей по отношению к прямой форме биномиальной композиции идентичных двузначных  $Z$ -распределений.

Рассмотрим сочетательный выбор  $j$  из « $k$ » единичных звеньев линейного полигона  $[0, k] \subset Z$ . Мощность множества данных сочетаний равна

$$C_k^{(j)}, \quad j = 0, 1, \dots, k.$$

Полученное распределение называем комбинаторной моделью Бернулли. Алгебру исходов данного эксперимента удобно формализовать производящей операторной функцией единичного сдвига в  $Z$ -среде

$$\sum_{j_1=0}^k C_k^{(j_1)} S_1^{j_1} = (1 + S_1)^k, \quad S_1 y(j_1) = y(j_1 + 1).$$

Производящий бином Бернулли отвечает алгебре весовых совмещений

$$S_1^{j_1} S_1^{j_2} = S_1^{j_1 + j_2}$$

нагруженных комбинаторных элементов.

Обратимся к испытаниям Лапласа. С этой целью осуществим комбинирование предыдущих выборок  $j$  из « $k$ » единичных звеньев. При  $k$ -кратном комбинировании указанных выборок линейной меры  $j$  получаем мощность множества комбинаций

$$\prod_1^k j = j^k$$

согласно правилу мощности комбинаций. Факторизация данных исходов в случае неразличимости выборок уменьшит полученную размесительную мощность в  $k!$  раз

$$j^k \rightarrow j^k / k!, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Последнее распределение исходов называем комбинаторной моделью Лапласа. Объединение данных исходов образует объемлющее множество эксперимента и имеет меру