

УДК 65.014.134:658.012.011.56

**Л. А. Гардашева****НЕЧЕТКАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ  
ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

*Рассматриваются проблемы нечеткой многокритериальной оптимизации на основе линейного программирования. Приводятся анализ результатов практического применения рассматриваемого подхода и выводы: многокритериальная модель – эффективное средство аппроксимации предпочтений для поиска и принятия компромиссных решений.*

*Нечеткая многокритериальная оптимизация; нечеткая модель; уровень доверия; нечеткое линейное программирование.*

**Latafat Abbas Gardashova****FUZZY MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION BASED LINEAR  
PROGRAMMING**

*The paper considers the problem of linear programming based fuzzy multi-objective optimization. The analysis resulted in the following conclusions: Multiobjective model represents an effective preference approximation system for decision maker; Fuzzy model represents an effective mechanism to tackle the uncertainty of data; The considered-interactive programming method offers a convenient scheme to search for a balanced solution.*

*Multiobjective optimization; fuzzy model; confidence degree; fuzzy linear programming.*

Классические модели, используемые при решении задач планирования, учитывают только отдельные свойства и аспекты моделируемых процессов, например, стохастические модели работают на основе вероятностных значений параметров задач, а в классических линейных моделях предметная область отображается в виде линейных уравнений [1-3]. В последнее время при решении задач планирования нередко используются методы, основанные экспертными знаниями по данной области. Экспертные системы планирования позволяют найти наиболее приемлемое решение логических рассуждений. Анализ работ отдельных моделей показал, что результаты решения задач планирования могут адекватно отражать реальную ситуацию и быть приемлемыми только тогда, когда метод решения выбирается исходя из конкретной ситуации. Однако, являясь сложной, многопараметрической и многокритериальной, задача планирования производством не всегда может быть решена на основе того или иного конкретного метода.

В противоположность жесткой плановой экономике, где факторы, влияющие на плановые показатели, являются достаточно определенными и четкими, в нынешних рыночных условиях эти факторы имеют в значительной степени неопределенный характер. В подобных ситуациях реализация плановых задач требует применения не только формальных оптимизационных и вычислительных алгоритмов, а также глубоких знаний о предметной области, позволяющих принимать обоснованные решения в динамически изменяющихся условиях при дефиците и неточности информации. Предложенная нами нечеткая модель задачи планирования построена на основе вышеизложенных соображений. Структура модели приведена на рис.1.

Как известно, проблемам принятия решений присущи следующие свойства: предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР), могут быть с достаточной степенью адекватности аппроксимированы конечным числом критериев; все или часть параметров модели заданы не точно и могут быть описаны в рамках вероятностно-статистического подхода или концепции нечетких множеств.

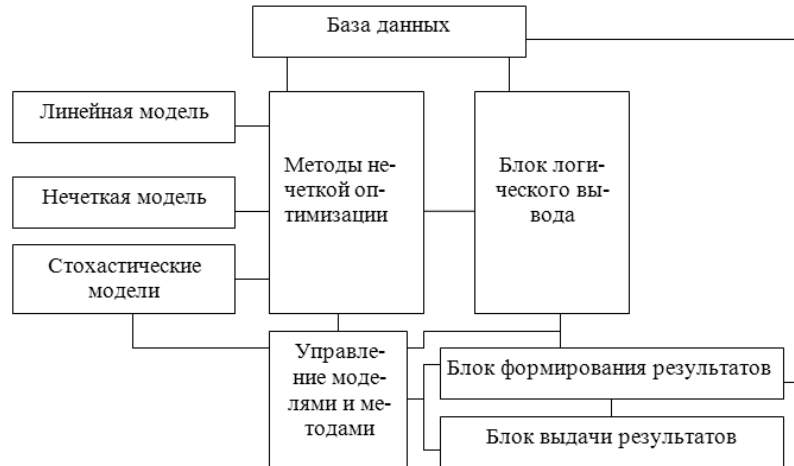


Рис. 1. Интегрированная нечеткая модель планирования производства

В данной статье рассматривается решение задачи нечеткой многокритериальной оптимизации на основе линейного программирования. Как известно, концептуальный анализ задачи многокритериальной оптимизации был дан итальянским экономистом Парето [2]. Им было показано, что указанные задачи относятся к классу некорректных задач, так как достижение экстремума нескольких функций одновременно в общем случае невозможно, поскольку увеличение значения одного из критериев приводит к уменьшению значений других критериев. Решением таких задач в общем случае является некоторое множество  $X^P$ , называемое множеством Парето. Получение единственного решения  $X^*$ , необходимого на практике, возможно только на основе некоторой схемы компромисса. Различные практические методы решения подобных задач реализуют определенную схему компромисса.

