риском. – М.: Наука, 2000.

Кочкаров Азрет Ахматович
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, Россиской академий наук
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
125047, Москва, Миусская пл., д. 4. Тел: 88782202387

Салпагарова Анжела Руслановна
Карачаево-Черкесская государственная технологическая академия
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
357100, г.Черкесск, ул.Ставропольская, 36. Тел: 88782202387

Хапаева Леля Халисовна
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
Тел: 88782202387

Kochkarov Azret Ahmatovich
Applied mathematic's institute by Keldish M.V, State technological academy
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
4, Miuskaya, Moscow, 125047. Phone: 88782202387

Salpagarova Angela Ruslanovna
Karachai-Cherkess State technological academy
E-mail: Anzhela_Salp@mail.ru
36, Stavrapolskaya, Cherkesk, 357100. Phone: 88782202387

Hapaeva Lelya Halisovna
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
Phone: 88782202387

УДК 51-7;519.6;519.8

А.А.Кочкаров, А.М.Кочкаров, Л.У.Салпагарова

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ СЛОЖНЫХ СЕТЕВЫХ СИСТЕМ: ТЕОРЕТИКО-ГРАФОВЫЙ ПОДХОД

Исследованы явления разрушения информационных, электроэнергетических, транспортных и коммуникационных систем, как правило, имеющих сложную структуру. В рамках исследования предложена теоретико-графовая (дискретная) модель структурного разрушения. Предложены различные критерии (критерий полного разрушения, компонентный критерий, критерий связности, диаметральный критерий) выхода системы из строя при структурном разрушении. Рассмотрены различные сценарии структурного разрушения систем при различных эпицентрах.

Энергетика; коммуникации; систем.

A.A. Kochkarov , A.M. Kochkarov, L.U.Salpagarova

DESIGNING OF COMPOUND NETWORK SYSTEM'S DESTRUCTION: THEORETIC-GRAPH APPROACH

The phenomenon of information, electroenergy, transport and communication system's destruction as a rule, having compound structure was investigated. Theoretic-graph (discret) design of structure destruction was proposed within the framework of investigation. Different criterions (the criterion of complete destruction, component criterion, coherent criterion, diametrical criterion) of the system output by the structure destruction was proposed .Different scripts of structure destruction of systems by different epicenter was examined.

Electroenergy; communication; system.

Введение. Эффективность функционирования большинства отраслей экономики государства зависит от пространственной распределенности и разветвленности ее коммуникационных сетей (электроэнергетических, информационных, водо- и теплоснабжающих и т.п.). Чем шире зона покрытия коммуникационных сетей, тем выше конкурентоспособность соответствующей отрасли экономики как на внутреннем рынке государства так и за его пределами.

Сети с большой зоной покрытия требуют больших затрат на обеспечение штатного функционирования, с одной стороны. С другой стороны, такие коммуникационные сети имеют сложную многоэлементную структуру с нетривиальным набором связей, что существенно повышает риск возникновения в них чрезвычайных и внештатных ситуаций. Кроме того, сбои в функционировании коммуникационных сетей имеют значительные последствия, выходящие за пределы самих сетевых систем, в которых произошли сбои.

Предотвращение, прогнозирование и профилактика чрезвычайных ситуаций [1, 2] с далеко идущими последствиями в сетевых системах со сложной структурой требует новых исследовательских подходов в моделировании с учетом всех структурных особенностей моделируемой системы.

Описанная в настоящей работе *математическая модель структурного разрушения сложной системы* является дополнением к модели распространения внешних воздействий по структуре системы [3].

Математическая модель структурного разрушения. Изменения, происходящие в структуре сложной системы, могут быть описаны простейшими теоретико-графовыми операциями [4]: стягиванием ребра, удалением (добавлением) ребра, удалением (добавлением) вершины. Изменения структуры системы могут быть разовыми, а могут быть постоянными (периодическими, регулярными). Для второго случая разумно ввести понятие *структурной динамики* – изменение структуры системы с течением времени. Несомненно, для описания структурной динамики лучше всего подходит аппарат теории графов [4].

