

Раздел I. Радиотехника, радио- и гидролокация, связь

ББК 32.943

В.А. Алехин, В.В. Шеболков

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИГНАЛОВ С КВАДРАТУРНОЙ АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

В статье оценивается помехоустойчивость приема КАМ-сигналов с прямоугольной конфигурацией созвездия на фоне аддитивного гауссова шума для модуляционного кода с кодовым расстоянием, равным единице. На примере сигнала КАМ-16 и показана методика расчета вероятностей безошибочного приема и вероятностей ошибки для каждого из сигналов созвездия.

Помехоустойчивость; КАМ-сигнал; сигнальное созвездие; КАМ-16; вероятность ошибки.

V.A. Alekhin, V.W. Shebolkhov

QAM-SIGNAL NOISE-IMMUNITY

This article considers noise-immunity QAM-signal rectangular constellation reception and unity modulation code distance on additive Gaussian noise. On QAM-16 signal example is achieved estimation principles for error-probability and no error-probability QAM-signal constellation.

Noise-immunity; QAM-signal; signal constellation; error-probability; QAM-16.

В настоящее время в системах передачи дискретных сигналов широко используют квадратурную амплитудную модуляцию (КАМ), позволяющую существенно увеличить частотную эффективность работы каналов связи.

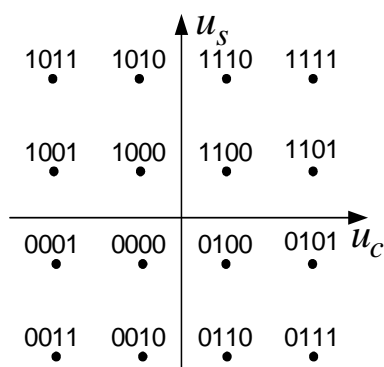


Рис. 1

При этом увеличение позиционности модуляции влечет за собой и существенное снижение помехоустойчивости сигнала, которая зависит не только от отношения сигнал/шум q , но и от конфигурации используемого «созвездия» множества сигналов и модуляционного кода. Конфигурация «созвездия» существенно влияет на сложность построения модулятора и демодулятора КАМ-сигнала.

В качестве модуляционных кодов часто используют рефлексные коды и в частности код Грея. Для минимизации вероятности многократных символьных

ошибок при приеме таких сигналов выбирается модуляционный код, обеспечивающий расстояние Хемминга равное единице между всеми близко расположенными точками «созвездия» сигнального пространства. В общем случае (для произвольных конфигураций «созвездия») решить эту задачу не удастся.

Наиболее просто модулятор и демодулятор реализуются для «созвездия» сигнала с КАМ-16 в форме прямоугольной решетки в координатах квадратурных составляющих сигнала u_c и u_s , (рис. 1). Это «созвездие», соответствующее позиционности модуляции $m_c=16$, представлено 16 точками (координатами концов сигнальных векторов), расположенными в точках пересечения линий прямоугольной решетки. Каждой точке «созвездия» ставится в соответствие комбинация модуляционного кода – квадробит, который при передаче формируется из передаваемой двоичной последовательности. На прямоугольной решетке сигналы, соответствующие комбинациям модуляционного кода, можно расположить таким образом, чтобы расстояние Хемминга между всеми близкорасположенными точками «созвездия» оказалось равным единице.

На рис. 2 изображен первый квадрант сигнального пространства в нормированных значениях напряжения

$x = u_c / \sigma$ и $y = u_s / \sigma$ относительно среднеквадратического значения σ аддитивного нормального шума в канале. Пунктирными линиями на рисунке ограничены допустимые области расположения сигналов. Так, например, если конец вектора $Z_\Sigma = u_\Sigma / \sigma$, представляющего сумму сигнального вектора $Z_1 = u_1 / \sigma$ и вектора шума $Z_u = u_u / \sigma$, окажется внутри квадрата, ограниченного осями координат и линиями $x=x_1$ и $y=y_1$, то принимается верное решение о приеме сигнала u_1 , соответствующего квадробиту 1100 сигнальной точки 1. Если же конец вектора Z_Σ окажется за пределами обозначенного квадрата, например в допустимой области второй точки сигнального пространства, то принимается ложное решение о приеме сигнала u_2 , которому соответствует вторая точка на рис. 2 и квадробит 1101, отличающийся от квадробита точки 1 всего в одном разряде. Вследствие этого при приеме появляется одиночная ошибка в принятом квадробите.