Практические аспекты многокритериальной оптимизации исследовались многими авторами. Анализ указанных работ позволил провести определенную классификацию и разбить все методы многокритериальной оптимизации на четыре группы: методы главного критерия; методы свертывания критериев в один критерий; методы «идеальной точки»; интерактивные методы [3-5].

Нечеткие версии указанных методов реализуют механизм преобразования нечеткой многокритериальной задачи в четкий эквивалент, т.е. четкую задачу большой размерности. Суть преобразования состоит в том, что ЛПР определяет уровень доверия  $\alpha$ , в соответствии с которым значение каждого параметра  $C$  заменяется парой значений  $C^L$  и  $C^R$ .

Рассмотрим более подробно интерактивный метод [6-7] применительно к нечеткой многокритериальной задаче линейного программирования. Задача ставится следующим образом:

$$\max\{f_1, f_2, \dots, f_k\}, \text{ где } f_k = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i x_i \text{ при ограничениях } \tilde{A} \cdot x \leq \tilde{b}.$$

ЛПР определяет идеальную точку  $\tilde{g} = (\tilde{g}_1, \tilde{g}_2, \dots, \tilde{g}_k)$  и уровень доверия  $\alpha$  и функцию близости

$$\tilde{D}((\tilde{c}, x), \tilde{g})$$

Требуется найти такое решение  $x$ , обеспечивающее

$$\min \tilde{D}((\tilde{c}, x), \tilde{g})$$

Рассмотрим основные шаги алгоритма.

Шаг 1. Задать начальные значения уровня доверия  $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ , а также функции принадлежности  $\tilde{c}$  для функции  $\tilde{f}(x) = \tilde{c}x$  и  $\tilde{a}$  и  $\tilde{b}$  для  $\tilde{a}x \leq \tilde{b}$ .

Шаг 2. Задать «идеальную точку»  $\tilde{g} = (\tilde{g}_1, \tilde{g}_2, \dots, \tilde{g}_k)^T$ .

Шаг 3. Разбить интервал  $[\alpha, 1]$  на  $\ell$  подинтервалов с узлами  $\lambda_i (i = 0, \dots, \ell)$ , где

$$\alpha = \lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_\ell = 1$$

Для каждого значения  $\lambda$  имеем детерминированную задачу линейного программирования удвоенной размерности.

$$\begin{cases} \min_{\substack{i=1, k \\ \lambda \in [\alpha, 1]}} \max \{c_{i\lambda}^L x - g_{i\lambda}^L, c_{i\lambda}^R x - g_{i\lambda}^R\} \\ A_\lambda^L x \leq b_\lambda^L, A_\lambda^R x \leq b_\lambda^R, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Шаг 4. Задача решается для  $\lambda_0 = \alpha$ , и  $\lambda_1 = 1$ .

Шаг 5. Удвоение  $\lambda$  и решение новой задачи ЛП.

Шаг 6. Сравнение  $(x)_\ell$  и  $(x)_{2\ell}$ ,  $\|(x)_{2\ell} - (x)_\ell\| \leq \varepsilon$ .

Шаг 7. Если  $\varepsilon$  недостаточно мала, то возврат к шагу 2.

Шаг 8. Конец.

Рассмотренный метод был применен для решения задачи планирования нефтеперерабатывающего производства.

В этом контексте нечеткая многокритериальная линейная модель планирования может быть записана:

Нечеткая целевая функция:

1) Прибыль:  $F1 = 288x_1 + 290x_2 + 300x_3 \rightarrow \max$ .

2) Качество:  $F2 = 8x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$ .

