6. *Долгополый В.Н., Сахабудинов Р.В., Чукарин А.В., Тихомиров А.Г.* Вихретоковый измеритель механических напряжений в электропроводящих конструкциях // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды VII Международной конференции памяти академика РАН И.И. Воровича, Ростов-на-Дону. Т.1. 2001. –С. 52-54.

А.А. Строцев, С.А. Фунтиков, С.В. Синицын

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ СМЕШАННОГО РАСШИРЕНИЯ МАТРИЧНЫХ ИГР НЕКЛАССИЧЕСКОГО ТИПА К ЗАДАЧАМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ «МПОГОПОЗИЦИОННАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА – ЛЕТАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ»

Рассмотренный научно-методический аппарат смешанного расширения матричных игр неклассического типа эффективно может быть применён при решении различных задач оптимизации управления поиском и наблюдениями в многопозиционных информационных системах (МИС) в условиях конфликта [1,2].

Следует отметить, что реальное применение других моделей описания конфликтной ситуации значительно затруднено. В частности, к рассматриваемой конфликтной ситуации теоретически можно применить модели теории дифференциальных игр. Однако получить аналитическое решение для данной задачи в силу её сложности невозможно, а наиболее общий подход к численному решению дифференциальной игры состоит в применении метода динамического программирования в сочетании с той или иной дискретизацией непрерывного процесса. Основная трудность численного решения подобных задач состоит в их многомерности. Поэтому в случае игр нелинейных объектов с большой размерностью обобщённого фазового вектора численное определение оптимальных стратегий весьма проблематично даже при использовании современных ЭВМ.

С другой стороны, классические модели конечных антагонистических игр также имеют определённые ограничения при применении к задачам оптимального управления МИС.

Так, для применения модели матричных игр в чистых стратегиях требуется наличие хотя бы одной седловой точки в матрице игры. Однако наличие седловых точек в матрице игры на практике означает, что игроки имеют такие варианты своих стратегий, что игрок, отклонившийся от неё, получит в процессе реализации игровой ситуации результат хуже [3]. Это, в свою очередь, означает, что путём взаимного последовательного доминирования стратегий в соответствии с методом множеств Парето [4] у игроков должно остаться только по одной стратегии (при наличии одной седловой точки). Но развитие систем вооружения происходит как взаимный процесс создания средств нападения (вариантов применения средств нападения) и защиты от этих средств (вариантов). Следовательно, на каждую стратегию одного игрока, другой игрок формирует свою стратегию наилучшим образом противостоящую этой стратегии противника. А это означает, что при таком принципе формирования матрицы игры она не будет содержать седловых точек. Таким образом, применение модели матричной игры в чистых стратегиях в задачах управления МИС ограничено.

Применение модели смешанного расширения матричной игры (СРМИ) ограничивается её опорой на средний результат и, следовательно, имеет ограниченную область применения по числу реализаций игровой ситуации. В [5] рассмотрены условия применения модели смешанного расширения матричной игры неклассического типа. Однако для оценки эффективности разработанного научно-методического аппарата при решении задач синтеза оптимального управления МИС в условиях конфликта необходимо сравнить области применения известных моделей антагонистических конечных игр с областью применения разработанной модели.

В [5] показано, что область применения модели смешанного расширения матричной игры неклассического типа включает в себя области применения известных классических моделей. Следовательно, для решения поставленной задачи оценки эффективности следует для любой матрицы игры (конкретной или принадлежащей множеству, определяемому через характеристическое свойство этого множества, формируемого на основе отдельных параметров матрицы игры) определить значения числа реализаций, при которых применение модели СРМИ было бы неприемлемым для игроков при формировании оптимального управления в конфликтной ситуации.

