Было проведено моделирование приведенных схем в ППП OrCad. При использовании технологии с длиной канала 3 мкм, время задержки выходного сигнала относительно входного равно 1 – 4 нс. Величина кванта тока выбиралась в пределах 16 – 30 мкА. Потребляемый ток при напряжении питания 5В составил для инвертора около 20 –36 мкА, для сумматора 80 – 130 мкА, для D-триггера 120 – 200мкА. Все устройства устойчиво работают при 5-кратном изменении напряжения питания.

Приведенные результаты выполненных авторами исследований дают основание утверждать, что линейная алгебра является математическим аппаратом логического синтеза цифровых структур, более мощным, чем булева алгебра, и в сочетании с достигнутым к настоящему времени уровню развития технологии позволяет создавать в рамках единого технологического цикла гибридные (аналогово-цифровые) системы с улучшенными техническими, технологическими и эксплуатационными характеристиками.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Н.И. Чернов.* Линейная алгебра – альтернативный математический аппарат логического синтеза цифровых структур. Настоящий сборник.
2. *Н.И. Чернов.* Линейный синтез цифровых структур АСОиУ: Учебное пособие. − Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. – 118 с.

УДК 62.50

С.В. Василенко

СИНТЕЗ ДИСКРЕТНОГО КВАЗИМОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Большинство энергетических объектов являются нелинейными, поэтому задача синтеза управлений для таких объектов имеет важное значение при решении проблем производства и передачи электрической энергии.

Хорошо известно, что задачу синтеза системы управления для линейных объектов можно довольно легко решить, если предварительно привести уравнения объекта к канонической управляемой форме (КУФ) [1, 2] и построить модальное управление. Аналогичное преобразование переменных состояния можно применять и в случае нелинейных систем, однако это сопряжено с некоторыми трудностями. Как показано в [3], переход к каноническим формам в этом случае осуществляется проще, если уравнения объекта являются дискретными. Когда получены дискретные уравнения нелинейного объекта в КУФ, для него, по аналогии с линейными системами, можно построить квазимодальное управление. Алгоритм построения подобного управления и является темой данной статьи.

Уравнения нелинейной одномерной управляемой дискретной системы в квазилинейной форме имеют вид

$$x_{k+1} = A_k x_k + b_k u_k \,, \tag{1}$$

$$y_k = c_k^T x_k \,,\ k = 0,1,2,\dots \,, \tag{2}$$

где $x_k = x(kT)$, T – период квантования, $A_k = A(x_k)$, $b_k = b(x_k)$, $c_k^T = c^T(x_k)$ – функциональные матрица и векторы, u_k – скалярное управление, y_k – управляемая переменная.

В случае нелинейных дискретных систем типа (1), (2) обычно используется два типа преобразований к каноническим формам. Это преобразования Крылова–Луенбергера по входу или по выходу. В общем случае преобразование переменных заключается в следующем. Предположим, существуют матрицы $S_k = S(x_k)$ ограниченные и неособенные при всех $k = 0,1,2,\ldots$. Положим

$$x_k = S_{k-1}\tilde{x}_k, \qquad x_{k+1} = S_k \tilde{x}_{k+1}, \tag{3}$$

где $\tilde{x}_k$ – новый вектор переменных состояния.

Преобразованные уравнения системы (1), (2) определяются выражениями

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}_k \tilde{x}_k + \tilde{b}_k u_k, \tag{4}$$

$$y_k = \tilde{c}_K^T \tilde{x}_k, \tag{5}$$

где

$$\tilde{A}_k = S_k^{-1} A_k S_{k-1}, \quad \tilde{b}_k = S_k^{-1} b_k, \quad \tilde{c}_k^T = c_k^T S_{k-1}. \tag{6}$$

Здесь S_k^{-1} – матрица обратная к S_k, т.е. такая, что $S_k^{-1} S_k = E$.

