

УДК 681.51

М.Ю. Медведев

СТРУКТУРА И АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ СЛУЧАЙНЫХ ШУМОВ

Введение

В современной теории управления широкое распространение получили методы, основанные на управлении динамическими объектами в фазовом пространстве [1–3]. При этом возникает проблема оценивания производных по времени высокого порядка. Имеющиеся современные методы дифференцирования имеют хорошие показатели при однократном дифференцировании сигнала. Если же требуется провести многократное дифференцирование, то возникают сложности, связанные с зашумлением реальных сигналов. Это приводит к необходимости нахождения оптимума по противоречивым критериям качества подавления случайных шумов и быстродействия. При наличии математической модели объекта оптимальное в указанном смысле решение известно и задается уравнениями фильтра Калмана – Бьюси [4]. При наличии неопределенностей требуется адаптация к модели объекта, параметрам шумов и действующим на систему возмущениям. Кроме того, недостатком фильтра Калмана – Бьюси является тот факт, что его коэффициенты передачи вычисляются в разомкнутой форме как решения уравнения Риккати. Это ухудшает свойства фильтра при действии неучтенных факторов.

Структура наблюдателя производных

В работах [5 – 7] предлагаются линейные алгоритмы оценивания производных на основе аппроксимации измеряемого сигнала временным рядом. Авторами предлагается структура рекуррентного наблюдателя (РНП), состоящего из цепочки фильтров – дифференциаторов, показанных на рис. 1.



Рис. 1. Структура наблюдателя производных

Данный наблюдатель состоит из цепочки однотипных блоков, оценивающих первую производную от входного сигнала. За счет последовательного включения блоков осуществляется оценивание производных высокого порядка. Это позволяет преодолеть проблему многократного дифференцирования при наличии шумов. Уравнения блоков, показанных на рис. 1, могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{i1}(t)}{dt} &= x_{i2} + k_{i1}(z_i - x_{i1}), \\ \frac{dx_{i2}(t)}{dt} &= k_{i2}(z_i - x_{i1}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_{i1}(t)$, $x_{i2}(t)$ – переменные состояния наблюдателей, $i = 1, 2, \dots, N_{\max}$, $z_1 = y$, $z_i = x_{i-12}$, $i = 2, 3, \dots, N_{\max}$, k_{i1}, k_{i2} – параметры, определяемые требованиями к быстродействию и качеству подавления шумов.

Особенностью работы РНП является изменение во времени его коэффициентов передачи. Их изменение организовано таким образом, что оценивание переменных в блоках (1) происходит последовательно во времени. Вначале оценивается входная величина, а затем ее производная. Графики изменения коэффициентов усиления производных показаны на рис. 2.

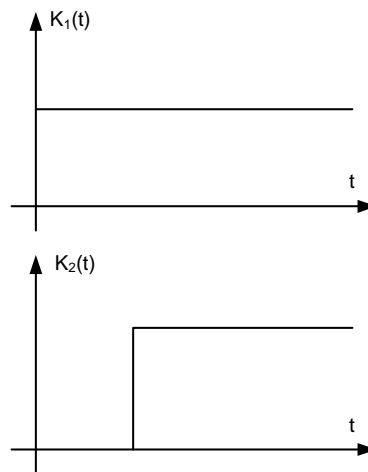


Рис. 2. Изменение коэффициентов усиления РНП во времени

Последовательное оценивание производных основывается на том факте, что во время переходного процесса по входной величине оценка ее производной не является адекватной. Отметим, что качественный характер изменения коэффициентов усиления РНП совпадает с изменением коэффициентов усиления в оптимальном фильтре Калмана – Бьюси.

