

Zhornik Victoria Aleksandrovna

Taganrog State Pedagogical Institute.

E-mail: zhornik@land.ru.

48, Initsyativnaya str., Taganrog, 347900, Russia, Phone: (8634)601807.

Assistant professor, PhD.

Прокопенко Юрий Александрович

Таганрогский государственный педагогический институт.

E-mail: uranum83@mail.ru.

347900, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48, тел.: (8634)601807.

Ассистент.

Prokopenko Yury Aleksandrovich

Taganrog State Pedagogical Institute.

E-mail: uranum83@mail.ru.

48, Initsyativnaya str., Taganrog, 347900, Russia, Phone: (8634)601807.

Assistant.

УДК 539.04

В.А. Жорник, А.А. Ященко**РАЗВИТИЕ ТРЕЩИНОПОДОБНЫХ ДЕФЕКТОВ В ЭЛЕМЕНТАХ
КОНСТРУКЦИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ МЕДИЦИНСКИХ
ПРИБОРОВ***

Рассматривается развитие трещиноподобного дефекта дискообразной формы под действием термоупругих напряжений в элементах конструкций медицинских приборов. Показано, что мельчайший внутренний дефект при термообработке может вырасти скачком до размеров опасных при дальнейшей эксплуатации.

Температура; термоупругие напряжения; дискообразная трещина; коэффициент интенсивности напряжений.

V.A. Zhornik, A.A. Yashchenko**CRACK-LIKE DEFECT PROPAGATION IN CONSTRUCTIVE ELEMENTS OF
MEDICAL APPARATUSES OF CYLINDRICAL SHAPE**

Crack-like penny-shaped defect propagation under thermoelastic stresses in constructive elements of medical apparatuses is considered. It is shown that the smallest inner defect under heat treatment may grow jump-like up to the sizes dangerous for further use.

Temperature; thermal stresses; penny-shaped crack; stress intensity factor.

В процессе нанесения упрочняющих, восстанавливающих и антикоррозионных покрытий на рабочие поверхности элементов конструкций они довольно

* Работа одного из авторов, Жорник В.А., выполнена при поддержке гранта «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE) Министерства образования и науки Российской Федерации и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF) (код проекта Р.Н.П. 2.22.3.10012).

часто подвергаются тепловому воздействию. Это приводит к высоким нестационарным температурным градиентам и, как следствие, к термоупругим напряжениям, которые, усиливаясь вблизи трещиноподобных дефектов, способствуют их росту. Таким образом, упрочнение рабочей поверхности детали может привести к значительному уменьшению прочности в других ее областях. В связи с этим возникает очень важный вопрос о том, каким образом следует вести нагрев детали, чтобы вообще исключить такое прорастание дефекта или, по крайней мере, остановить его на стадии размера, не опасного для дальнейшей эксплуатации.

В качестве модели для исследования в работе выбран сплошной цилиндр радиуса r_c конечной длины ℓ со свободными теплоизолированными торцами и со свободной от нагрузок соосной дискообразной трещиной радиуса rd , расположенной в середине цилиндра. Кроме того, цилиндр, имеющий постоянную начальную температуру T_0 , заключен в тонкую оболочку (покрытие) толщины $d \ll r_c$, свободную от внешних нагрузок, нагреваемую по всей поверхности путем теплообмена со средой постоянной температуры $\square > T_0$. В этом случае тепловые потоки радиальные, и трещина не оказывает никакого влияния на процесс распространения тепла в цилиндре.

При рассмотрении задачи предполагается, что оболочка имеет скользящую заделку, т.е. поверхности цилиндра и оболочки на контакте свободно проскальзывают друг относительно друга в осевом направлении. Поэтому цилиндр должен сам себя уравнивать в осевом направлении. Предполагается, что оболочка жесткая и, следовательно, на контакте имеют место нулевые радиальные перемещения и касательные напряжения. При решении задачи цилиндрическая система координат r, \square, z с осью z , направленной вдоль оси цилиндра.

Решение задачи термоупругости вдали от торцов представляется в виде суммы двух решений

$$\sigma_{ij}(r, z, t) = \sigma_{ij}^T(r, z, t) + \sigma_{ij}^P(r, z, t), \quad (1)$$

$$u_i(r, z, t) = u_i^T(r, z, t) + u_i^P(r, z, t). \quad (2)$$

Первое решение с началом координат на одном из торцов цилиндра $\sigma_{ij}^T(r, z, t)$, $u_i^T(r, z, t)$, рассматриваемое в предположении отсутствия трещины, удовлетворяет уравнениям термоупругости для конечного цилиндра. Это решение удовлетворяет всем граничным условиям, за исключением условий на берегах трещины, которые нагружены нагрузкой $\sigma_{zz}^T(r, \ell/2, t)$.

