Раздел III. Методы искусственного интеллекта

УДК 681.518

Е.В. Заргарян

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА НЕЧЕТКОЙ МАКСИМИЗАЦИИ НЕЗАВИСИМЫХ КРИТЕРИЕВ

Выполнена общая постановка многокритериальной задачи нечеткой оптимизации, в которой все нечеткие критерии нечетко независимы по предпочтению. Определено отношение нечеткого нестрогого предпочтения.

Критерии; нечеткая оптимизация.

E.V. Zargarjan

TASK OF NOT EXACT OF INDEPENDENT CRITERIA MAXIMIZATION

The general raising of task of not exact optimization in which all not exact criteria of not exact are independent on a preference is executed. The relation of not exact preference is certain.

Criteria; not expressly optimization.

Почти всякая сложная практическая задача принятия решения (и индивидуального, и тем более группового) является многокритериальной. В связи с этим особое значение в настоящее время приобретает бурно развивающаяся теория принятия решений при наличии многих критериев. Одним из основных, фундаментальных понятий этой теории является понятие оптимального по Парето, или эффективного решения. Оно представляет собой обобщение понятия точки максимума числовой функции на случай нескольких функций: решение Парето-оптимально, если значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев.

Концепция принятия (выработки) решения в качестве первичного элемента деятельности рассматривает решение как сознательный выбор одной из ряда альтернатив, называемых, в зависимости от их конкретного содержания, стратегиями, планами, вариантами и т. п. Этот выбор производит лицо, принимающее решение и стремящееся к достижению определенных целей. В роли такого лица выступают отдельные люди или группы людей, обладающие правами выбора решения и несущие ответственность за его последствия.

Применение математических методов при принятии решений в задачах распределения энергии, оптимизации затрат на получении энергии предполагает построение подходящей математической модели, формализовано представляющей проблемную ситуацию, т. е. ситуацию выбора решения. Для задач принятия решений (задач оптимизации) в условиях определенности, когда случайные и неопределенные факторы отсутствуют, компонентами такой модели являются множество X всех (альтернативных) решений, из которых и надлежит произвести выбор одного наилучшего, или оптимального решения, и описание предпочтений лица, принимающего решение. Для того чтобы была обеспечена возможность (свобода) выбора, множество X должно содержать не менее двух решений.

При решении задач распределения энергии, оптимизации затрат на получение энергии следует учитывать не один, а несколько критериев, которые обозначим через $f_1, f_2, ..., f_m$. Вводить обобщенный интегральный критерий не всегда удается по многим соображениям, в частности, их технологической нестыковки, назначения, области определения и прочее. Тем не менее необходимо так организовать управление, чтобы найти оптимальное равновесие среди значений критериев $f_1, f_2, ..., f_m$, таким образом, чтобы любое «улучшение» одного критерия вызывало «ухудшение» остальных. Данная классическая задача оптимизации связана с нахождением равновесия по Парето.

В классической многокритериальной задаче оптимизации [1] сравнение решений по предпочтительности осуществляется не непосредственно, а при помощи заданных на множестве $X=X_1\times X_2\times\ldots\times X_m$ числовых функций $f_1, f_2, ..., f_m$, называемых критериями (показателями качества или эффективности, критериальными функциями, целевыми функциями и т.п.), причем множество X_i – область определения критерии f_i. Широко известны разные методы поиска решений при задании числовых функций $f_1, f_2, ..., f_m$. В работе [1] критерии принято называть *частными*.

Задача многокритериальной оптимизации существенно усложняется, если критерии $f_1, f_2, ..., f_m$ задают в условиях неопределенности. Задание критериев $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, .., \tilde{f}_m$ в условиях неопределенности может быть осуществлено разными способами:

- в виде нечеткого интервала [2]: Интервалы задаются четверкой параметров $M=(\underline{m}, \overline{m}, \alpha, \beta)$, где $\underline{m}$ и $\overline{m}$ – соответственно нижнее и верхнее модальное значение интервала, а α и β представляют собой левый и правый коэффициент нечеткости.

- в виде лингвистических переменных [3]: Лингвистическая переменная в общем случае задается набором:

$$<\beta, T(\beta), D, G, M>.$$

где β_i – название i-й лингвистической переменной – "i-й параметр состояния"; $T(\beta_i)$ – терм-множество лингвистической переменной β_i; DI – область определения лингвистической переменной β_i, так что $D = D1\times D2\times\ldots\times DN$; G_i – синтаксическое правило, порождающее наименования $\alpha^i_j \in T(\beta_i)$ вербальных значений лингвистических переменных β_i; M_i – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной $\alpha^i_j \in T(\beta_i)$ нечеткое множество $\tilde{C}(\alpha^i_j)$ – смысл нечеткой переменной α^i_j.

- в виде нечетких функций, т.е. в виде нечеткого уравнения, коэффициенты или переменные которого являются нечеткими множествами.

