

УДК 620.9: 519.2

Е.Ю. Косенко, В.Ю. Евтушенко

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ**

*Рассматривается один из возможных подходов к построению моделей энергопотребления на основе анализа статистической информации. Полученные прогнозные оценки могут быть использованы для анализа и планирования электроэнергетических балансов предприятия.*

*Модель; анализ; предприятие.*

E.J. Kosenko, V.J. Evtushenko

**PROBABILITY MODELS OF THE POWER CONSUMPTION**

*One of possible approaches to construction of models of power consumption on the basis of the analysis of the statistical information is considered. The received look-ahead estimations can be used for the analysis and planning of electropower balances of the enterprise.*

*Model; analysis; enterprise.*

Процесс электропотребления следует рассматривать как случайный многофакторный процесс [1]. Входные параметры, смена состояний процесса функционирования, его выходные параметры могут быть описаны случайными распределениями. Процесс электропотребления относится к классу стохастических процессов. Рассмотрим виды моделей, которые могут быть применены для описания процесса электропотребления на основе вероятностного подхода. Основой прогноза электропотребления промышленного предприятия являются статистические данные об электропотреблении за предшествующий период и различные методы прогноза.

Наиболее часто при прогнозировании используются два подхода. В одном случае используются временные ряды электропотребления соответствующих подразделений за период предыстории, на основе которых оцениваются параметры модели авторегрессии вида [2]:

$$W_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 W_{t-1} + \hat{a}_2 W_{t-2} + \dots + \hat{a}_p W_{t-p} + e_t, \quad (1)$$

где  $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p$  – параметры модели, получаемые в результате обработки имеющихся статистических данных временных рядов электропотребления  $W_t, W_{t-1}, \dots$ ;  $e_t$  – ошибка прогнозирования, т.е. расхождение (невязка) между значением  $\hat{W}_t$ , вычисленным по модели и реальным значением  $W_t$  электропотребления.

При другом подходе определяется регрессионная модель, связывающая величину электропотребления с номенклатурой и количеством выпущенной продукции. В этом случае именующиеся статистические данные используют для оценивания параметров регрессионной модели вида

$$W = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \Pi_1 + \hat{b}_2 \Pi_2 + \dots + \hat{b}_k \Pi_k + e, \quad (2)$$

где  $\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_k$  – параметры регрессивной модели, полученные в результате обработки статистических данных об электропотреблении  $W$ , номенклатуре и количестве выпущенных за тот же период изделий  $П_1, П_2, \dots, П_k$ ;  $e$  – ошибка модели (невязка).

Модели (1) и (2) используют для прогнозирования электропотребления подразделений предприятия  $\hat{W}_t$ . Критерием пригодности моделей прогноза является требуемая точность прогнозных значений  $\hat{W}_t$  на периоде упреждения.

Если сумма прогнозных значений  $\hat{W}_t$  существенно расходится с прогнозным значением предприятия на заданном периоде упреждения, то возникает необходимость в поиске более совершенных моделей прогноза.

Электропотребление любого подразделения предприятия находится во взаимосвязи с аналогичными параметрами других его подразделений в силу технологических и организационно-экономических взаимосвязей функционирования. Поэтому значения электропотреблений подразделений являются системой взаимосвязанных параметров. Для описания тесноты этой взаимосвязи может быть использована корреляционная матрица статистических данных электропотребления подразделений предприятия периода предыстории, которая, как правило, обладает свойством статистической устойчивости. Для учета взаимосвязей параметров какой-либо системы, основанного на анализе свойств корреляционной матрицы, применяют методы факторного анализа (МФА) [3]. Он включает два метода: главных факторов и главных компонент.

При использовании МФА исходной является корреляционная матрица измеренных величин электропотребления подразделений предприятия, число которых может быть значительным. Математическая модель системы рассматриваемых параметров, в таком случае, получается большой размерности. Ее анализ, толкование и использование для прогноза затруднено. Снижение размерности системы достигается применением методов факторного анализа.

Суть преобразований МФА состоит в том, что число исходных взаимосвязанных параметров  $W_i$  заменяется существенно меньшим количеством неявных параметров, которые, в зависимости от принятого метода, называются либо главными факторами, либо главными компонентами. При этом точность определения целевой функции прогноза и управления остается в задаваемых пределах. На практике целесообразно применять метод главных компонент, как имеющий более высокий уровень формализации вычислительных процедур.

В методе главных компонент (МГК) каждый исходный параметр  $Z_i$  (нормированное значение  $i$ -й координаты графика электрической нагрузки) разлагается на главные компоненты, которые являются собственными векторами корреляционной матрицы  $R$ . Выделение главных компонент  $K_j$  осуществляется путем математической обработки матрицы  $R$ .