Приемлемость ситуации по числу реализаций игры для сторон конфликта можно оценить на основе дополнительных критериев, характеризующих степень возможности появления результатов худших, чем лучшие из гарантированных:

– для первого игрока

$$P(\omega_K \le \omega_н) \ge \alpha_1, \tag{1}$$

– для второго игрока

$$P(\omega_K \ge \omega_в) \ge \alpha_2, \tag{2}$$

где ω_K – средний выигрыш первого игрока после K реализаций игровой ситуации;

$\omega_н$, $\omega_в$ – нижнее и верхнее значение игры соответственно;

α_1, α_2 – пороги чувствительности игроков к получению ими результатов хуже гарантированных.

Для конкретных матриц игры такие расчёты могут быть проведены на основе методики определяющей условия применения модели СРМИ неклассического типа. При этом требуются достаточно большие вычислительные затраты для каждой конкретной матрицы. Так точный непосредственный подсчёт вероятностей (1), (2) даже для небольших значений числа реализаций игровой ситуации приводит к затруднениям с вычислительной точки зрения при достаточно больших размерах матрицы игры. Приближённый расчёт связан с аппроксимацией закона распределения случайной величины – среднего выигрыша за K реализаций (ω_K). Однако, как правило, эти аппроксимации при малых K дают большую погрешность, а оценка эффективности как раз проводится в области небольшого числа реализаций игровой ситуации. Такую задачу можно решить только при применении методики, позволяющей оценить возможности применения модели СРМИ для матрицы игры, задаваемой некоторыми своими параметрами.

Анализ параметров матриц игры модели СРМИ, используемых для определения характеристического свойства, позволяет разделить их на две группы. К первой группе можно отнести $a_{max} = \max\limits_{i} \max\limits_{j} a_{ij}$, $a_{min} = \min\limits_{i} \min\limits_{j} a_{ij}$, $\omega_в = \max\limits_{i} \min\limits_{j} a_{ij}$, $\omega_н = \min\limits_{j} \max\limits_{i} a_{ij}$. Вторую группу составляют параметры, следующие из решения СРМИ – числовые характеристики закона распределения случайной величины среднего выигрыша первого игрока после K реализаций игровой ситуации ω_K, например, математическое ожидание и дисперсия $\omega_K^* = \omega^*$, $D_{\omega_K} = D_\omega / K$, определяемых по выражениям:

$$\omega^* = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot \xi_i^* \eta_j^*, \quad D[\omega_{K_1}] = \frac{D_\omega}{K_1}, \quad D[\omega_{K_2}] = \frac{D_\omega}{K_2},$$

$$D_\omega = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (a_{ij} - \omega^*)^2 \cdot \xi_i^* \eta_j^*.$$

Эти параметры легко вычисляемы, и на их основе можно сформировать семейство характеристических свойств множеств матриц игры. Таким образом, требуется оценить ω_K по критериям (1), (2).

Введём обозначения $\omega^* - \omega_н = \Delta_1$, $\omega_в - \omega^* = \Delta_2$ и представим (1), (2) в следующем виде:

– для первого игрока

$$P(\omega^* - \omega_K \geq \Delta_1) \geq \alpha_1, \tag{3}$$

– для второго игрока

$$P(\omega_K - \omega^* \geq \Delta_2) \geq \alpha_2, \tag{4}$$

где α_1, α_2 – пороги чувствительности игроков к получению ими результатов хуже наилучших гарантированных.

Пусть ω_K^k – возможные значения случайной величины ω_K, а $p_{\omega K}^k$ – вероятности их появления. Тогда $P(\omega^* - \omega_K \geq \Delta_1) = \sum\limits_{\omega^* - \omega_K^k \geq \Delta_1} p_{\omega K}^k$. С другой стороны

$$\frac{D_\omega}{K} \geq \sum_{\omega^* - \omega_K^k \geq \Delta_1} \left[\omega^* - \omega_K^k\right]^2 p_{\omega K}^k \geq \sum_{\omega^* - \omega_K^k \geq \Delta_1} \Delta_1^2 p_{\omega K}^k$$

и, учитывая (3) , окончательно имеем

$$\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1^2} \ge P(\omega^* - \omega_K \ge \Delta_1), \tag{5}$$

$$\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1^2} \ge \alpha_1, \tag{6}$$

