БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Большой энциклопедический словарь. – М.: Большая Российская Энциклопедия, 2002. – 1456 с.
2. *Губко М.В.* Управление организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. – М.: Изд-во ИПУ РАН, 2003. – 140 с.
3. *Оуэн Г.* Теория игр. – М.: Мир, 1971.
4. *Нейман Д., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970. – 707 с.
5. *Shapley L. S.* A value for n-person games. In: Contributions to the Theory of Games II. Princeton University Press: Princeton, 1953, pp.307–317.
6. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976.
7. *Кукушкин Н.С., Морозов В.В.* Теория неантагонистических игр. – М.: Изд-во МГУ, 1984.
8. *Новиков Д. А., Петраков С. Н.* Курс теории организационных систем. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.
9. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексивные игры. – М.: Синтег, 2003. – 160 с.
10. *Rao and M. P. Georgeff.* Formal models and decision procedures for multi-agent systems. Tech. Rep. 61, Australian Artificial Intelligence Institute, Melbourne, Australia, June 1995.
11. *Цетлин М.Л.* Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. – М: Наука, 1969. – 316 с.

УДК 681.3

А.Э. Саак

ЛОКАЛЬНО СИММЕТРИЧНЫЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ РАСПИСАНИЯ

Динамическое программирование планарных расписаний заданного массива координатных прямоугольных тетродов в заданной области Z^2-плоскости – опирается на локальную оптимизацию последовательной аддитивной тетродной графики с целью минимизации внутренних пустот горизонтальной полосы операционного поля вычислительных ресурсов обоего рода – процессорных и временных, и последующей минимизации положения подвижной границы упомянутой полосы [1]. Проблема акселерации указанного динамического алгоритма расписаний и обобщения полосной локации на симметричную локацию аддитивной графики внутри координатного квадранта Z^2-плоскости приводит к необходимости анализа на экстремум локально-симметричных, в том или ином смысле, множеств координатных тетродных элементов.

Элементарно-аддитивная без наложений суперпозиция массива координатных тетродов в пределах координатного объемлющего тетрода составляет задачу планарного расписания по отношению к упомянутому массиву [2]. Мы разделяем данную задачу на две стадии. К первой стадии решения задачи составления планарного расписания относим аддитивную графику массива данных координатных тетродных элементов с минимумом внутренних пустот в построенной суперпозиции и с минимальной площадью объемлющего графику координатного тетрода-выпуклой оболочки аддитивности тетродных координатных элементов. Ко второй стадии – относим алгоритмы, обеспечивающие невыход тетродной графики за пределы области расписания. В данной работе рассматривается первая стадия решения задачи построения планарного расписания. При этом объемлющий координатный тетрод, образующий выпуклую оболочку тетродной аддитивности, принимается в качестве точного объемлющего множества по отношению к упомянутой аддитивности.

Рассмотрим задачу аддитивности двух идентичных координатных тетродов $a \times b \bigcup a \times b$ относительно минимума площади объемлющего координатного тетрода. Локальность массива тетродов позволяет найти оптимум непосредственным сравнением возможных вариантов задачи.

Тогда вертикальный синтез на рис. 1 слева даёт объемлющий тетрод $a \times (b+b)$, а горизонтальный синтез на рис. 1 справа приводит к объемлющему тетроду $(a+a) \times b$ одинаковой площади.

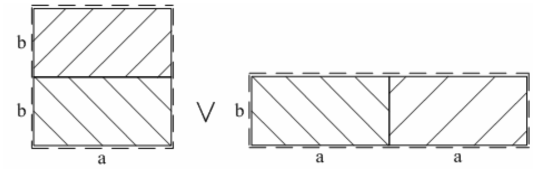


Рис. 1. Варианты аддитивности идентичных координатных тетродов

Рассмотрим задачу аддитивности двух координатных тетродов со свойством транспонированной симметрии $a \times b \bigcup b \times a$, т.е. связью координатных измерений вида $a \times b \to\to b \times a$, также относительно минимума площади объемлющего координатного тетрода. Локальность массива тетродов и в этом случае позволяет найти оптимум непосредственным сравнением. Горизонтальный синтез на рис. 2 слева даёт объемлющий тетрод $(a+b) \times a$, вертикальный синтез на рис. 2 справа приводит к объемлющему тетроду $a \times (a+b)$ одинаковой площади.

Рассмотрим задачу аддитивности двух координатных тетродов со свойством транспонированной симметрии по одному из пары измерений $a \times b \bigcup \beta \times a$, т.е. связью координатных измерений вида $a \times b \to\to \beta \times a$, относительно минимума площади объемлющего координатного тетрода.