Математическая модель в методе главных компонент имеет вид

$$Z_i = a_{i1}K_1 + a_{i2}K_2 + \dots + a_{im}K_m, \quad (3)$$

где  $Z_i$  – нормированное значение электропотребления подразделения предприятия;  $K_j$  – главные компоненты, выделенные из матрицы  $R$ . На практике бывает достаточно выделить несколько первых  $m$  главных компонент ( $j = 1, 2, \dots, m$ ); причем  $m \ll n$ ; ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $n$  – число подразделений предприятия; коэффициенты модели  $a_{ij}$  называются нагрузками соответствующих компонент на исходные параметры  $Z_i$ .

Элементами исходной корреляционной матрицы являются коэффициенты парной корреляции между графиками нагрузок подразделений предприятия:

$$r_{ij} = \frac{1}{(N-1)S_{\{w_i\}}S_{\{w_j\}}} \sum_{k=0}^N (W_{ki} - \bar{W}_i)(W_{kj} - \bar{W}_j), \quad (4)$$

где  $r_{ij}$  – коэффициент парной корреляции между графиками нагрузок  $i$ -го и  $j$ -го подразделения предприятия;  $\bar{W}_i, \bar{W}_j$  – средние значения электропотреблений  $i$ -го и  $j$ -го подразделения предприятия соответственно;  $W_{ki}, W_{kj}$  –  $k$ -е ординаты графиков нагрузок  $i$ -го и  $j$ -го подразделения предприятия соответственно;  $S_{\{w_i\}}, S_{\{w_j\}}$  – стандартные отклонения электропотреблений  $i$ -го и  $j$ -го подразделения предприятия соответственно.

Задача заключается в отыскании коэффициентов  $a_{ij}$  модели (4), которые могут быть записаны в матричном виде

$$R = AA^T, \quad (5)$$

где  $R$  – исходная матрица корреляций с элементами (4);

$A$  – матрица нагрузок компонент;

$A^T$  – матрица транспонированная к  $A$ .

Для известной левой части (5) нужно найти такую матрицу  $A$ , которая при умножении справа на матрицу, транспонированную к ней, удовлетворяла бы условию (5). Элементы искомой матрицы  $A$  являются коэффициентами в модели главных компонент (3). Исходная корреляционная матрица, стоящая в левой части (5), с элементами (4), вычисляется по формуле

$$R = \frac{1}{N-1} Z^T Z, \quad (6)$$

где  $Z$  – матрица исходных данных электропотребления в нормированных значениях;  $Z^T$  – матрица транспонированная к  $Z$ .

На главной диагонали матрицы  $R$  всегда стоят единицы, что является следствием нормирования исходных значений электропотребления. Сумма элементов главной диагонали составляет величину полной дисперсии.

Матрица  $A$ , удовлетворяющая условию (5), может быть найдена путем вычисления собственных значений  $\lambda_j$  и собственных векторов  $\alpha_j$  корреляционной матрицы  $R$ . Компоненты общей дисперсии системы исходных параметров запишутся:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^N a_{ij}^2, \quad (7)$$

где  $\lambda_j$  – собственные значения матрицы  $R$ , ( $j=1,2,\dots,N$ ),  $a_{ij}$  – элементы матрицы  $A$ ;  $N$  – число подразделений предприятия, причем  $\sum \lambda_j = N$ .

Каждому  $\lambda_j$  соответствует свой собственный вектор  $\alpha_j$ , размерность которого равна числу подразделений предприятия. Вычисления производятся с использованием ЭВМ (в частности пакета прикладных программ MatLab).

Для выделения первой компоненты вычисляются собственное число  $\lambda_1$  и собственный вектор  $\alpha_1$  с элементами  $\alpha_{1,1}; \alpha_{2,1}; \alpha_{3,1}; \dots \alpha_{N,1}$ . Вектор  $\alpha_1$  преобразуется в нормированный вектор  $c_1$  путем нормирования элементов по формуле

$$c_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{\sqrt{\sum \alpha_{ij}^2}}, \quad (8)$$

где  $i$  – номер подразделения;  $j$  – номер компоненты.

Нагрузка  $j$ -й компоненты для  $i$ -го подразделения предприятия находится по формуле

$$\alpha_{ij} = c_{ij} \sqrt{\lambda_j} \quad (9)$$

Вектор нагрузок первой компоненты  $A_1 (\alpha_{1,1}; \alpha_{2,1}; \alpha_{3,1}; \dots \alpha_{N,1})$  используется для вычисления матрицы воспроизводимых корреляций первой выделенной компонентой

$$R_1 = A_1 A_1^T \quad (10)$$

Разница между корреляционной матрицей  $R$  и корреляционной матрицей  $R_1$  составляет матрицу остаточных корреляций  $R_{ocm1}$ .

$$R_{ocm1} = (R - R_1), \quad (11)$$

которая соответствует корреляциям, воспроизводимым остальным, пока не выделенным компонентам.