Аналогично на основе (4) получим $\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_2^2} \ge P(\omega_K - \omega^* \ge \Delta_2)$,

$$\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_2^2} \ge \alpha_2. \tag{7}$$

В (5)–(7) отношения $\frac{D_\omega}{\Delta_1^2}$ и $\frac{D_\omega}{\Delta_2^2}$ определяют характеристическое свойство некоторого множества матриц игры $A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta) = \left\{ A : \frac{D_\omega}{\Delta_1^2} = D_{1k}^\Delta, \frac{D_\omega}{\Delta_2^2} = D_{2k}^\Delta \right\}$. Неравенства (6) и (7) можно использовать для определения условий, при которых к элементам этого множества применение СРМИ приемлемо по отдельности каждым из игроков:

– если каждое из неравенств (6) и (7) не выполняется, то применение СРМИ для элементов множества $A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta)$ при заданных значениях α_1, α_2 и K гарантированно приемлемо;

– если хотя бы одно из неравенств (6) и (7) выполняется, то применение СРМИ для элементов множества $A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta)$ при заданных значениях α_1, α_2 и K неприемлемо.

На основе такого подхода можно также определить следующие множества матриц игры:

$$A_k^1(D_{1k}^\Delta) = \left\{ A : \frac{D_\omega}{\Delta_1^2} = D_{1k}^\Delta \right\}, \tag{8}$$

$$A_k^2(D_{2k}^\Delta) = \left\{ A : \frac{D_\omega}{\Delta_2^2} = D_{2k}^\Delta \right\}, \tag{9}$$

для которых применение условий (6) и (7) может рассматриваться отдельно для каждого игрока: (8) – для первого, (9) – для второго игрока соответственно.

В (5)–(7) применяются пороги чувствительности для отдельных игроков. Получим аналогичное условие, предусматривающее общее ограничение. Для этого рассмотрим два события A_1^y и A_2^y, заключающиеся в выполнении условий $(\omega^* - \omega_K \ge \Delta_1)$ и $(\omega_K - \omega^* \ge \Delta_2)$ соответственно. Но так как в рассматриваемых условиях $\omega_н < \omega в$, то события A_1^y и A_2^y являются несовместными. Тогда $P(A_1^y + A_2^y) \le \frac{D_\omega\left(\Delta_1^2 + \Delta_2^2\right)}{K \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2}$, и условие приемлемости для игроков модели СРМИ можно записать в виде

$$\frac{D_\omega\left(\Delta_1^2 + \Delta_2^2\right)}{K \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2} \ge \alpha_o, \qquad (10)$$

где α_0 – обобщённый порог чувствительности.

Неравенству (10) можно поставить в соответствие множество матриц игры $A_k^\alpha(D_k^\alpha) = \left\{ A : \frac{D_\omega\left(\Delta_1^2 + \Delta_2^2\right)}{\Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2} = D_k^\alpha \right\}$.

Рассмотренные выше условия для множеств матриц игры $A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta)$, $A_k^1(D_{1k}^\Delta)$, $A_k^2(D_{2k}^\Delta)$, $A_k^\alpha(D_k^\alpha)$ позволяют определить множество значений числа реализаций игровой ситуации, при котором применение СРМИ приемлемо гарантированно. При этом закон распределения среднего выигрыша, определяемый конкретным видом матрицы игры из рассматриваемых множеств может быть различным, в том числе и обеспечивающим выполнение соответствующих условий с большим запасом, то есть не выполнение условий может происходить и для меньших значений K.

Рассмотрим получение аналогичного интервала, при котором для любых матриц игры из некоторого множества применение СРМИ гарантированно неприемлемо. Для этого рассмотрим события B_1^y и B_2^y, заключающиеся в выполнении неравенств $(\omega_K - \omega^* \ge -\Delta_1)$ и $(\omega^* - \omega_K \ge -\Delta_2)$, соответственно.

Тогда выполнение неравенств $P(B_1^y) \ge \delta_1$, $P(B_2^y) \ge \delta_2$, $P(B_1^y \cdot B_2^y) \ge \delta_o$, можно рассматривать как условия приемлемости применения СРМИ соответственно для отдельных игроков и для обоих вместе.