3) Удовлетворение потребностей работников:  $F3 = 4x_1 + 8x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$ .

$$\max f(x) = \max \begin{pmatrix} \tilde{f}_1(x) \\ \tilde{f}_2(x) \\ \tilde{f}_3(x) \end{pmatrix} = \max \begin{pmatrix} \tilde{c}_1 x_1 + \tilde{c}_2 x_2 + \tilde{c}_3 x_3 \\ \tilde{c}_4 x_1 + \tilde{c}_5 x_2 + \tilde{c}_6 x_3 \\ \tilde{c}_7 x_1 + \tilde{c}_8 x_2 + \tilde{c}_9 x_3 \end{pmatrix} = \max \begin{pmatrix} 28\tilde{x}_1 + 29\tilde{x}_2 + 30\tilde{x}_3 \\ 8\tilde{x}_1 + 5\tilde{x}_2 + 3\tilde{x}_3 \\ 4\tilde{x}_1 + 8\tilde{x}_2 + 6\tilde{x}_3 \end{pmatrix}$$

Нечеткие ограничения:

**Ограничения на ресурсы:**

На фракцию НК-85

$$\tilde{a}_{11}x_1 + \tilde{a}_{12}x_2 + \tilde{a}_{13}x_3 = 0.2289x_1 + 0.01028x_2 \leq b_1 = 27611.9$$

На стабильный платформат

$$\tilde{a}_{21}x_1 + \tilde{a}_{22}x_2 + \tilde{a}_{23}x_3 = 0.0691x_1 + 0.3494x_2 + 0.7857x_3 \leq b_2 = 386214$$

На коксовый бензин

$$\tilde{a}_{31}x_1 + \tilde{a}_{32}x_2 + \tilde{a}_{33}x_3 = 0.0846591x_1 \leq \tilde{b}_3 = 6925.4$$

На высокооктаный компонент

$$\tilde{a}_{41}x_1 + \tilde{a}_{42}x_2 + \tilde{a}_{43}x_3 = 0.4901x_1 + 0.6402x_2 + 0.2142x_3 \leq \tilde{b}_4 = 614955$$

На прямогонный бензин

$$\tilde{a}_{51}x_1 + \tilde{a}_{52}x_2 + \tilde{a}_{53}x_3 = 0.04718x_1 \leq \tilde{b}_5 = 3858$$

На фракцию НК-85-180

$$\tilde{a}_{61}x_1 + \tilde{a}_{62}x_2 + \tilde{a}_{63}x_3 = 0.01289x_1 \leq \tilde{b}_6 = 1054.40$$

На гидроочищенный бензин

$$\tilde{a}_{71}x_1 + \tilde{a}_{72}x_2 + \tilde{a}_{73}x_3 = 0.0671x_1 \leq \tilde{b}_7 = 5487.8$$

**Плановые ограничения:**

На выпуск автомобильного бензина А-80

$$\tilde{a}_{81}x_1 + \tilde{a}_{82}x_2 + \tilde{a}_{83}x_3 = \tilde{1}x_1 \geq \tilde{b}_8 = 2000$$

На выпуск автомобильного бензина А-92

$$\tilde{a}_{91}x_1 + \tilde{a}_{92}x_2 + \tilde{a}_{93}x_3 = \tilde{1}x_2 \geq \tilde{b}_9 = 2000$$

На выпуск автомобильного бензина А-95

$$\tilde{a}_{101}x_1 + \tilde{a}_{102}x_2 + \tilde{a}_{103}x_3 = \tilde{1}x_3 \geq \tilde{b}_{10} = 2000$$

**Ограничения на качество продуктов**

$$\tilde{a}_{111}x_1 + \tilde{a}_{112}x_2 + \tilde{a}_{113}x_3 = 0.277569x_1 \geq \tilde{b}_{11} = 0$$

$$\tilde{a}_{121}x_1 + \tilde{a}_{122}x_2 + \tilde{a}_{123}x_3 = 0.07372x_2 \geq \tilde{b}_{12} = 0$$

$$\tilde{a}_{131}x_1 + \tilde{a}_{132}x_2 + \tilde{a}_{133}x_3 = 0.0062x_3 \geq \tilde{b}_{13} = 0$$

**Балансовые ограничения**

$$\tilde{a}_{141}x_1 + \tilde{a}_{142}x_2 + \tilde{a}_{143}x_3 = \tilde{1}x_1 + \tilde{1}x_2 + \tilde{1}x_3 \leq \tilde{b}_{14} = 1046107.1,$$

где  $x_1$  – количество автомобильного бензина А-80,  $x_2$  – количество автомобильного бензина А-92,  $x_3$  – количество автомобильного бензина А-96. Коэффициенты целевых функций и ограничений представлены нечеткими числами треугольного типа (LR):