Путем вычисления собственных значений и собственных векторов матрицы  $R_{ocm1}$  находится матрица нагрузок  $A_2$  второй компоненты, которая воспроизводит свою долю корреляций:

$$R_2 = A_2 A_2^T \quad (12)$$

А доля остаточных корреляций после выделения второй компоненты определяется как

$$R_{\text{ндо } 2} = (R_{\text{ндо } 2} - A_2 A_2^T) = R - (A_1 A_2)(A_1 A_2)^T \quad (13)$$

По  $R_{ocm2}$  выделяется третья компонента с матрицей нагрузок  $A_3$  и, аналогично, все остальные компоненты, общее число которых равно числу подразделений предприятия. Однако для дальнейших вычислений берутся не все возможные компоненты, а несколько первых, которые в сумме объясняют значи-

тельную часть дисперсии исходной матрицы, например, 70 - 80%. Число  $m$  этих, принимаемых во внимание компонент, невелико, как правило, существенно меньше числа подразделений предприятия ( $m \ll n$ ). Кроме того, выделенные компоненты не коррелированы между собой, так как вычисляются по остаточным матрицам, каждая по своей. Поэтому компоненты образуют систему ортогональных векторов, что является важным преимуществом их перед системой взаимосвязанных векторов исходных параметров при прогнозировании.

Модель (3) позволяет выразить значение  $Z_i$  – уровень электропотребления подразделений предприятия через выделенные компоненты  $K_j$  и их нагрузки  $a_{ij}$ . Причем имеет место однозначное соответствие между уровнями  $\tau$  первичных параметров  $Z_a$  и одновременными уровнями компонент  $K_a$ . Модель, описывающая зависимость уровней компонент через уровни исходной совокупности параметров, получают путем регрессии каждой компоненты на исходные параметры:

$$K_a = b_{1j}Z_{\tau 1} + b_{2j}Z_{\tau 2} + \dots + b_{mj}Z_{\tau m}, \quad (14)$$

где  $K_a$  – уровень  $j$ -ой компоненты, соответствующий ординатам графиков подразделений предприятия в момент  $\tau$ ,  $b_1, b_2, \dots, b_n$  – коэффициенты модели регрессии, которые могут быть определены через известные матрицы.

$$B^T = A^T R^{-1}, \quad (15)$$

где  $A^T$  – матрица, транспонированная к матрице компонентных нагрузок;  $R^{-1}$  – обратная матрица коэффициентов корреляции исходных параметров;  $B^T$  – матрица, транспонированная к матрице  $B$  – исходных коэффициентов модели (14).

Подстановкой уровней исходных временных рядов  $Z_\tau$  всех  $i$ -подразделений предприятия и найденных коэффициентов  $b_{ij}$  вычисляются временные ряды учитываемых компонент  $K_j$  на периоде предыстории.

Полученные временные ряды компонент  $K_j$  разлагаются на составляющие: тренда, сезонной (или периодической) слагаемой, авторегрессионной слагаемой и ошибку:

$$K_j = T_j + S_j + A_j + e, \quad (16)$$

где  $T_j$  – составляющая тренда, модель которой в данной работе получается аппроксимацией временного ряда компоненты  $K_j$  многочленами Чебышева;  $S_j$  – периодическая составляющая, модель которой получается разложением ряда на гармонические составляющие;  $A_j$  – авторегрессионная составляющая, модель которой получается из остатков ряда  $K_j$  после вычитания модельных уровней  $T_j$  и  $S_j$ . Это модель типа (1).  $e$  – ошибка прогнозирования.

Прогнозные значения на период упреждения  $\hat{K}_j$  вычисляются для каждой компоненты по моделям всех трех слагаемых, входящих в формулу (16).

Подстановкой вычисленных прогнозных значений  $\hat{K}_j$  в модель (3) находят прогнозные значения уровней электропотребления  $\hat{Z}_j$  подразделений предприятия на тот же период упреждения.

Полученные значения могут быть использованы для анализа и планирования электроэнергетических балансов предприятия, на основе которых будут задаваться режимы электропотребления отдельных подразделений.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Степанов В.П. Методы вероятностного моделирования в расчётах характеристик электрических нагрузок потребителей. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 128 с.
2. Клетов В.И. Основы автоматизации систем управления электроснабжением. – Киров: Изд-во Вят ГУ, 2005.
3. Лоул Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод. – М., 1967.

#### **Евтушенко Валентин Юрьевич**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге  
E-mail: fin\_val\_iv@tsure.ru  
347928, Таганрог, ГСП 17А, Некрасовский, 44. Тел: 88634-371-689

#### **Косенко Евгений Юрьевич**

E-mail: kosenko@tsure.ru  
Тел: 88634-371-689

#### **Evtushenko Valentine Jurevich**

Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"  
E-mail: fin\_val\_iv@tsure.ru  
44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928. Tel: 88634-371-689

#### **Kosenko Evgenie Jurevich**

E-mail: kosenko@tsure.ru  
Tel: 88634-371-689