Нелинейный алгоритм оценивания производных

Известно, что в линейных системах увеличение быстродействия приводит к усилению шумов. В этой связи рассмотрим нелинейный наблюдатель, позволяющий в области больших отклонений увеличивать коэффициенты усиления наблюдателя, которые определяются выражениями:

$$\begin{aligned} k_{i1} &= k_{10} + L_i f(z_i - x_{i1}), \\ k_{i2} &= qk_{i1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где L_i – положительные постоянные параметры;

$f(z_i - x_{i1})$ – положительно-определенные функции;

z_i – входная величина блока наблюдателя;

k_{10} – положительный постоянный параметр;

q – положительный постоянный параметр;

x_{i1} – первая переменная блока наблюдателя.

Проанализируем свойства наблюдателя (1), (2). Так как блоки наблюдателя включены последовательно друг другу и не охвачены обратными связями, то можно рассматривать i -й блок как отдельную подсистему. Рассмотрим i -й блок наблюдателя (2).

Запишем квадратичную функцию вида

$$V_i = 0,5 \left(x_{i1}^2 + \frac{x_{i2}^2}{q(k_{10} + L_i f(z_i - x_{i1}))} \right). \quad (3)$$

Производная по времени функции (3) в силу уравнений (1), (2) определяется выражением

$$\dot{V}_i = -[k_{10} + L_i f(z_i - x_{i1})] x_{i1}^2. \quad (4)$$

В силу того, что L_i , k_{10} и $f(z_i - x_{i1})$ – положительные величины, из (3), (4) следует асимптотическая устойчивость наблюдателя (1), (2).

Предположим теперь, что на вход наблюдателя действует случайный сигнал, имеющий спектральную функцию

$$S(\omega) = \frac{2a\tau_k}{1 + \tau_k^2 \omega^2}, \quad (5)$$

где a – дисперсия случайного шума;

τ_k – время корреляции шума;

ω – частота.

В этом случае можно показать, что в области малых отклонений, когда величина ошибки стремится к нулю

$$f(z_i - x_{i1}) \rightarrow 0, \quad (6)$$

можно получить следующие оценки отношения дисперсий на входе и выходах блока наблюдателя (1), (2):

$$\frac{D_{x_{i1}}}{D_{z_i}} = \frac{\tau_k(k_{10} + q) + \tau_k^2 q k_{10}}{1 + \tau_k k_{10} + \tau_k^2 q k_{10}}, \quad (7)$$

$$\frac{D_{x_{i2}}}{D_{z_i}} = \frac{\tau_k q^2 k_{10}}{1 + \tau_k k_{10} + \tau_k^2 q k_{10}}, \quad (8)$$

где $D_{x_{i1}}$, D_{z_i} , $D_{x_{i2}}$ – дисперсии входного и выходного сигналов звена наблюдателя.

Численное моделирование

Рассмотрим пример использования РНП для оценивания производных в системе Лоренца, которая имеет следующий вид [8]:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \sigma(y - x), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= rx - y - xz, \\ \frac{dz(t)}{dt} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (9)$$

где σ, r, b – положительные параметры;

x – скорость конвективного обмена;

y – горизонтальная вариация температуры;

z – вертикальная вариация температуры.

Пусть измеряемой переменной является горизонтальная вариация температуры y . Параметры равны $\sigma = 4, r = 80, b = 8/3$ и выбраны так, что решение системы (9) дает псевдослучайные колебания. На измеряемый сигнал x наложен случайный шум, т.е.

$$y = y + \xi, \quad (10)$$

где ξ – белый шум с заданной амплитудой, равной 3.

Вначале проведем численное моделирование наблюдателя (1), состоящего из двух блоков, коэффициенты которого являются кусочно-постоянными и изменяются в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} k_{i1} &= k_{10} = const, \\ k_{i2} &= \begin{cases} 0, & \text{если } t < 3/k_{i1}; \\ k_{i1}^2/4, & \text{если } t \geq 3/k_{i1}. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения (11) описывают алгоритм последовательного во времени оценивания производных, представленный в работах [5 – 7].