Как показано в [3], если взять матрицу преобразования $S_k = P_k$, где

$$P_k = \left[b_k \quad A_k b_{k-1} \quad A_k A_{k-1} b_{k-2} \quad \ldots \quad \left(\prod_{j=0}^{n-2} A_{k-j} \right) b_{k-n+1} \right], \tag{7}$$

то система уравнений (4), (5) принимает каноническую форму Крылова по входу, в которой матрицы и векторы имеют вид:

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & -\chi_{0k} \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & -\chi_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -\chi_{(n-1)k} \end{bmatrix}, \ \tilde{b}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ \tilde{c}_k = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{1k}^T \\ \tilde{c}_{2k}^T \\ \vdots \\ \tilde{c}_{(n-1)k}^T \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Здесь $\chi_{ik} = \chi_i(x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, x_{k-3})$, $\tilde{c}_{ik}^T$ – некоторые нелинейные функции, причем функции χ_{ik} определяются выражениями [3]:

$$\chi_i = -P_{(i+1)k} \left(\prod_{j=0}^{n-1} A_{k-j} \right) b_{k-n}, \quad i = \overline{0, n-1}.$$

Если же матрицу преобразования S_k определить как обратную к матрице

$$T_k^{-1} = \left[(c_k^T)^T \quad (c_{k+1}^T A_{k+1})^T \quad (c_{k+2}^T A_{k+2} A_{k+1})^T \quad \ldots \quad \left(c_{k+n-1}^T \prod_{j=1}^{n-1} A_{k+(n-j)} \right)^T \right]^T, \tag{9}$$

то система уравнений (4), (5) принимает каноническую форму Крылова по выходу, в которой матрицы и векторы имеют вид

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & \dots & -\alpha_{(n-1)k} \end{bmatrix}, \; \tilde{c}_k^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \; \tilde{b}_k = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{1k} \\ \tilde{b}_{2k} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{(n-2)k} \\ \tilde{b}_{(n-1)k} \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Здесь $\alpha_{ik} = \alpha_i(x_{k+2}, x_{k+1}, x_k, x_{k-1})$, $\tilde{b}_{ik}$ – некоторые нелинейные функции, причем функции α_{ik} определяются выражениями [3]:

$$\alpha_i = -c_{k+(n-1)}^T \left(\prod_{j=1}^{n} A_{k+(n-j)} \right) T_{k-1}^{i+1}, \qquad i = \overline{0, n-1}.$$

Однако они не являются ни канонической управляемой формой, которая необходим для синтеза управления, ни канонической наблюдаемой формой. Для получения этих форм необходимо провести второе преобразование.

Для перехода к КУФ сначала проводится преобразование уравнений (1), (2) к канонической форме по входу (6), (7), а затем к полученным уравнениям применяется преобразование Крылова—Луенбергера по выходу (6), (9). Для перехода к КНФ эти преобразования нужно выполнить в обратном порядке.

В данной работе рассматривается задача построения методом преобразования модального управления. Искомое управление имеет вид

$$u_k = -K_k x_k, \qquad (11)$$

при этом матрица замкнутой системы должна иметь заданные собственные числа. Для решения этой задачи необходимо указанным выше способом привести уравнения системы к КУФ. Затем найти управление в преобразованных переменных состояния и вернуться к исходным переменным. Покажем применение данной методики на примере синтеза квазимодального управления для асинхронного электропривода (АЭП).

Упрощенная дискретная модель АЭП имеет вид [4]:

$$\begin{aligned} x_{1k+1} &= x_{1k} + T_0 \mu x^\circ x_{2k}, \\ x_{2k+1} &= x_{2k} - T_0 \alpha x_{2k} + T_0 \alpha M x_{3k}, \qquad (12) \\ x_{3k+1} &= x_{3k} + T_0 \eta_p x^\circ x_{1k} - T_0 \alpha \beta x_{1k} x_{2k} - T_0 \gamma x_{3k} + T_0 \alpha M \frac{x_{3k}^2}{(x^\circ + x_{2k})} + T_0 B u_k, \\ y_k &= x_{1k}, \end{aligned}$$

где x_1 – угловая скорость вращения ротора, x_2 – магнитный поток, x_3 – ток статора, u – напряжение статора, x° – установившееся значение магнитного потока, причём $|x_{2k}| < x^\circ$, $x^\circ > 0$.

Перейдем к матричной квазилинейной форме (1, 2):

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}(x_k) & 0 & a_{33}(x_k) \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u_k, \qquad (13)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k,$$

где $a_{11}=1$, $a_{12}=T_0\mu x^0$, $a_{22}=1-T_0\alpha$, $a_{23}=T_0\alpha M$, $a_{31}(x_k)=T_0\eta_p x^0-T_0\alpha\beta x_{2\,k}$, $a_{33}=1-T_0\gamma+T_0\alpha M\dfrac{x_{3\,k}}{x_{2\,k}}$, $b=T_0\beta$.