Температурное поле в цилиндре имеет вид [1]

$$\frac{T(r, z, t) - T_0}{\theta - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} A_{nk} e^{-\left(y_n^2 + x_k^2 \frac{t}{\ell^2}\right) Fo} J_0\left(y_n \frac{r}{r_c}\right) \cos x_k \frac{z}{\ell}, \quad (3)$$

$$\text{где } A_{nk} = 4Bi \frac{\sin x_k}{x_k} \left\{ \left(y_n^2 + Bi^2 \right) J_0(y_n) \left[1 + \frac{\sin 2x_k}{2x_k} \right] \right\}^{-1}. \quad (4)$$

Здесь y_n – корни трансцендентного уравнения

$$yJ_1(y) = BiJ_0(y), \quad (5)$$

где $Bi = \frac{\alpha_0}{\lambda_T} r_c \frac{1}{1 + \alpha_0 d / \lambda_0}$ – критерий Био; λ_T, λ_0 – теплопроводности материалов цилиндра и оболочки соответственно; α_0 – коэффициент теплообмена между поверхностью оболочки и средой; $J_0(y), J_1(y)$ – функции Бесселя от действительного аргумента первого рода нулевого и первого порядка соответственно,

$Fo = at/r_c^2$ – критерий Фурье; $a = \lambda_T / \rho_V c_V$ – температуропроводность цилиндра, ρ_V – плотность материала цилиндра, c_V – его удельная теплоемкость, $x_k = k\pi, k=0,1,2,\dots$

Осевое напряжение $\sigma_{zz}^T(r, \ell/2, Fo)$, которое понадобится в дальнейшем, имеет вид:

$$\sigma_{zz}^*(\rho, Fo) = \frac{\sigma_{zz}^T\left(\frac{r}{2}, t\right)(1-\nu)}{\alpha_T E(\theta - T_0)} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A_{nk} y_n e^{-\left(y_n^2 + x_k^2 \frac{r_c^2}{\ell^2}\right) Fo}}{\left(y_n^2 + x_k^2 \frac{r_c^2}{\ell^2}\right)} \left\{ y_n J_0\left(y_n \frac{r}{r_c}\right) - J_1(y_n) \frac{\frac{x_k}{\ell} r_c I_0\left(x_k \frac{r}{\ell}\right)}{I_1\left(x_k \frac{r_c}{\ell}\right)} \right\} \cos \frac{x_k}{2} \tag{6}$$

где $\rho = r/r_c$; E – модуль упругости материала цилиндра, ν – коэффициент Пуассона, α_T – коэффициент термического расширения материала цилиндра.

Осевое перемещение $u_z^T(r, \ell/2, t)$ в среднем сечении (области расположения трещины) вследствие симметрии задачи равно нулю.

На рис. 1 пунктирными линиями представлены распределения безразмерных осевых напряжений $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$ по сечению цилиндра ρ в зависимости от безразмерного времени Fo для случая, когда стальной цилиндр ($\lambda_1 = 50 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) радиуса $r_c = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и длиной $\ell = 10^{-1} \text{ м}$ покрыт бронзой ($\lambda_0 = 100 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) толщины $d = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $\alpha_0 = 3,75 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$. В этом случае критерий Био $Bi=15$.

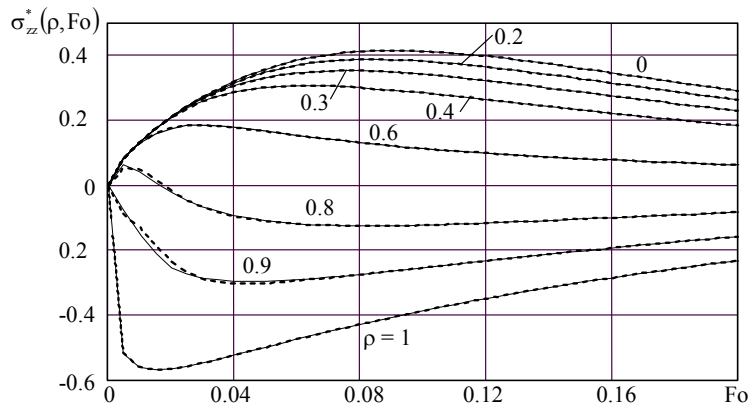


Рис. 1. Распределение осевых напряжений по сечению цилиндра в зависимости от времени

Второе решение изотермической теории упругости $\sigma_{ij}^P(r, z, t), u_i^P(r, z, t)$ в сумме с первым должно удовлетворять всем граничным условиям, в том числе и на берегах дискообразной трещины.