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0, & x < a \text{ или } c < x \\ (x-a)/(b-a), & a \leq x < b \\ 1, & x = b \\ (c-x)/(c-b), & b < x \leq c \end{cases}$$

Решение указанной задачи с помощью интерактивного метода позволило получить следующие результаты:

Если $w_1=0,2$ $w_2=0,3$ $w_3=0,5$ и $\alpha=0,75$	тогда
$x_1=82172,5931$	$F_1=470917435,6641$
$x_2=721292,7617$	$F_2=482992241,7073$
$x_3=82172,5931$	$F_3=495067047,7500$
Если $w_1=0,2$ $w_2=0,3$ $w_3=0,5$ и $\alpha=1$ ,	Тогда
$x_1=96525,5760$	$F_1=567355885,000$
$x_2=847280,0560$	$F_2=6241387,2480$
$x_3=96525,5760$	$F_3=8322649,6640$ .

Рассмотренная многокритериальная нечеткая модель позволила среди альтернативных решений получить наиболее приемлемое с точки зрения пользователя решение. Модели разработаны на базе пакета Fuzzy multiobjective decision support system(FMODSS) и на языке Visual Basic.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алиев Р.А. и др. Управление производством при нечеткой исходной информации. –М.: Энергоатомиздат, 1991. –292 с.
2. Jie Lu, Guangquan Zhang Da Ruan, Fendjie Wu. Multi-objective group decision Making. //Imperial London College Press. 2007. –390 p.
3. Salukwadze M. On the extension of solutions in problems of optimization under vector valued criteria //Journal of Optimization Theory and Application. 1974. –P. 203÷217.
4. Gardashova L.A., Balayev R.S, Aliyeva Z.R. Fuzzy information system for oil refinery plant. //Fifth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft computing. Milan, Italy. 2002. –P. 271÷275.
5. Sakawa M., Inuiguchi K., Ikeda.T. "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Multiobjective Optimal Control Problems in Linear Distributed-Parameter Systems". //Fuzzy Sets and Systems. N 78. 1996. –P. 223÷229.
6. Quaddus M.A., Holzman A.G. IMOLP: an interactive method for multiple objective linear programs //IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics. N SMC–16. 1986. –P. 462÷468.
7. Ziont S. and Wallenius J. An interactive programming method for solving the multiple criteria problem //Management Science, 1975. N 22. –P. 652÷663.

**Гардашова Летафет Аббас кызы**  
Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия  
E-mail: latsham@yandex.ru  
370010, Азербайджан, г. Баку, пр. Азадлыг, 20. Тел: 050-5840901

**Gardashova Latafat Abbas**  
Azerbaijan State Oil Academy  
E-mail: latsham@yandex.ru  
20 Azadlik, Baku, Azarbejan, 370010. Phone: 050-5840901

УДК 519.8:658.5

**Н. А. Куликовская**

**МОДЕЛИ НЕЧЕТКИХ ОЦЕНОК ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ  
ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ**

*В статье рассматривается аппарат нечетких моделей для решения задач критериальных оценок инвестиционных проектов, что особенно актуально для энергетической промышленности.*

*Нечеткая логика; критерий.*

**N. A. Kulikovskaya**

**MODEL FUZZY ESTIMATE FOR ENERGY INVESTMENT PROJECT**

*In this article view apparatus fuzzy model for decision problem criterion's estimate investment project, what relevant for energy industry.*

*Criterion; fuzzy logic.*

В статье предлагается анализ применения инвестиционных проектов применительно к энергетике с учетом неопределенностей, присущих любой экономической области. Энергетическая отрасль является одной из составляющих отраслей современной промышленности и отражает промышленный уровень страны в целом. Разработка проектов в данной сфере влияет на доход как страны в целом, так и доходы регионов, поэтому для успешного развития в энергетической промышленности требуется правильный инженерный подход. Необходимость анализа инвестиционных проектов именно в энергетике обусловлена большим влиянием этой области на экономику страны. Неопределенность, присутствующая любой задаче, особенно существенна в экономике и должна учитывать все трудно формализуемые факторы.

Для проектирования системы управления экономическими объектами необходимо определить структуру модели процесса. Особенности экономических систем характеризуются большим набором факторов, усложняющих их управление:

- отсутствие четкой структуры и периодичности процессов;
- нерегулярность появления свойств;