Существует ряд моделей и задач, для описания которых используются потоки в сетях и на графах [5]. Потоками в сетях моделируют автотранспортное движение, перевозку товаров по железным дорогам, перекачку жидкости и газа по сети трубопроводов от источника до пункта потребления и т.д.

Обозначим через $G=(V,E)$ – граф, соответствующий структуре исследуемой системы, V – множество вершин, соответствующих элементам системы, а E – множество ребер, соответствующих связям между элементами системы. Каждой вершине $v \in V$ припишем веса $w(v)$ и $\overline{w}(v)$, отражающие *текущую загрузку и предельную загрузку* элемента системы. В случае, когда текущая загрузка $w(v)$ элемента системы достигает предельного значения $\overline{w}(v)$, то элементы системы выходят из строя. А проходящие через него потоки перераспределяются по "соседним" элементам системы. Выход из строя элемента системы в теоретико-графовой терминологии соответствует удалению из графа системы вершины с инцидентными ей ребрами. А перераспределение весов в тривиальном случае соответствует равному разделению веса $\overline{w}(v)$ удаленной вершины по вершинам, смежным с удаляемой.

При выходе из строя одного или нескольких элементов системы возможны несколько сценариев дальнейшего развития событий. Один из них, если система функционирует в *предельном состоянии*, т.е. загрузка элементов близка к предельному значению, то возможен "быстрый" переход системы в критическое состояние. Структурное разрушение, вообще говоря, процесс динамический. Не нарушая общности, будем считать, что $w_t(v)$ – текущая загрузка вершины $v \in V$ в момент времени $t = 0,1,2,3,\ldots,T,\ldots$. Если через $\tilde{V}_t = \{\tilde{v}_j^t\} \subseteq V$, $j = 1,2,3,\ldots,\left|\tilde{V}_t\right|$, обозначить множество вершин вышедших из строя в момент времени t, т.е. те, у которых $w_t(v_j) \geq \overline{w}(v_j)$, а через $\xi(\tilde{v}_j^t) = \{v_{i_j}^j\}$ – *окружение вершины* $\tilde{v}_j^t$ (или множество вершин смежных с вершиной $\tilde{v}_j^t$), $\left|\xi(\tilde{v}_j^t)\right| = \deg \tilde{v}_j^t$, $i_j = 1,2,3,\ldots,\left|\xi(\tilde{v}_j^t)\right|$, то процесс структурного разрушения формально описывается следующим образом.

В момент времени $t = 0$ необходимо произвести проверку по всем вершинам $v \in V$, и сформировать множество $\tilde{V}_1$ из вершин, для которых справедливо $w_0(\tilde{v}_j) \geq \overline{w}(\tilde{v}_j)$. Во все последующие моменты времени $t = 1,2,3,\ldots,T,\ldots$ следует воспользоваться правилом:

$$w_{t+1}(v_{i_j}^j) = w_t(v_{i_j}^j) + \varepsilon_j \cdot \overline{w}(\tilde{v}_j),\ i_j = 1,2,3,\ldots,\left|\xi(\tilde{v}_j^t)\right|,\ j = 1,2,3,\ldots,\left|\tilde{V}_t\right|.$$

Если $w_{t+1}(v_{i_j}^j) \geq \overline{w}(v_{i_j}^j)$, то вершина $v_{i_j}^j$ удаляется из графа G и добавляется в множество $\tilde{V}_{t+1}$.

Коэффициент ε_j – *параметр распределения загрузки*. Параметр распределения загрузки может зависеть от различных факторов, в простейшем случае он равномерно распределяет предельную загрузку удаляемой вершины по соседним, т.е. для каждой вершины $\tilde{v}_j$ вычисляется как $\varepsilon_j = \frac{1}{\deg \tilde{v}_j^t}$. Структурное разрушение при параметре распределения загрузки $\varepsilon_j = \frac{1}{\deg \tilde{v}_j^t}$ будем называть *равномерным*.