С учётом независимости событий B_1^y и B_2^y, так же как и ранее, несложно получить для множеств матриц игры $A_k^1(D_{1k}^\Delta)$, $A_k^2(D_{2k}^\Delta)$, $A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta)$ и $A_k^\delta(D_k^\delta) = \left\{ A : \frac{D_\omega}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} = D_k^\delta \right\}$.

Условия гарантированной необходимости применения модели СРМИ неклассического типа:

– если уровень чувствительности δ_1 первого игрока в игре с матрицей игры $A \in A_k^1(D_{1k}^\Delta)$ к получению им среднего выигрыша не меньше нижнего значения игры не ограничен сверху величиной $\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1^2}$, т.е. не выполняется

$$\delta_1 \le \frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1^2}, \qquad (11)$$

то для реализации модели предпочтения первого игрока с его стороны гарантированно требуется применение модели СРМИ неклассического типа;

– если уровень чувствительности δ_2 второго игрока в игре с матрицей игры $A \in A_k^2(D_{2k}^\Delta)$ к получению им среднего выигрыша не больше верхнего значения игры не ограничен сверху величиной $\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_2^2}$, т.е. не выполняется

$$\delta_2 \le \frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_2^2}, \qquad (12)$$

то для реализации модели предпочтения второго игрока с его стороны гарантированно требуется применение модели СРМИ неклассического типа;

– если уровни чувствительности δ_1, δ_2 игроков в игре с матрицей игры $A \in A_k(D_{1k}^\Delta, D_{2k}^\Delta)$ к получению ими среднего выигрыша не хуже гарантированных значений не ограничены одновременно сверху соответственно величинами $\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1^2}$, $\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_2^2}$, т.е. не выполняются одновременно (11) и (12) , то для реализации моделей предпочтения игроков гарантированно требуется применение модели СРМИ неклассического типа;

– если обобщённый уровень чувствительности δ_0 игроков в игре с матрицей игры $A \in A_k^\delta(D_k^\delta)$ к получению ими среднего выигрыша не хуже гарантированных значений не ограничен сверху величиной $\left(\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2}\right)^2$, т.е. не выполняется

$$\delta_0 \le \left(\frac{D_\omega}{K \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2}\right)^2, \qquad (13)$$

то для реализации моделей предпочтения игроков гарантированно требуется применение модели СРМИ неклассического типа.

Таким образом, при заданных значениях уровней чувствительности, например, α_0 и δ_0 для матриц игры $A \in A_k^\alpha(D_k^\alpha) \bigcap A_k^\delta(D_k^\delta)$ получим интервалы $[1, K]$ и $[K_в, K_{доп}]$ ($K_{доп}$ – наибольшее возможное значение числа реализаций игровой ситуации) значений K на которых гарантированно применение рассматриваемых моделей СРМИ и СРМИ неклассического типа. Отметим, что на интервале $]K_н, K_в[$ в зависимости от закона распределения величины среднего выигрыша ω_K, определяемого конкретной матрицей игры из множества $A_k^{\alpha}(D_k^{\alpha})\bigcap A_k^{\delta}(D_k^{\delta})$ применяется одна из этих моделей.

Рассмотренная методика позволяет определить положительный эффект от применения модели СРМИ неклассического типа, заключающийся в повышении надёжности обоснования принимаемого решения в условиях конфликта для множества матриц игры, заданного характеристическим свойством.