Пусть показатели качества задаются на вербальном уровне и представляются в виде функций нечетких переменных или в виде лингвистической переменной. Для каждого критерия $\tilde{f}_i$ на числовой прямой X экспертами задаются функции принадлежности нечетких переменных, которые определяется в соответствии с содержательным смыслом этого критерия.

Нечеткие частные критерии $\tilde{f}_i$ образуют нечеткий векторный критерий $f = \{\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, .., \tilde{f}_m\}$. Выбор нечеткого оптимального решения из множества всех решений H сводится к выбору нечеткой оптимальной оценки из множества нечетко достижимых оценок

$$\tilde{Y} = \tilde{f}(X) = \{y \in E^m \mid y = \tilde{f}(x),\ x \in X_i\},$$

где E^m – m-мерное критериальное пространство.

В зависимости от структуры множества X и свойств функций $\tilde{f}_i$ для удобства исследования можно выделить различные классы многокритериальных задач. Так, если множество X содержит конечное число элементов, то задача называется *нечетко конечной.* Если X исчислимо, т.е. конечно или же счетное, то – *нечетко дискретной.* Если у каждого вектора x из X все компоненты – целые числа, то задача называется *нечетко целочисленной.* Если X выпукло, а все $\tilde{f}_i$ – нечетко вогнутые функции, то задача называется *нечетко вогнутой.* Если X – полиэдральное множество (т.е. «вырезано» из E^n конечной системой линейных нечетких неравенств и равенств), а все $\tilde{f}_i$ нечетко линейны, то многокритериальная задача является *нечетко линейной.*

Дальнейшее решение задач нечеткой оптимизации связано с установлением нечеткого равновесия нечетких критериев $\tilde{f}_i$.

Если задан нечеткий частный критерий $\tilde{f}_i$, то каждое решение для $x \in X$ характеризуется нечеткой функцией $y = \tilde{f}(x)$. Выбор нечеткого оптимального решения сводится к выбору нечеткой оптимальной оценки из множества $\tilde{Y}$ всех нечетко достижимых оценок.

При четком задании критериев широко применяется способ описания предпочтений в виде бинарных отношений.

Бинарные отношения применяют для описания предпочтений, попарных связей разного характера между объектами любой природы. Б*инарным отношением р* на множестве A называется подмножество множества $A^2=A\times A$, т.е. совокупность упорядоченных пар (a,b), где $a,b\in A$. Если $(a,b)\in p$, то говорят, что a и b находятся в отношении p, и что записывают – apb [4].

Бинарное отношение может быть задано и как нечеткое отношение $\tilde{p}$ на множестве $A^2=A\times A$ в виде совокупности пар $<\mu_{a,b}/(a,b)>$, где $\mu_{a,b}$ – степень принадлежности пары (a,b) множеству A^2.

Вначале описание предпочтений лица, принимающего решение, осуществляется во множестве всех оценок $\tilde{Y}$ при помощи нечетких бинарных отношений предпочтения или нечеткой функции ценности $\tilde{\psi}$, которая задается на множестве A и представляет собой нечеткое отношение нестрого предпочтения $\tilde{R}$, причем для любого $B\subseteq A$

$$max_P B=\{b\in B \mid \tilde{\psi}(b)= \underset{a\in B}{\tilde{\max}}\, \tilde{\psi}(a)\},$$

$\tilde{\max}$ – нечеткий максимум, а все нечетко максимальные по P объекты из B являются наилучшими.

Допустим, что результат сопоставления по предпочтению двух объектов не зависит от состава всего множества выбора A. Однако в реальных ситуациях такая зависимость имеет место и для ее учета необходимо использовать понятие предпочтений, основанное на использовании нечеткой функции выбора.

Допустим, что Ω – фиксированная совокупность непустых подмножеств множества А. *Нечеткой функцией выбора* (на фиксированной совокупности Ω)

называется нечеткое отображение $\tilde{C}$, сопоставляющее всякому нечеткому множеству $\tilde{B} \in \Omega$ нечеткое подмножество $\tilde{C}(\tilde{B}) \subseteq \tilde{B}$. Рассмотрим частный случай, когда задано нечеткое отношение строгого предпочтения $\tilde{P}$, функцию выбора можно определить нечетким равенством $\tilde{C}(\tilde{B}) = max_p \tilde{B}, \tilde{B} \subseteq \Omega$. Необходимо для решения заданной задачи ввести бинарные отношения предпочтения по заданной функции выбора. Аппарат функций выбора является основой интенсивно развивающейся в настоящее время общей теории выбора.