Аналогичная ситуация возникает, если конец вектора Z_Σ попадет в допустимую область окрестности точки 3 сигнального пространства. И в этом случае возникает одиночная ошибка. Если же вектор Z_Σ попадает в допусти-

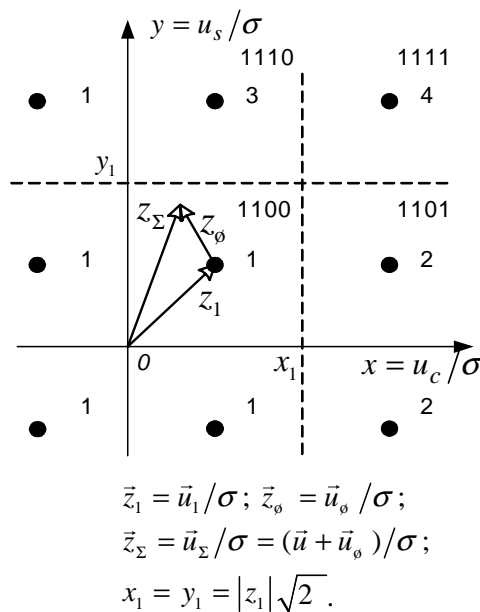


Рис. 2

мую область окрестности точки 4, то будет фиксироваться прием квадробита 1111, отличающегося от квадробита 1100 точки 1 в двух разрядах. Это соответствует двойной ошибке. Старшие два разряда комбинации модуляционного кода определяются номером квадранта, в котором расположены точки созвездия, а младшие – расположением точек внутри квадранта в соответствии с кодом Грея.

Таким образом, распознавание сигналов КАМ-16 можно осуществить путем сравнения с порогами синфазной и квадратурной составляющих принятого элементарного импульса. Соотношение их полярностей определяет квадрант расположения сигнальной точки, а результат сравнения их абсолютных значений с порогами x_1 и y_1 – положение точки внутри квадранта. Этот алгоритм распознавания и формирования комбинаций модуляционного кода можно представить в виде таблицы соответствий (табл. 1), а функциональная схема демодулятора (который может выполнять и функции регенератора), приведена на рис. 3.

Таблица 1

x	y	Квадрант	Старшие биты		x	y	Точка	Младшие биты	
			a ₄	a ₃				a ₂	a ₁
x>0	y>0	1	1	1	x <x ₁	y <y ₁	1	0	0
x<0	y>0	2	1	0	x >x ₁	y <y ₁	2	0	1
x<0	y<0	3	0	0	x <x ₁	y >y ₁	3	1	1
x>0	y<0	4	0	1	x >x ₁	y >y ₁	4	1	0

На рисунке 3 ФОН – формирователь опорного напряжения для фазовых детекторов ФД 1 и ФД 2; БФП – блок определения уровня сигнала и формирования порогов x_1 и y_1 принятия решений; ПУ1 – ПУ4 – пороговые устройства; Т₁ – Т₄ – D-триггеры; БТС – блок тактовой синхронизации; А₁, А₂ – формирователи модулей квадратурных составляющих сигналов.

Вероятность P_i верного распознавания принятого i -го элементарного импульса КАМ-сигнала равна вероятности попадания конца вектора $Z_{\Sigma} = u_{\Sigma} / \sigma$ в допустимую область.