В этой задаче граничные условия для полубесконечного цилиндра (одна из двух частей довольно длинного цилиндра, разрезанного плоскостью расположения дискообразной трещины) с началом координат в центре дискообразной трещины задаются в следующем виде:

1) на поверхности цилиндра:

$$\sigma_{zr}^P(r, z, t) = 0, r = r_c, 0 < z < \infty, t > 0, \quad (7)$$

$$u_r^P(r, z, t) = 0, r = r_c, 0 < z < \infty, t > 0. \quad (8)$$

2) на торце:

$$\sigma_{zz}^P(r, z, t) = 0, 0 < r < r_c, z = 0, t > 0, \quad (9)$$

которое является сквозным, а также смешанное граничное условие

$$\sigma_{zz}^P(r, z, t) = -\sigma_{zz}^T(r, z, t), 0 < r < r_d, z = 0, t > 0, \quad (10)$$

$$u_z^P(r, z, t) = 0, r_d < r < r_c, z = 0, t > 0. \quad (11)$$

Поставленная задача (7)-(11) сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода относительно функции $\Phi(\tau, Fo)$, имеющего вид:

$$\Phi^*(\tau, Fo) - \int_0^\alpha \Phi^*(v, Fo) K(\tau, v) dv = \int_0^\tau \frac{\sigma_{zz}^*(\rho, Fo) \rho d\rho}{\sqrt{\tau^2 - \rho^2}}, 0 < \tau < \alpha, Fo > 0, \quad (12)$$

где $\alpha = r_d/r_c$ – относительный радиус дискообразной трещины;

$K(\tau, v) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{K_1(\xi)}{I_1(\xi)} \text{sh } \xi \tau \text{sh } \xi v d\xi$ – ядро интегрального уравнения.

Для решения этого уравнения осевое напряжение $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$ аппроксимируется полиномом четной степени ρ от 0^{II} до 8^{II} степени

$$\sigma_{zz}^*(\rho, Fo) = \frac{\sigma_{zz}^T(\rho, Fo)(1 - \nu)}{\alpha_T E(\theta - T_0)} = \sum_{i=0}^4 A_{2i}(Fo) \rho^{2i}, \quad (13)$$

На рис. 1 аппроксимированные безразмерные напряжения $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$ изображены сплошными линиями. Как видно из графиков, аппроксимация довольно точная.

Представляя искомую функцию $\Phi^*(\tau, Fo)$ в виде

$$\Phi^*(\tau, Fo) = \sum_{i=0}^4 \Phi_{2i}(\tau) A_{2i}(Fo), \quad (14)$$

интегральное уравнение для i -го члена запишем в виде

$$\Phi_{2i}(\tau) - \int_0^\alpha \Phi_{2i}(v) K(\tau, v) dv = \int_0^\tau \frac{\rho^{2i+1} d\rho}{\sqrt{\tau^2 - \rho^2}}. \quad (15)$$

Уравнение (15) решалось методом последовательных приближений до десятого приближения для $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

На рис. 2 изображены зависимости функций $\Phi_{2i}(\square)$ от \square для различных i (от 0 до 4).

На основании полученных выражений рассчитывается коэффициент интенсивности напряжений (КИН) $KI(\alpha, Fo)$, который управляет ростом трещины. Если окажется, что $KI(\alpha, Fo)$ меньше трещиностойкости (критического КИН, вязкости разрушения) KIC – постоянной материала, то трещина не растет, если больше, то она будет расти. КИН определяется следующей зависимостью [2]:

$$\frac{K_1(\alpha, F_0)(1-\nu)}{\alpha_T E(\theta - T_0)} = \sqrt{r_c} \lim_{\rho \rightarrow \alpha^+} \sqrt{\rho - \alpha} \sigma_{zz}^*(\rho, 0, F_0). \quad (16)$$

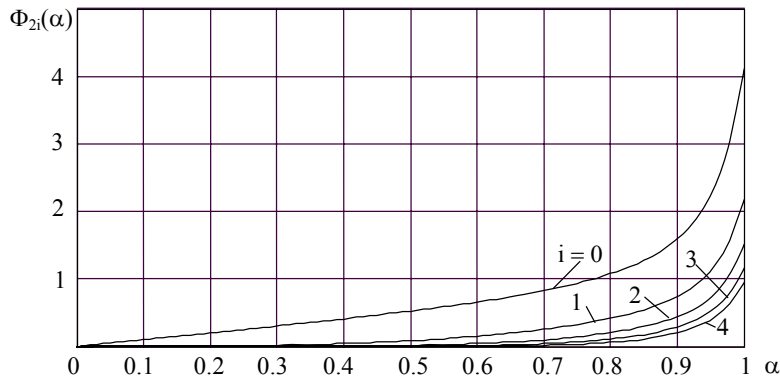


Рис. 2. Зависимость $\Phi_{2i}(\alpha)$ от относительного размера дискообразной трещины для различных нагрузок на берегах трещины