Процесс структурного разрушения следует продолжать до тех пор, пока система не перейдет в *критическое состояние* $\Im$, т.е., когда перестанет выполнять возложенные на нее функции. Критическое состояние $\Im$ определяется исходя из особенностей моделируемой системы. Например, система может считаться пребывающей в критическом состоянии, если из ее структуры удален хотя бы один элемент (вершина), или система может считаться функционирующей, если ее структура после удаления элементов все еще остается связной. В настоящей работе будут рассмотрены различные *критерии отказа* системы (перехода в состояние выхода системы из строя), т. е. *критерии разрушения*.

Характеристики и особенности структурного разрушения сложной системы. Основная задача моделирования структурного разрушения системы – выяснить, при каких условиях система может перейти в критическое состояние (начальные причины повреждения системы могут быт как внутренними, так и внешними). Переход системы в критическое состояние означает, что в системе начался процесс структурного разрушения, но это не значит, что система окончательно прекратила функционировать. Систему можно считать вышедшей из строя только в том случае, когда изменения, произошедшие в структуре системы, будут соответствовать критериям отказа. Поэтому одной из основных характеристик в модели структурного разрушения будет служить *время* T_{cr} *структурного разрушения,* отражающее длительность самого процесса структурного разрушения. Время T_{cr} структурного разрушения системы соответствует продолжительности процесса структурного разрушения от момента первого удаления (выхода из строя) элемента системы до момента остановки процесса разрушения или отказа самой системы.

Для исследования процесса структурного разрушения систем предлагается использовать следующие критерии отказа.

1. *Критерий полного разрушения* $\sigma_0(k)$. Система считается вышедшей из строя, если в системе выйдут из строя все элементы (будут удалены все вершины графа – структуры системы). Критерий связности $\sigma_0(k)$ зависит от одного параметра: k – числа удаленных вершин в начальный момент времени структурного разрушения.

2. *Критерий связности* $\sigma_1(k)$. Система считается вышедшей из строя, если нарушена связность ее структуры при удалении вершин. Критерий связности $\sigma_1(k)$ зависит от одного параметра: k – числа удаленных вершин в начальный момент времени структурного разрушения.

3. *Компонентный критерий* $\sigma_2(k,m)$. Система считается вышедшей из строя, если число компонент в структуре системы при ее разрушении станет равным (или больше) заданного числа m. Компонентный критерий $\sigma_2(k,m)$ выхода системы из строя зависит от двух параметров: от k – числа удаленных вершин в начальный момент времени структурного разрушения, и $(m-1)$ – максимально допустимого числа компонент структуры при ее разрушении.

4. *Диаметральный критерий* $\sigma_3(k,D)$. Система считается вышедшей из строя, если диаметр хотя бы одной из компонент структуры системы в процессе разрушения окажется меньше заданного числа D. Диаметральный критерий

$\sigma_3(k,D)$ выхода системы из строя зависит от двух параметров: от k – числа удаленных вершин в начальный момент времени структурного разрушения и D – минимально допустимого диаметра компонент структуры при ее разрушении.

Множество $\Phi(G)$ элементов вышедших из строя (удаленных из структуры) в момент времени $t=1$ будем называть *эпицентрами структурного разрушения*. В критериях $\sigma_0(k)$, $\sigma_1(k)$, $\sigma_2(k,m)$, $\sigma_3(k,D)$, число k соответствует количеству эпицентров структурного разрушения системы.

В настоящей работе раскрыты некоторые аспекты равномерного структурному разрушению ациклических графов (цепей и деревьев) *с равными значениями начальных загрузок* $w_0(v)$ *и равными значениями предельных загрузок* $\overline{w}(v)$ *для всех их вершин*

Структурное разрушение деревьев. У деревьев $T=(V_T,E_T)$, как и у граф-цепей $C=(V_C,E_C)$, центр может состоять либо из одной, либо из двух вершин. Если диаметральная цепь дерева $T=(V_T,E_T)$ имеет четную длину, т.е. диаметр $d(T)$ четный, то центр дерева состоит из одной вершины, и из двух в противном случае, т.е. когда диаметр $d(T)$ нечетный. У всякого дерева $T=(V_T,E_T)$ не менее чем две висячие вершины. Все остальные, как в случае с граф-цепями, будем называть внутренними.