В соответствие с предлагаемой методикой выполним преобразование Крылова–Луенбергера по входу. В этом случае, согласно (7), (13), матрица перехода

$$P_k=\begin{bmatrix} b_k & A_k b_{k-1} & A_k A_{k-1} b_{k-2}\end{bmatrix}=$$
$$=\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{12}a_{23}b \\ 0 & a_{23}b & (a_{22}a_{23}+a_{23}a_{33}(x_{k-1}))b \\ b & a_{33}(x_k)b & a_{33}(x_k)a_{33}(x_{k-1})b \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

При этом матрица P_k^{-1} будет иметь вид

$$P_k^{-1}=\begin{bmatrix} \dfrac{a_{33}(x_k)a_{22}}{ba_{23}a_{12}} & -\dfrac{a_{33}(x_k)}{a_{23}b} & \dfrac{1}{b} \\ -\dfrac{a_{22}+a_{33}(x_{k-1})}{a_{23}ba_{12}} & \dfrac{1}{a_{23}b} & 0 \\ \dfrac{1}{a_{23}ba_{12}} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (15)$$

В соответствии с формулами (6), (14), (15) система (13) в новых переменных описывается уравнениями:

$$\tilde{x}_{k+1}=P_k^{-1}A_kP_{k-1}\tilde{x}_k+P_k^{-1}b_ku_k==\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\chi_{0k} \\ 1 & 0 & -\chi_{1k} \\ 0 & 1 & -\chi_{2k}\end{bmatrix}\tilde{x}_k+\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}u_k, \qquad (16)$$
$$y_k=\begin{bmatrix}0 & 0 & a_{12}a_{23}b\end{bmatrix}x_k,$$

где

$$\chi_{0k}=-(a_{33}(x_k)a_{22}a_{11}+a_{31}(x_k)a_{12}a_{23}),$$
$$\chi_{1k}=a_{11}a_{22}+a_{11}a_{33}(x_{k-1})+a_{33}(x_{k-1})a_{22},$$
$$\chi_{2k}=-(a_{11}+a_{22}+a_{33}(x_{k-2})).$$

Далее применим преобразование (6), (9). Для этого сначала найдем матрицу перехода T_k. Согласно (16), (9), матрицы T_k^{-1} и T_k определяются выражениями:

$$T_k^{-1}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\chi_{2(k+1)} \\ 1 & -\chi_{2(k+2)} & -\chi_{1(k+1)}+\chi_{2(k+2)}\chi_{2(k+1)}\end{bmatrix},\ T_k=\begin{bmatrix} \chi_{1(k+1)} & \chi_{2(k+2)} & 1 \\ \chi_{2(k+1)} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad (17)$$

с учетом выражений (17) и χ_{ik}

$$\bar{x}_{k+1}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & -\alpha_{2k}\end{bmatrix}\bar{x}_k+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u_k, \qquad (18)$$
$$y=\begin{bmatrix}c_0 & 0 & 0\end{bmatrix}\bar{x}_k,$$

где

$$\alpha_{0k}=-(a_{11}a_{22}a_{33}(x_k)+a_{12}a_{23}a_{31}(x_k)),$$

$$\alpha_{1k} = a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33}(x_k) + a_{22}a_{33}(x_k),$$
$$\alpha_{2k} = -(a_{11} + a_{22} + a_{33}(x_k)),$$
$$c_0 = a_{12}a_{23}b.$$

Уравнения (18), очевидно имеют каноническую управляемую форму [1].

Для полученной системы (18) синтезируем модальное управление. Закон управления будет иметь вид

$$u_k = -K_k \bar{x}_k, \quad K_k = K_{комп\,k} + K_{мод}, \tag{19}$$

где K_k – вектор коэффициентов управления, $K_{комп\,k}$ – вектор компенсирующий нелинейности системы, $K_{мод}$ – вектор коэффициентов модального управления.