В работе [3] показывается, что $K_1(\alpha, F_0)$ выражается через $\Phi^*(\tau, F_0)$ следующей зависимостью

$$\frac{K_1(\alpha, F_0)(1-\nu)}{\alpha_T E(\theta - T_0)} = \sqrt{2r_c} \frac{1}{\pi\sqrt{\alpha}} \Phi^*(\alpha, F_0). \quad (17)$$

Подставив (14) в (17), получим окончательное выражение для безразмерного КИН $K_1^*(\alpha, F_0)$

$$K_1^*(\alpha, F_0) = \frac{K_1(\alpha, F_0)(1-\nu)\pi}{\sqrt{2r_c} \alpha_T E(\theta - T_0)} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sum_{i=0}^4 A_{2i}(F_0) \Phi_{2i}(\alpha), \quad (18)$$

где $A_{2i}(F_0)$ – определяется соотношением (14).

На рис. 3 приведены зависимости $K_1^*(\alpha, F_0)$ от времени F_0 при различных размерах трещины, соответствующие напряжениям, изображенным на рис. 1 и 2.

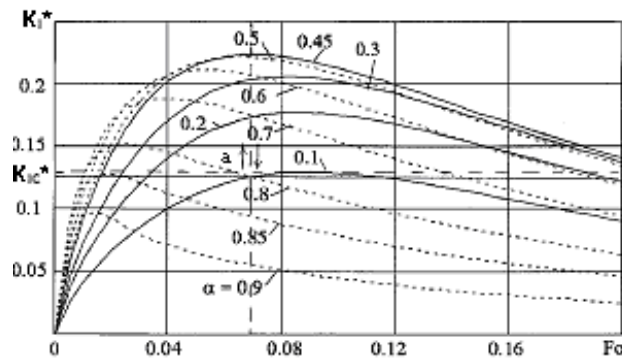


Рис. 3. Зависимость КИН от времени для различных размеров дискообразной трещины

Проанализируем результаты расчета $K_1^*(\alpha, Fo)$, приведенные на рис. 3, задав постоянную материала цилиндра трещиностойкость $K_{IC}^* = 0,125$. Тогда очень малая дискообразная трещина, например относительного размера $\alpha = 0,1$ ($\alpha = 0,5$ мм) покинтся до времени $Fo \sim 0,067$ (точка а на рис. 3), далее в этот момент времени она растет скачком (см. вертикальные стрелки в точке а) до размера 0,8 (цилиндр лопнул). Однако незначительное увеличение начальной температуры T_0 или снижение температуры нагреваемой среды θ , приведет к увеличению $K_1^*(\alpha, Fo) \geq 0,13$ (см. горизонтальную пунктирную линию на рис. 3). В этом случае дискообразная трещина размера $\alpha = 0,1$ расти не будет.

Снижение коэффициента теплообмена α_0 приводит к уменьшению градиентов температур и температурных напряжений, а значит, и к уменьшению КИН, что также благоприятно сказывается на поведении трещины в термообрабатываемых деталях. Описанное выше прорастание трещины необходимо учитывать при различных термообработках рабочих поверхностей цилиндрических деталей, так как в процессе эксплуатации такой «упрочненной» детали развившиеся внутри невидимые трещины могут привести к разрушению этого изделия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zhornik V.A., Prokopenko Yu.A., Rybinskaya A.A., Savochka P.A. Ring-shaped crack propagation in a cylinder under nonsteady cooling // High Performance Structures and Materials III. – WIT Press Southampton U.K., Boston USA, 2006, P. 521-526.
2. Sneddon I.N., Tait R.J. The effect of a penny shaped crack on the distribution of stress in a long circular cylinder // Int. J. Engng. Sci. 1963. V. 1, P. 351- 406.
3. Жорник А.И. Термоупругие процессы, происходящие в твердых телах с трещиноподобными дефектами. – Таганрог: Изд-во Таганрогского госпединститута, 2002. – 259 с.

Жорник Виктория Александровна

Таганрогский государственный педагогический институт.

E-mail: zhornik@land.ru.

347900, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48, тел.: (8634)601807.

Доцент, к.ф.-м.н.

Zhornik Victoria Aleksandrovna

Taganrog State Pedagogical Institute.

E-mail: zhornik@land.ru.

48, Initsyativnaya str., Taganrog, 347900, Russia, Phone: (8634)601807.

Assistant professor, PhD.

Ященко Алла Алексеевна

Таганрогский государственный педагогический институт.

E-mail: uranum83@mail.ru.

347900, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48, тел.: (8634)601807.

Соискатель.

Yashchenko Alla Alekseevna

Taganrog State Pedagogical Institute.

E-mail: uranum83@mail.ru.

48, Initsyativnaya str., Taganrog, 347900, Russia, Phone: (8634)601807.

Assistant.