При полном отсутствии информации, кроме перечня критериев $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, .., \tilde{f}_m$ о предпочтениях лица, принимающего решение, следует ввести нечеткое отношение безразличия, которое может быть определено и как отношение нечеткого равенства оценок из E^m, и как нечеткое отношение предпочтения, в котором значения степеней принадлежности $\mu_{a,b}$ примерно одинаковы для всех пар (a,b). В этом случае нечеткое отношение предпочтения следует рассматривать как нечеткое отношение эквивалентности, которое разбивает множество X на классы, состоящие из одинаковых по предпочтительности решений.

Если множество всех оценок $\tilde{Y}$ включает более одной оценки, то выбор оптимального решения без информации о предпочтениях принимающего решение невозможен. Задача нечеткого многокритериального выбора стала относиться к классу довольно сложных задач.

В многокритериальных задачах сравниваются по предпочтительности векторные оценки, т.е. значения нечеткого векторного критерия $f = \{\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, .., \tilde{f}_m\}$. Наиболее простой путь нечеткого многокритериального выбора состоит в сравнении по предпочтительности тех нечетких векторных оценок, которые нечетко отличаются друг от друга в одной компоненте. Поэтому информацию о предпочтительности изменения значения одного нечеткого частного критерия при фиксированных значениях всех остальных нечетких критериев следует получить в первую очередь и использовать для анализа задачи.

Значения нечеткого критерия $\tilde{f}_i$ могут по-разному соотноситься по нечеткой предпочтительности в зависимости от того, какие значения фиксированы у всех остальных нечетких критериев. Для значений s и t из множества $\tilde{f}_i$ может оказаться, что оценка $(y_1,...,y_{t-1},s,y_{t+1},...,y_m)$ предпочтительнее, чем $(y_1,...,y_{t-1},t,y_{t+1},...,y_m)$, однако $(y'_1,...,y'_{t-1}s,y'_{t+1},...,y'_m)$ менее предпочтительна по сравнению с $(y'_1,...,y'_{t-1}t,y'_{t+1},...,y'_m)$. Сделать вывод, какое из значений $\tilde{f}_i$ – s или t – нечетко предпочтительнее, не указывая значений остальных нечетких критериев, невозможно. Критерий $\tilde{f}_i$, для которого справедливо вышесказанное, называется нечетко зависимым по предпочтению от остальных. На практике чаще встречаются критерии, для которых можно упорядочить по предпочтению все их значения без рассмотрения значений остальных критериев, например критерии дохода, издержек и прочее. Такие критерии называются независимыми по предпочтению от остальных [5].

Введем понятие для нечеткого критерия $\tilde{f}_i$ нечеткой независимости по предпочтению от остальных m-1 критериев. Нечеткий критерий $\tilde{f}_i$ будет нечетко независимым по предпочтению от остальных m-1 критериев, если для любых четырех оценок вида

$$(y_1,...,y_{t-1},s,y_{t+1},...,y_m), \quad (y_1,...,y_{t-1},t,y_{t+1},...,y_m),$$

$$(y'_1,...,y'_{t-1}s,y'_{t+1},...,y'_m), \quad (y'_1,...,y'_{t-1}t,y'_{t+1},...,y'_m)$$

из нечеткого соотношения

$$(y_1,...,y_{t-1},s,y_{t+1},...,y_m)\ \tilde{R}\ (y_1,...,y_{t-1},t,y_{t+1},...,y_m),$$

всегда следует

$$(y'_1,..., y'_{t-1}s, y'_{t+1},..., y'_m)\ \tilde{R}\ (y'_1,...,y'_{t-1}t, y'_{t+1},...,y'_m).$$

Если нечеткий критерий $\tilde{f}_i$ нечетко независим по предпочтению от совокупности остальных нечетких критериев, то на множестве $\tilde{Y}$ можно ввести отношение нечеткого нестрогого предпочтения.

Задачи, в которых все нечеткие критерии нечетко независимы по предпочтению, т.е. каждый критерий независим по предпочтению от совокупности всех остальных, а отношением нестрогого предпочтения на множестве значений каждого критерия является отношение «нечетко не меньше», назовем многокритериальными задачами нечеткой максимизации. В таких задачах по каждому нечеткому критерию желательно нечеткий максимум. Если же в задаче каждый нечеткий критерий желательно нечетко минимизировать, то она называется многокритериальной задачей нечеткой минимизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Подиновский В.В. и др.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. литературы, 1982. – 256 с.
2. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей: Пер. с французского В.Б.Тарасова / Под редакцией С.А.Орловского. – М.: Радио и Связь, 1990. – 288 с.
3. *Zaden D.F.* Fuxxy sets, Informatijn fnd Control, 8, P. 338 – 353, 1965.
4. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
5. *Keeney R.L. и др.* Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-off. – New York: Wiley, 1976.

Заргарян Елена Валерьевна
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге
E-mail: fin_val_iv@tsure.ru
347928, Таганрог, ГСП 17А, Некрасовский, 44. Тел: 88634-371-689

Zargarjan Elena Valerevna
Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: fin_val_iv@tsure.ru
44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928. Phone: 88634-371-689