Для точки 1 на рис. 2 – эта область представляет собой квадрат со сторонами равными x_1 и y_1 ; для точки 2 – область, ограниченная линиями $y = y_1$, $x = x_1$ и положительной полуосью x ; для точки 3 – область, ограниченная линиями $y = y_1$, $x = x_1$ и положительной полуосью y ; для точки 4 – область значений $x > x_1$ и $y > y_1$;

Для нормального стационарного шум с независимыми квадратурными компонентами, условную вероятность верного распознавания сигнала, соот-

ветствующего сигнальным точкам 1–4, можно выразить через функцию Крам-

$$\text{па } \Phi(\xi) = \sqrt{2/\pi} \int_0^\xi \exp(-t^2/2) dt .$$

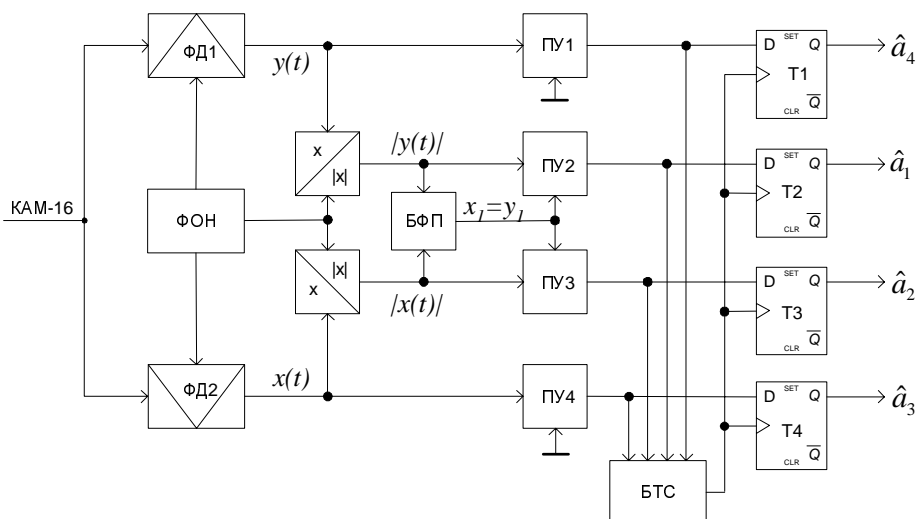


Рис. 3

Принимая во внимание, что операции сравнения с порогами x_1 и y_1 выполняются над абсолютными значениями квадратурных компонентов x и y принимаемого элементарного импульса КАМ-сигнала, а также то, что отношение сигнал/шум q существенно превышает единицу, вероятности верного распознавания сигнальных импульсов, соответствующих точкам 1-4 «созвездия» (рис. 2) можно считать одинаковыми

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0,25(1 + \Phi(x_1/2)) \cdot (1 + \Phi(y_1/2)) .$$

Пороговые значения x_1 и y_1 определяются отношением сигнал/шум по мощности q_1 , соответствующим сигнальной точке 1. Это – меньшее из возможных значений отношения сигнал/шум в «созвездии» КАМ-16.

$$x_1 = y_1 = \sqrt{2} (u_1 / \sigma) = 2u_{1эфф} / \sigma = 2\sqrt{q_1} .$$

где u_1 – амплитудное значение сигнала, $u_{1эфф}$ – эффективное значение, $q_1 = u_{1эфф}^2 / \sigma^2$, σ^2 – дисперсия шума.

Как известно наибольшее количество информации по каналу можно передать, если все элементы «созвездия» сигналов передаются по каналу связи с равными вероятностями.

Следовательно, полная вероятность безошибочного приема $P_{БП}$ сигналов с КАМ-16 будет равна

$$P_{БП} = 0,25(1 + \Phi(\sqrt{q_1}))^2 .$$

Элементарные импульсы КАМ-сигнала, соответствующие точкам 2 и 3 «созвездия», характеризуются большей энергией, чем импульсы точки 1. Из рисунка 2 легко найти $u_2 = u_3 = \sqrt{5}u_1$ и $u_4 = 3u_1$. Соответственно отношения сигнал/шум в этих точках будет

$$q_2 = q_3 = 5q_1 \quad \text{и} \quad q_4 = 9q_1.$$

Учитывая равновероятное появление элементарных импульсов, соответствующих точкам «созвездия» в реальном сигнале, можно определить среднее значение отношения сигнал/шум

$$q = 0,25(q_1 + q_2 + q_2 + q_4) = 5q_1$$

и выразить через него $P_{БП}$

$$P_{БП} = 0,25 \left(1 + \Phi \left(\sqrt{0,2q} \right) \right)^2.$$

Выразим через $P_{БП}$ вероятность появления произвольной ошибки

$$P_{ош} = 1 - P_{БП}.$$

Вероятность одиночной ошибки для сигнальной точки 1 соответствует вероятности переходов конца вектора Z_Σ в допустимые области точек 3 и 2 первого квадранта

$$P_1(1) = 1 - \Phi \left(\sqrt{0,2q} \right).$$

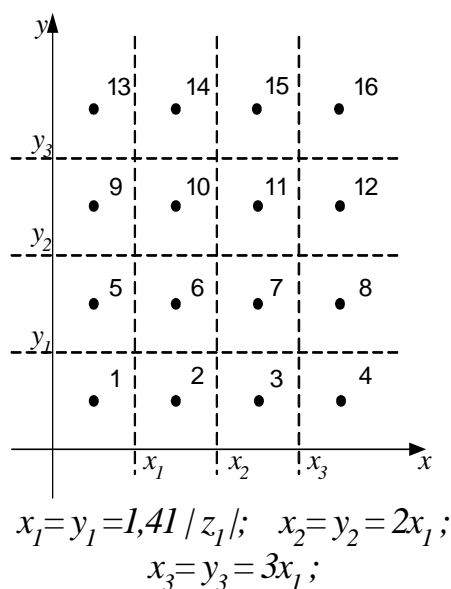


Рис. 4

Аналогично для сигнальной точки 2 одиночная ошибка соответствует переходу конца вектора Z_Σ в допустимые области точек 1 и 4 первого квадранта и вероятность ее появления будет такой же как и для сигнальной точки 1:

$$P_2(1) = P_1(1).$$

Для сигнальной точки 3 вероятность $P_3(1)$ будет такой же как и $P_2(1)$.

Для сигнальной точки 4 одиночная ошибка возникает при переходе конца вектора Z_Σ в допустимые области точек 3 и 2 первого квадранта, поэтому

$$P_4(1) = P_1(1).$$

Вероятности $P_1(1)$, $P_2(1)$, $P_3(1)$ и $P_4(1)$ являются условными (ошибки возникают при передаче соответствующего сигнала «созвездия»).

Полная вероятность одиночной ошибки должна учитывать вероятности появления в реальном сигнале элементарных импульсов, соответствующих сигнальным точкам 1-4 «созвездия» КАМ-16. Эти априорные вероятности одинаковы и равны 0,25 для каждой точки. Поэтому полная вероятность одиночной ошибки равна $P(1) = (1 - \Phi(\sqrt{0,2q}))$.

Приведенная методика анализа помехоустойчивости КАМ-сигналов с «созвездием» сигнальных точек на прямоугольной решетке и модуляционным кодом Грея может быть распространена на более высокую позиционность КАМ-сигнала. Например, при КАМ-64 расположение сигнальных точек «созвездия» в первом квадранте приведено на рисунке 4, а комбинации модуляционного кода, соответствующие всем точкам «созвездия», показаны в табл. 2.

Табл. 3 содержит параметры сигнальных точек первого квадранта КАМ-64, а в табл. 4 приведены значения порогов $x_1=y_1$; $x_2=y_2$; $x_3=y_3$ принятия решений при распознавании сигналов.

На основании содержания табл. 3 и 4 определена зависимость среднего значения отношения сигнал/шум q от его минимального значения q_1 в точке 1.

$$q=21q_1.$$

Вероятность безошибочного приема можно вычислить по формуле

$$P_{БП} = \frac{1}{16} [9\Phi(\sqrt{q/21}) + 6\Phi(\sqrt{q/21}) + 1],$$
 а вероятность одиночной

$$\text{ошибки} - P(1) = \frac{1}{16} (1 - \Phi(\sqrt{q/21})).$$

Таблица 2

Квадрант	Код квадранта	Точка «созвездия» в квадранте	Комбинация кода в квадранте
	$a_6 a_5$		$a_4 a_3 a_2 a_1$
1	1 1	1	0 0 1 1
		2	0 0 1 0
		3	0 1 1 0
		4	0 1 1 1
		5	0 0 0 1
2	1 0	6	0 0 0 0
		7	0 1 0 0
		8	0 1 0 1
		9	1 0 0 1
3	0 0	10	1 0 0 0
		11	1 1 0 0
		12	1 1 0 1
		13	1 0 1 1
		14	1 0 1 0
4	0 1	15	1 1 1 0
		16	1 1 1 1

Таблица 3

Точка «созвездия»	Отношение сигнал / шум q_i	Априорная вероятность	Условная вероятность безошибочного приема	Условная вероятность одиночной ошибки
1	q_1	1/16	$0,25(1+\Phi(\sqrt{q_1}))^2$	$(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
2	$5q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
3	$13q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
4	$25q_1$	1/16	$0,25(1+\Phi(\sqrt{q_1}))^2$	$(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
5	$5q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
6	$9q_1$	1/16	$\Phi^2(\sqrt{q_1})$	$2(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
7	$17q_1$	1/16	$\Phi^2(\sqrt{q_1})$	$2(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
8	$29q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
9	$13q_1$	1/16	$0,5\hat{\Phi}(\sqrt{q_1})(1+\hat{\Phi}(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
10	$17q_1$	1/16	$\Phi^2(\sqrt{q_1})$	$2(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
11	$25q_1$	1/16	$\Phi^2(\sqrt{q_1})$	$2(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
12	$37q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
13	$25q_1$	1/16	$0,25(1+\Phi(\sqrt{q_1}))^2$	$(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
14	$29q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
15	$37q_1$	1/16	$0,5\Phi(\sqrt{q_1})(1+\Phi(\sqrt{q_1}))$	$1,5(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$
16	$49q_1$	1/16	$0,25(1+\Phi(\sqrt{q_1}))^2$	$(1-(\Phi(\sqrt{q_1})))$

Таблица 4

Значения порогов принятия решений		
$x_1=y_1$	$x_2=y_2$	$x_3=y_3$
$2\sqrt{q_1}$	$4\sqrt{q_1}$	$6\sqrt{q_1}$

Рассмотренная методика оценки помехоустойчивости может быть распространена на созвездия сигналов более сложных конфигураций и для дру-

гих модуляционных кодов. Однако алгоритмы их демодуляции существенно сложнее рассмотренных и выражения для оценки помехоустойчивости будут соответственно более громоздкими.

Алехин Владимир Алексеевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: rts@tsure.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 8(8634)630-333.

Кафедра радиотехнических и телекоммуникационных систем.

Доцент.

Шеболков Виктор Васильевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail victor.sheb@gmail.com.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 8(8634)624-427.

Кафедра радиотехнических и телекоммуникационных систем.

Доцент.

Alekhin Vladimir Alekseevitch

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: rts@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 8(8634)630-333.

The Department of Radio Engineering and Telecommunication Systems.

Associate professor.

Shebolkhov Victor.W.

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail victor.sheb@gmail.com.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 8(8634)624-427.

The Department of Radio Engineering and Telecommunication Systems.

Associate professor.