С учетом (18) получим

$$K_{комп\,k} = \begin{bmatrix} -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & -\alpha_{2k} \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Вектор модального управления в преобразованных переменных имеет вид

$$K_{мод} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \tag{21}$$

где λ_i – коэффициенты желаемого характеристического полинома системы. При управлении (11), (19)-(21) уравнения замкнутой системы будут иметь вид

$$\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 \end{bmatrix} \bar{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} g_k. \tag{22}$$

Примем желаемые корни замкнутой дискретной системы $z_1 = 0{,}1$, $z_2 = 0{,}2$, $z_3 = 0{,}3$, и с учетом (19) получим закон управления для системы в КУФ:

$$u_k = \begin{bmatrix} -\alpha_{0k} - 0{,}006 & -\alpha_{1k} + 0{,}11 & -\alpha_{2k} - 0{,}6 \end{bmatrix} \bar{x}_k. \tag{23}$$

Таким образом, задав желаемые коэффициенты λ_i в (19) и совершив обратное преобразование переменных, получим закон для модального управления нелинейной дискретной системой

$$u_k = -K_k P_{k-1}^{-1} T_{k-1}^{-1} x_k. \tag{24}$$

Подставив в (23) численные значения коэффициентов и учтя (24) получим искомый закон модального управления системой (11).

Моделирование синтезированной системы проводилось с помощью пакета прикладных программ MATLAB. Свободное движение переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$ приведено на рис.1.

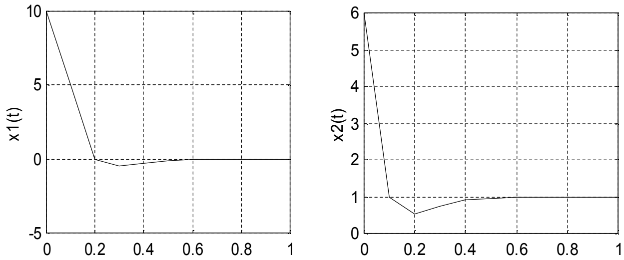

Рис.1. Свободное движение переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$

Как показали исследования, разработанный метод позволяет достаточно легко синтезировать закон управления для широкого класса нелинейных дискретных систем, что особенно важно, так как в области энергетики большинство систем являются нелинейными, а управление в основном осуществляется с помощью цифровой вычислительной техники.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. *Красовского А.А.* – М.: Наука, 1987.
2. *Подчукаев В.А.* Аналитические методы теории автоматического управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
3. *Гайдук А.Р., Василенко С.В.* Приведение нелинейных дискретных систем к форме Крылова – Луенбергера. Известия ТРТУ. Тематический выпуск «Актуальные проблемы производства и потребления электроэнергии». ─ Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. №11(55). ─ С.5-11.
4. *Краснощёченко В.И., Крищенко А.П.* Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. ─ М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.

УДК 621.31.002.5

М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ ПО ДИСКРЕТНЫМ ДАННЫМ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМА

Введение. Начавшееся в 2005 г. создание *системы мониторинга переходных режимов* (СМПР) – *Wide Area Measurement System* (WAMS) в энергообъединении стран СНГ и Балтии (ЕЭС/ОЭС) продиктовано объективной необходимостью Системного оператора Единой энергосистемы в источнике информации, позволяющем сформировать точное представление о динамическом поведении энергосистемы при технологических нарушениях и авариях [0]. Технология векторного измерения параметров на основе *синхрофазоров – Phasor Measurement Units* (PMU) позволяет эффективно дополнить существующую в ЕЭС/ОЭС распределенную систему измерений (SCADA). Появление такой технологии предоставляет возможность устранить недостаток информации о протекании электромеханических переходных процессов, которая очень важна для адекватного анализа динамических свойств энергосистемы. Поэтому при создании первой очереди СМПР задачи верификации динамической модели ЕЭС/ОЭС, идентификации математической модели ЕЭС/ОЭС и мониторинга низкочастотных колебаний в ЕЭС/ОЭС стоят на первом месте при изучении динамики энергообъединения [2, 3].

Таким образом, на сегодняшний день актуальной является научно-техническая задача: по данным СМПР сделать вывод о функционировании энергосистемы в соответствии с ее математической моделью, т.е. идентифицировать модель с реально существующей (функционирующей) системой.

В наиболее широкой постановке проблемы идентификации предполагается наличие случайных факторов, при которых точные измерения невозможны. В более простой постановке идентификация энергосистемы сводится к определению элементов матриц A и B в уравнении динамики: