Раздел VII. Электроэнергетика

УДК 536.2

Д.М. Матяшов

ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА ПРИ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗАЩИЩЕННОГО ЭЛЕКТРОМАШИННОГО КОМПЛЕКСА

В работе приводится решение задачи нестационарной теплопроводности по определению температурного поля в полом двухслойном толстостенном цилиндре. Решение получено методом разделения переменных и позволяет определить температурный режим подземных сооружений для различных условий функционирования оборудования.

Прогноз; температура; электромашинный комплекс; теплопроводность; цилиндр.

D.M. Matyashov

FORECAST OF AIR TEMPERATURE DURING LONG-TERM OPERATION OF PROTECTED ELECTRIC MACHINE COMPLEX

The solution of non-stationary temperature field determination problem in a hollow double-layer thick-walled cylinder is given in an article. The solution is obtained by the variable separation method and makes it possible to determine temperature regime of underground structures at a different modes of operation of equipment.

Forecast; temperature; electric machine complex; thermal conductivity; cylinder.

При долговременной эксплуатации защищенных электромашинных комплексов (ЭМК) для обеспечения устойчивой работы оборудования необходимо знать, как изменяется температура воздуха внутри сооружения ЭМК с течением времени. Особенно актуальным является вопрос оценки температуры воздушной среды при отключении системы обеспечения температурно-влажностного режима ЭМК (при изоляции ЭМК от внешней среды, аварии, неисправности систем).

Целью данной работы является представление результатов разработанной методики оценки температурного режима ЭМК размещённого в шахтном цилиндрическом сооружении.

Слой бетона, образующий строительную часть сооружения, принимаем изотропным по всей глубине ЭМК. При допущении, что на некотором расстоянии от ЭМК температура грунта не меняется с течением времени, приходим к задаче определения температурного поля в полом двухслойном цилиндре конечных размеров, на внешних границах которого температура постоянна.

Рассмотрим полый двухслойный цилиндр конечных размеров, размещенный в однородной среде с постоянной температурой. В полости цилиндра температура постоянная, отличная от начального распределения температуры внутри цилиндра. В некоторый момент времени начинает действовать источник тепла постоянной мощности (электромашины комплекса). Требуется найти распределение температуры в цилиндре в любой момент времени.

Задача делится на два этапа. На первом этапе известна температура на внутренней и внешней поверхностях цилиндра (граничные условия 1 рода), на втором этапе во внутренней полости размещен источник тепла постоянной мощности (граничное условие 3 рода).

Для решения задачи необходимо найти распределение температуры в неограниченном цилиндре и неограниченной пластине, далее с использованием метода суперпозиции находится общее решение.

Дифференциальное уравнение (ДУ) теплопроводности в цилиндрических координатах на первом этапе запишется следующим образом:

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial r}\right)=\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \tau}, \tag{1}$$

где $i=1{,}2$ – номер слоя; a_i – температуропроводность i-го слоя; $T_i(\tau,r)$ – температура в i-м слое; r – радиус ; τ – время.

Краевые условия следующие:

$$T(0,r)=T_0; \tag{2}$$

$$T(\tau,r_0)=T_{â}; \tag{3}$$

$$T_2(\tau,r_0+\delta)=T_{\text{гр}}; \tag{4}$$

$$\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial r}\bigg|_{r_0+\delta_1}=\lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial r}\bigg|_{r_0+\delta_1}; \tag{5}$$

$$T_1\big|_{r_0+\delta_1}=T_2\big|_{r_0+\delta_1}, \tag{6}$$

где T_0 – начальная температура цилиндра; $T_{\text{в}}$ – температура среды в полости цилиндра; $T_{гр}$ – температура среды на внешней поверхности цилиндра; r_0 – внутренний радиус цилиндра; δ – толщина цилиндра; δ_1 – толщина первого слоя; λ_1, λ_2 – коэффициенты теплопроводности слоев.

Решение ищется в виде суммы частного решения неоднородного ДУ (1) и общего решения однородного ДУ вида

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial r}\right)=0. \tag{7}$$

Для отыскания частного решения уравнения (1) воспользуемся методом разделения переменных и представим искомую функцию в виде

$$N_i(\tau,r) = Z_i(\tau)\cdot X_i(r). \qquad (8)$$

Здесь $$X_i(r) = \sum_{j=1}^{\infty}\left[A_{i,j}J_0(\mu_j r) + B_{i,j}Y_0(\mu_j r)\right]; \qquad (9)$$

$$Z_i(\tau) = \sum_{j=1}^{\infty}\exp\left(-a_i\mu_j^2\tau\right); \qquad (10)$$

μ_j – собственные числа задачи; $J_0(\mu_j r), Y_0(\mu_j r)$ – функции Бесселя первого рода нулевого порядка.

Подставив (8) в граничные условия (3)-(6) и учтя, что $J_0^{'}(z) = -J_1(z)$, $Y_0^{'}(z) = -Y_1(z)$ [1], получим определитель для нахождения собственных чисел характеристического уравнения, который имеет вид

$$\begin{vmatrix} J_0(\mu r_0) & Y_0(\mu r_0) & 0 & 0 \\ J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) \\ \lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & \lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_2 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_2 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) \\ 0 & 0 & J_0(\mu(r_0+\delta)) & Y_0(\mu(r_0+\delta)) \end{vmatrix}. \qquad (11)$$

Система имеет решение, отличное от тривиального, только когда определитель (11) равен нулю.

Решая определитель относительно μ, определим собственные числа задачи.

Необходимо найти коэффициенты A_j, B_j в (9) для каждого из μ_j. Выразив B_j через A_j и воспользовавшись условием ортогональности функций, получим

$$A_{i,j} = \frac{\int\limits_{r_0}^{r+\delta} r\left(T(0,r) - T_i(r)\right)\left[J_0(\mu_j r) - Y_0(\mu_j r)\cdot\frac{J_0(\mu_j r_0)}{Y_0(\mu_j r_0)}\right]dr}{\int\limits_{r_0}^{r+\delta} r\left(J_0(\mu_j r) - Y_0(\mu_j r)\cdot\frac{J_0(\mu_j r_0)}{Y_0(\mu_j r_0)}\right)^2 dr}. \qquad (12)$$

Здесь $T_i(r)$ - распределение температуры в стационарном режиме.

Интегрирование (12) проводится численным методом.

Для определения $T_i(r)$ решим (7), решение представим в виде

$$T_i(r) = A_i \ln r + B_i. \qquad (13)$$

Подставив (13) в (3)-(6), получим

$$A_2 = \frac{T_в - T_{гр}}{\ln\left(\frac{r_0+\delta_1}{r_0}\right)\cdot\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \ln\left(\frac{r_0+\delta_1}{r_0+\delta}\right)};$$

$$A_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}A_2;$$

$$B_1 = T_в - A_1\ln(r_0);$$

$$B_2 = T_{гр} - A_2\ln(r_0+\delta).$$

Распределение температуры в неограниченном цилиндре при постоянной температуре в полости запишется как:

$$T_{cyl}(\tau,r) = \begin{cases} T_1(r) + N_1(\tau,r) \text{ если } r_0 \le r \le (r_0+\delta_1); \\ T_2(r) + N_2(\tau,r) \text{ если } (r_0+\delta_1) \le r \le (r_0+\delta). \end{cases} \quad (14)$$

Решение для неограниченной пластины приведено в [2]. В соответствии с принципом сложной суперпозиции [3] относительная температура ограниченного цилиндра представляется как произведение относительных температур бесконечных цилиндра и пластины.

На втором этапе решения задачи ДУ теплопроводности для неограниченного цилиндра имеет вид

$$-a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial r}\right) + \frac{\omega}{\tilde{n}_i\rho_i} = \frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \tau}, \quad (15)$$

где ω – мощность источника тепла; c_i, ρ_i – соответственно удельная теплоемкость и плотность i-го слоя.

Краевые условия следующие:

$$T(0,r) = T_{cyl}(\tau,r); \quad (16)$$

$$-\lambda_1\left.\frac{\partial T_1}{\partial r}\right|_{r_0} + \alpha(T_в - T(\tau,r_0)) = 0; \quad (17)$$

$$T_2(\tau, r_0+\delta) = T_{гр}; \quad (18)$$

$$\lambda_1\left.\frac{\partial T_1}{\partial r}\right|_{r_0+\delta_1} = \lambda_2\left.\frac{\partial T_2}{\partial r}\right|_{r_0+\delta_1}; \quad (19)$$

$$T_1\big|_{r_0+\delta_1} = T_2\big|_{r_0+\delta_1} \quad (20)$$

Согласно [4] при свободной конвекции на вертикальной стенке коэффициент теплоотдачи равен

$$\alpha(\tau) = 1{,}66\cdot\sqrt[3]{(T_в(\tau) - T(\tau,r_0))} \quad (21)$$

Перенесем в (15) свободный член в правую часть уравнения. Тогда решение уравнения (15) запишется как сумма общего решения уравнения (7) и частного решения уравнения (15) при граничных условиях (17-20). Общее решение (7) с учетом (21) запишется как

$$T_i(r) = A_i \ln r + B_i \,, \tag{22}$$

где

$$A_1 = -\frac{(\alpha(\tau))^4}{1{,}66^3} \cdot \frac{r_0}{\lambda_1}\,;$$

$$A_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} A_1$$

Коэффициенты B_1, B_2 находятся так же, как и на первом этапе решения.

Частное решение уравнения (15) ищется в виде

$$P(\tau, r) = H(\tau, r) + G(r),$$

где $H(\tau, r)$ – частное решение уравнения (1) при краевых условиях (16-20); $G(r)$ – частное решение уравнения вида

$$a_i \left(\frac{\partial^2 T_i(\tau, r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i(\tau, r)}{\partial r} \right) = \frac{\omega}{c_i \rho_i}\,. \tag{23}$$

Решение (23) отыскивается в виде

$$R_i(r) = A_i \ln r + B_i + C_i r^2\,. \tag{24}$$

Подставляя (24) в (23), получим

$$C_i = \frac{\omega}{4 a_i c_i \rho_i} = \frac{\omega}{4\lambda_i}\,,$$

где λ_i – коэффициент теплопроводности i -го слоя.

Подставив (24) в граничные условия (17-20), получим

$$A_1 = \frac{(\alpha(\tau))^4}{1{,}66^3} \cdot \frac{r_0}{\lambda_1} - 2C_1 r_0^2\,;$$

$$A_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\left(A_1 + 2C_1 (r+\delta_1)^2\right) - 2C_2 (r+\delta_1)^2\,;$$

$$B_2 = T_{гр} - A_2 \ln(r_0 + \delta) - C_2 (r+\delta)^2\,;$$

$$B_1 = B_2 + A_2 \ln(r_0 + \delta_1) + C_2 (r+\delta_1)^2 - A_1 \ln(r_0+\delta_1) - C_1 (r+\delta_1)^2\,.$$

Частное решение уравнения (23) равно

$$G(r)=\begin{cases}R_1(r)\ \text{если}\ r_0\le r\le(r_0+\delta_1);\\ R_2(r)\ \text{если}\ (r_0+\delta_1)\le r\le(r_0+\delta).\end{cases}$$

При отыскании $H(\tau,r)$, являющегося решением уравнения (1), определитель запишется в виде

$$\begin{vmatrix} J_1(\mu r_0) & Y_1(\mu r_0) & 0 & 0\\ J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -Y_0(\mu(r_0+\delta_1))\\ \lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & \lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_2 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_2 Y_1(\mu(r_0+\delta_1))\\ 0 & 0 & J_0(\mu(r_0+\delta)) & Y_0(\mu(r_0+\delta)) \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты A_j равны

$$A_{i,j}=\frac{\int\limits_{r_0}^{r+\delta} r\left(T_{cyl}(\tau,r)-T_i(r)\right)\left[J_0(\mu_j r)-Y_0(\mu_j r)\cdot\frac{J_1(\mu_j r_0)}{Y_1(\mu_j r_0)}\right]dr}{\int\limits_{r_0}^{r+\delta} r\left(J_0(\mu_j r)-Y_0(\mu_j r)\cdot\frac{J_1(\mu_j r_0)}{Y_1(\mu_j r_0)}\right)^2 dr}.$$

Тогда

$$H_i(\tau,r)=\sum_{j=1}^{\infty}A_{i,j}\left[J_0(\mu_j r)-Y_0(\mu_j r)\frac{J_0(\mu_j(r_0+\delta))}{Y_0(\mu_j(r_0+\delta))}\right]\cdot\exp\left(-\mu_j^2 a_i\tau\right).$$

Общее решение уравнения (15) запишется следующим образом:

$$T_i(\tau,r)=H_i(\tau,r)+G(r)+T_i(r).$$

Зная коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке сооружения подземного ЭМК, можно найти температуру стенки в любой момент времени, откуда с использованием (21) выражается температура воздуха в сооружении. Таким образом, было получено аналитическое выражение для температурного поля двухслойного полого цилиндра конечных размеров, внутри которого действует источник постоянной мощности. Полученные результаты позволяют прогнозировать изменение температуры воздуха в сооружении ЭМК и определить время устойчивой работы оборудования комплекса при работе в аварийном режиме.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бейтмен Г. , Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. - М.: Наука, 1966. – 296 с.
2. *Беляев Н.М., Рядно А.А.* Методы теории теплопроводности. Учебное пособие. Ч. I. – М.: Высшая школа, 1982. – 327 с.
3. *Пехович А.И., Жидких В.М.* Расчеты теплового режима твердых тел. – Л.: Энергия, 1976. – 352 с.
4. *Богословский В.Н.* Строительная теплофизика. – М.: Высшая школа, 1982. – 460 с.

Матяшов Денис Михайлович
Ростовский военный институт Ракетных войск.
E-mail: matyashov.denis@gmail.com.
344038, Ростов-на-Дону, пр. Нагибина, 24/50.
Тел.: 8-904-3413407.

Matyashov Denis Mikhailovich
Rostov Military Institute.
E-mail: matyashov.denis@gmail.com.
24/50, Nagibina, 344038, Rostov-na-Donu, Rassia
Phone: 8-904-3413407.

УДК 621. 375

Н.К. Полуянович

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматривается метод и алгоритм определения расстояния до места локального дефекта изоляции и сопротивления этого дефекта без отключения оборудования по изменению параметров рабочего режима электрооборудования.

Дефект; повреждение изоляции; релейная защита; алгоритм.

N.K. Poluyanovich

THE DEVELOPMENT OF THE DISTRIBUTIVE NET RELAY PROTECTION ALGORITHM ON THE BASE OF THE MATHEMATICAL MODEL

The paper represents the method and algorithm of the distance definition to the local isolation defect and resistance of the defect without switching off the equipment for the parameters variation of the electric equipment operation mode.

Defect; isolation damage; relay protection; algorithm.

Надежность работы распределительных сетей в инфраструктуре передачи и распределения электроэнергии определяет бесперебойность поставки электроэнергии потребителю. Распространенным видом повреждения в распределительных сетях являются однофазные замыкания на землю (ОЗЗ), которые заканчиваются пробоем изоляции в ее ослабленных местах. Состояние изоляции электроустановок осуществляется путем оценки значения напряжения и (или) тока нулевой последовательности (ТНП). При таком методе контроля (асимметры, трансформаторы ТНП) позволяют обнаружить повреждения изоляции на завершающих стадиях их развития, например, глубоких несиммет-