В качестве критерия эффективности применения модели СРМИ неклассического типа рассмотрим отношение среднего числа ситуаций, определяемых числом реализаций игровой ситуации, в которых СРМИ неприменимо к общему числу таких ситуаций, выраженное в процентах, т.е.

$$\sigma_э = \frac{K_н + K_в}{2K_{доп}} 100\%, \tag{14}$$

где $K_н$, $K_в$ определяются, например, из выражений, следующих из (10) и (13)

$$K_в = \frac{D_\omega\left(\Delta_1^2 + \Delta_2^2\right)}{\alpha_o \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2}, \tag{15}$$

$$K_н = \frac{D_\omega}{\sqrt{\delta_o} \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2}. \tag{16}$$

Положим, что, $\delta_0 = 1 - \alpha_0$, $D^{\Delta} = \frac{D_\omega^2}{\Delta_1^2} = \frac{D_\omega^2}{\Delta_2^2}$, тогда с учётом (15) и (16) выражение (14) можно переписать в виде

$$\sigma_э = \frac{\left(\frac{2}{\alpha_o} + \frac{1}{\sqrt{1-\alpha_o}}\right)D^{\Delta}}{2K_{доп}} 100\%. \tag{17}$$

Пример: рассмотрим 10 МИС, защищающих некоторые однотипные объекты. Полагая, что на каждый объект возможно до пяти (включительно) атак, то получим, что $K_{доп} = 50$. При $\alpha_0 = 0{,}1$ из (17) получим $\sigma_э = 21 \cdot D^{\Delta}(\%)$. В спектре стратегий каждого игрока маловероятно появление чистых стратегий, для которых хотя бы для одной стратегии противника, также принадлежащей спектру, наблюдается относительно низкое значение функции его выигрыша. Поэтому для реальных конфликтных ситуаций можно положить, что D^{Δ} не превысит 2-х. Следовательно, в рассматриваемом примере, выигрыш в надёжности обоснования принимаемого решения может достигнуть 42 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Строцев А.А., Иващенко И.Л.* Синтез оптимального управления многопозиционной измерительной системы при поиске группы динамических объектов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. –2005. –Т. 48. №10. – С. 37-45

2. *Строцев А.А.*Теоретико-игровая модель процесса поиска-уклонения в системе «Большая поисковая система – летательный аппарат» // Авиакосмическое приборостроение. 2004. –№2.
3. *Оуэн Г.* Теория игр. // Под ред. А. А. Корбута. Изд. 3-е. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. –216 с.
4. *Мушик Э., Мюллер П.* Методы принятия технических решений. – М.: Мир. – 1990. –354 с.
5. *Строцев А.А.* Построение смешанного расширения матричной игры "неклассического" типа // Известия АН. Теория и системы управления. –№3. 1998. –С.119-124.

Е.А. Вершовский

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕТОДАМИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ

Повсеместное внедрение интеллектуальных систем наблюдения, которыми в настоящее время оснащаются и при помощи которых автоматизируются такие сферы человеческой деятельности как контроль дорожного движения или обработка аэрокосмических снимков, повысило внимание к области обработки изображений. Дальнейшее развитие этой области породило множество подходов, методов и алгоритмов, которые нашли применение в прикладных задачах, где источником является видеосигнал либо статичное изображение. Как правило, такой источник используется автоматизированной интеллектуальной системой, которая анализирует полученный сигнал, обрабатывает его и на основе полученных данных выполняет какие-либо действия.

Автоматизация предварительной обработки изображений дает преимущество в скорости, но заметно уступает в ситуации, когда человек исходя из визуального анализа, принимает решение о том или ином алгоритме повышения качества изображения. С другой стороны, привлечение эксперта, следящего за изображением и вносящего коррективы в используемые методы и алгоритмы, также можно считать нерациональным и не вполне эффективным. Выходом из ситуации можно считать интеллектуальную систему, анализирующую начальное изображение и предлагающую наиболее оптимальные варианты его обработки эксперту или аналитику. Таким образом, за счет автоматического анализа повышается скорость приема входного сигнала, а человеческий фактор вносит элемент оптимальности и качества выполняемой обработки.

Качество изображения определяется большим количеством технических характеристик системы. Например, соотношением сигнал/шум и статистическими характеристиками шума, градационными и спектральными (цветовыми) характеристиками, интервалами дискретизации и т.д. [1]. В частности, одним из параметров, которые определяют качество изображений, является его контрастность. Поскольку изображение имеет сложный сюжетный характер, то это порождает необходимость при определении его