Локальность массива тетродов также позволяет найти оптимум непосредственным сравнением возможных вариантов задачи. Пусть имеет место горизонтальное превалирование измерений и площадей тетродов: $a \geq b,\ b \geq \beta$.

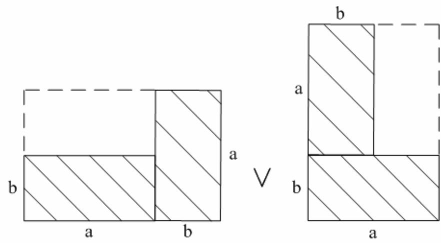


Рис. 2. Варианты аддитивности координатных тетродов со свойством транспонированной симметрии

Тогда горизонтальный синтез на рис. 3 слева даёт объемлющий тетрод $(a+\beta) \times a$, а вертикальный синтез на рис. 3 справа приводит к объемлющему тетроду $a \times (b+a)$ большей площади. При условиях: $a \geq b,\ b < \beta$ свойство оптимальности переходит к вертикальному синтезу. Задача для вертикального превалирования $a < b,\ b \underset{\geq}{<} \beta$, допускает аналогичное рассмотрение вариантов.

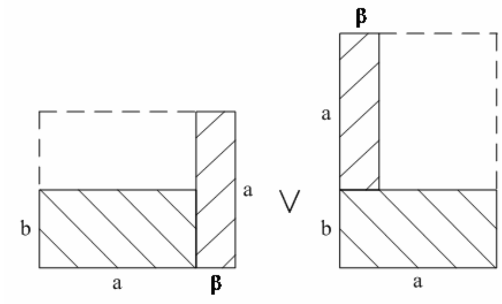


Рис. 3. Варианты аддитивности координатных тетродов

Рассмотрим задачу оптимального расписания двух координатных тетродных элементов $a \times b, \alpha \times \beta, a \geq b$. В зависимости от соотношения остальных параметров оптимальный синтез двух элементов имеет вид горизонтальной или вертикальной суперпозиции (рис. 4).

Задача двух элементов полностью исследована и найдены точные объемлющие тетроды. Пусть при $a \geq b$ выполнены парные неравенства:

1) $b \leq \beta,\ a << \alpha$, а именно, $a \leq \dfrac{b}{\beta}\alpha$;

2) $b > \beta,\ a >> \alpha$, а именно, $a > \dfrac{b}{\beta}\alpha$.

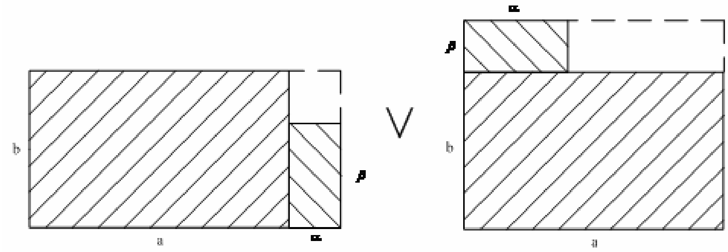


Рис. 4. Варианты оптимального синтеза двух координатных тетродов

При любом из условий 1 или 2 оптимальным является горизонтальный синтез (рис. 5) с точным объемлющим тетродом $(a+\alpha)\times\beta \vee (a+\alpha)\times b$.

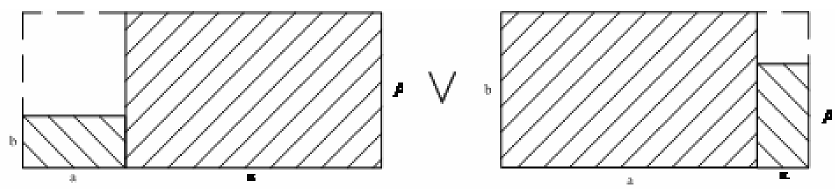
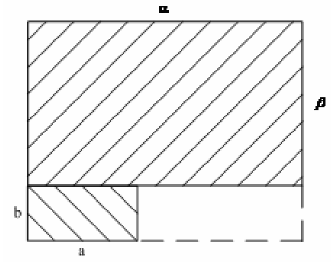


Рис.5. Оптимальность горизонтального синтеза

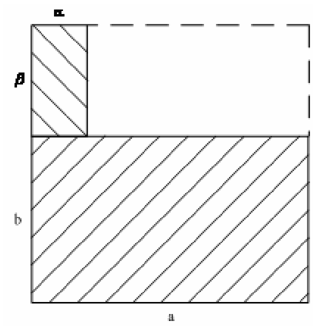
Для доказательства произведём сравнение с вертикальным синтезом. В условиях 1 будем иметь вариант вертикального синтеза (рис. 6).