Коэффициент усиления k_{10} равен 300. Результаты оценивания показаны на рис. 3 – 5. На рис. 3 приведены графики изменения измеряемой переменной y и ее оценка, на рис. 4 – изменение производной \dot{y} и ее оценка, а на рис. 5 – изменение второй производной \ddot{y} и ее оценка.

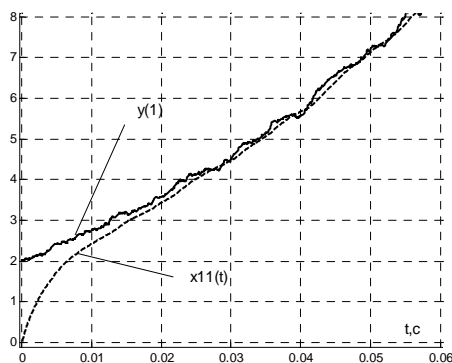


Рис. 3. Оценка переменной y

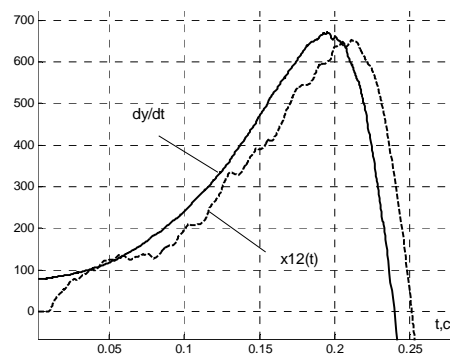


Рис. 4. Оценка переменной \dot{y}

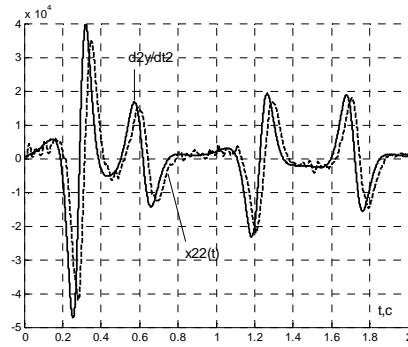


Рис. 5. Оценка переменной \ddot{y}

На рис. 6 – 8 представлены результаты численного моделирования нелинейного алгоритма оценивания производных (1), (2).

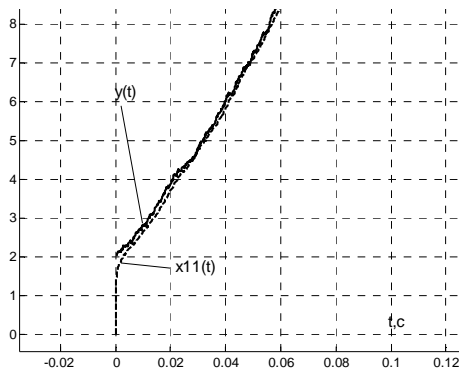


Рис. 6. Оценка переменной y нелинейным алгоритмом

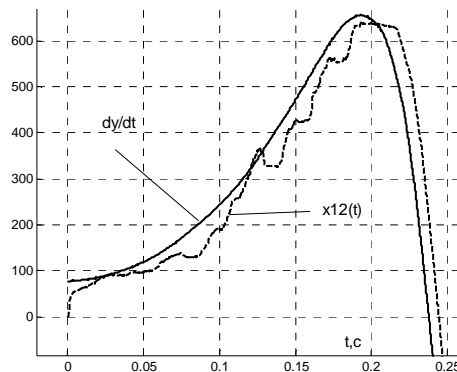


Рис. 7. Оценка переменной \dot{y} нелинейным алгоритмом

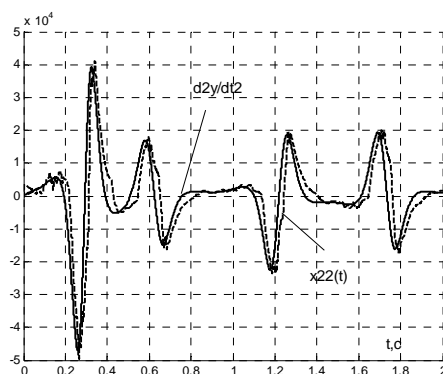


Рис. 8. Оценка переменной \ddot{y} нелинейным алгоритмом

В качестве функции $f(y_i - x_{i1})$ выбрана квадратичная функция $(y_i - x_{i1})^2$. Это обеспечивает быстрое увеличение коэффициентов усиления нелинейного РНП в области больших отклонений и быстрое уменьшение этих коэффициентов до по-