В условиях 2 аналогично имеем вариант вертикального синтеза (рис. 7).



$$\to\to mes^2 = a(b+\beta) \to\to$$
$$a(b+\beta) - (a+\alpha)\times\beta = ab - \alpha\beta \geq 0$$

Рис. 6. Вариант вертикального синтеза в условиях $a \leq \dfrac{b}{\beta}\alpha$



$$\to\to mes^2 = a(b+\beta) \to\to$$
$$a(b+\beta) - (a+\alpha)\times b = a\beta - \alpha b > 0$$

Рис. 7. Вариант вертикального синтеза в условиях $a > \dfrac{b}{\beta}\alpha$

При анализе предпочтительности вертикального синтеза измерения тетродов меняются ролями. А именно, пусть при прежнем условии $a \geq b$ выполнены парные неравенства:

1) $a \leq \alpha,\ b << \beta$, т.е. $b \leq \dfrac{a}{\alpha}\beta$;

2) $a > \alpha,\ b >> \beta$, т.е. $b > \dfrac{a}{\alpha}\beta$.

При любом из условий 1 или 2 оптимален вертикальный синтез (рис. 8).

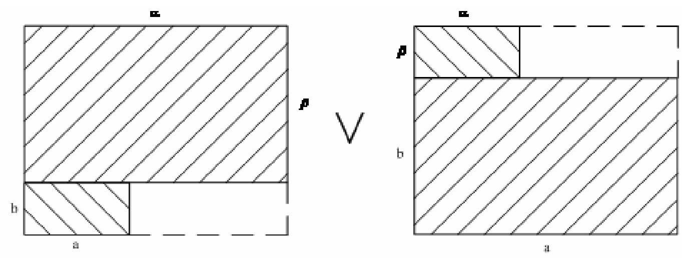


Рис. 8. Оптимальность вертикального синтеза

Дополнив транспонированную пару тетродов третьим координатным тетродным элементом, получим массив $a\times b,\ b\times a,\ \alpha\times\beta$, индуцирующий задачу аддитивности трёх элементов относительно объемлющего координатного тетрода минимальной площади. Рассмотрим данную задачу предыдущим методом локального выбора при условиях: $a \geq b,\ \alpha \geq \beta$, горизонтального превалирования и диодной сравнимости:

$$\left[\frac{\alpha}{a}\right] = 0; 1, \rightarrow\rightarrow \begin{cases} \alpha \le a, \\ a < \alpha < 2a. \end{cases}$$

В первом случае аддитивность разветвляется соотношениями $\beta \le b \vee \beta > b$ и приводит к графике (рис. 9) с объемлющими тетродами $(a+b)\times a$ и $(a+b)\times(b+\beta)$ соответственно. Во втором случае имеем графику одного из видов (рис. 10) соответственно неравенствам $b+\beta > a$ и $b+\beta \le a$.

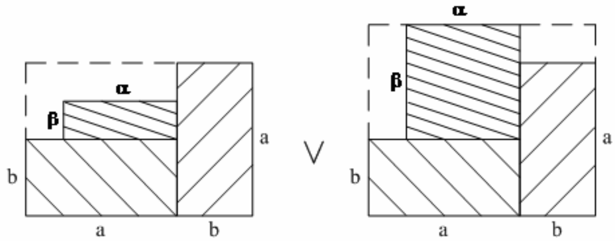


Рис. 9. Аддитивности трёх координатных тетродов для случая $\beta \le b \vee \beta > b$

Объемлющий тетрод равен:

$$(\alpha+b)\times(b+\beta) \text{ при } b+\beta > a,$$
$$(\alpha+b)\times a \text{ при } b+\beta \le a.$$

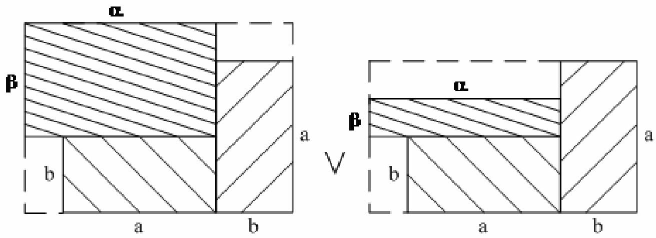


Рис. 10. Аддитивности трёх координатных тетродов
для случая $b+\beta > a$ *и* $b+\beta \le a$

Таким образом, в работе предложен ряд оптимальных планарных расписаний для локальных массивов пары и тройки элементов. На основе модельных локально-оптимальных расписаний строятся аддитивности больших массивов координатных тетродов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бакенрот В.Ю., Чефранов А.Г.* Эффективность приближенных алгоритмов распределения программ в однородной вычислительной системе // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1985, №4. – С. 135-148.
2. *Саак А.Э.* Тетродные отображения в моделировании МВС // Известия ТРТУ. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, № 8, 2006. – С. 221-226.