стоянного значения в области малых отклонений. Коэффициент усиления k_{10} равен 100. Параметры $L_i = 1000$.

Сравнивая графики оценок, представленные на рис. 3 – 5 и рис. 6 – 8, видим, что скорость оценивания производных увеличена в 2 – 3 раза. При этом уменьшена случайная ошибка за счет уменьшения постоянного коэффициента k_{10} . В области больших отклонений алгоритм (1), (2) дополняется логической функцией, обнуляющей коэффициент усиления k_{i2} . Это позволяет реагировать за счет нелинейной функции $f(y_i - x_{i1})$ и соответствующего выбора «малой» области e уменьшить регулярную ошибку наблюдателя и обеспечить последовательное оценивание производных.

Заключение

В данной работе предлагается нелинейный алгоритм оценивания производных от сигналов, измеряемых с шумом. В отличие от фильтра Калмана–Бьюси, предложенный наблюдатель синтезируется в условиях отсутствия модели объекта и шума. По сравнению с аналогичными алгоритмами оценивания, предложенными в работах [5–7], алгоритм (1), (2) обладает следующими преимуществами:

- ◆ коэффициенты усиления нелинейного наблюдателя (1), (2) являются функциями ошибки, т.е. задаются по принципу замкнутой системы управления, в отличие от ФКБ, где коэффициенты усиления определяются по принципу программного управления на основе решения уравнений Риккати. Это позволяет компенсировать неучтенные возмущения. Отметим, что в работе [5] такие возмущения учитывались циклическим повторением коэффициентов усиления, что приводило к периодическому скачкообразному увеличению коэффициентов. В этом случае оценки производных являлись циклическими и обладали заданным качеством только в конце цикла оценивания;
- ◆ нелинейный РНП как и в работах [5, 6] реализует последовательное оценивание производных, но не во времени, а в области состояния – в области больших отклонений оценивается входная переменная, а в области малых отклонений – ее производная. Это позволяет повысить качество оценивания в переходных режимах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Kokotović P.V., Arcak M.* Constructive nonlinear control: progress in the 90's // Proceedings of 14th IFAC World Congress. Beijing, China, 1999. Paper No PT-4, – P. 49-77.
2. *Красовский А.А.* Алгоритмические основы оптимальных адаптивных регуляторов нового класса // Автоматика и телемеханика. 1995. № 9. – С. 104–116.
3. *Перельман И.И.* Анализ современных методов адаптивного управления с позиций приложения автоматизации технологических процессов // Автоматика и Телемеханика. 1991. № 7. – С. 3–32.
4. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977.
5. *Красовский А.А.* Циклическое оценивание при первичной обработке сигналов датчиков // Автоматика и телемеханика. 1987. № 4. – С. 52–60.
6. *Медведев М.Ю., Гайдук А.Р.* Построение самоорганизующихся систем управления в условиях неопределенности. Сборник «Аналитические методы анализа и синтеза регуляторов». – Саратов, 2000. – С. 30–43.
7. *Медведев М.Ю., Гайдук А.Р.* Оценивание производных // Материалы XLIV научной конференции ТРТУ. Известия ТРТУ. – Таганрог, 1999.
8. *Лоренц Е.* Детерминированное непериодическое течение. В кн. «Странные аттракторы». Серия «Математика». Новое в зарубежной науке. Вып. 22. – М.: Мир, 1981.