Поскольку всякое дерево утратит связность при удалении хотя бы одной невисячей (внутренней) вершины, то Лемма 1. *Всякое дерево* $T=(V_T,E_T)$, $|V_T|=n$, *будет разрушено по критерию* $\sigma_1(k)$, *где* $1\le k\le n-n_T$, n_T *– число висячих вершин, при удалении хотя бы одной внутренней вершины за время* $T_{cr}=1$.

Для структурного разрушения деревьев по компонентному критерию имеем:

Лемма 2. *Всякое дерево* $T=(V_T,E_T)$, $|V_T|=n$, *будет разрушено по критерию* $\sigma_2(1,m)$ *при удалении одной внутренней вершины* $v\in V_T$ *за время* $T_{cr}=1$, *причем* $m=\deg(v)$.

Доказательство. При удаление из дерева $T=(V_T,E_T)$ хотя бы одной внутренней вершины приведет к разложению его на компоненты, причем число компонент будет зависеть от степени удаляемой вершины.

Лемма 3. *Всякое дерево* $T=(V_T,E_T)$, $|V_T|=n$, *будет разрушено по критерию* $\sigma_2(k,m)$ *при удалении* k *попарно несмежных внутренних вершин* $v_i\in V_T$ *за время* $T_{cr}=1$, *причем* $m=\sum_{i=1}^{k}(\deg(v_i)-1)+1$.

Доказательство. Удаление из дерева $T=(V_T,E_T)$ всех k внутренних вершин $v_i\in V_T$ проведем последовательно, вопреки основным правилам, определяющим процесс структурного разрушения. Это позволит подсчитать количество компонент, полученных в результате структурного разрушения, и никак не повлияет на общую картину их межэлементных связей.

После удаления первой вершины $v_1 \in V_T$ дерево распадется на $\deg(v_1)$ компонент. Поскольку эпицентры являются попарно несмежными и невисячими вершинами дерева $T=(V_T, E_T)$, то вершина $v_2 \in V_T$, принадлежащая какой-то из полученных при удалении вершины v_1 компонент, также не будет являться для свой компоненты висячей вершиной. Поэтому при удалении вершины v_2, компонента, которой она принадлежит, распадется на $\deg(v_2)$ компонент. А общее количество компонент, на которое распадется само дерево $T=(V_T, E_T)$, после удаления вершин v_1 и v_2 станет равным

$$\deg(v_1)+\deg(v_2)-1=(\deg(v_1)-1)+(\deg(v_2)-1)+1.$$

И далее, каждое удаление одной из вершин $v_i \in V_T$, $i=3,4,\ldots,k$, будет увеличивать число количество компонент на число $\deg(v_i)-1$. А это значит, что при одновременном удалении всех эпицентров, соответствующих условиям теоремы, дерево $T=(V_T, E_T)$ распадется на

$$m=\sum_{i=1}^{k}(\deg(v_i)-1)+1$$

компонент. Длительность процесса структурного разрушения составит $T_{cr}=1$.

Заключение. Построенная модель расширяет спектр дискретных математических моделей и область приложений теории графов. В соответствии с идеями структурной динамики на основе предложенной модели наравне с понятием клеточного автомата [6] целесообразно использование понятия “*графового автомата*”, что также расширяет описательные возможности теории графов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Управление риском/ *Владимиров В.А., Кульба В.В.,Малинецкий Г.Г.и др.* – М.: Наука, 2000.

2. *Архипова Н.И., Кульба В.В.* Управление в чрезвычайных ситуациях. – М.: РГГУ, 1998.

3. *Кочкаров А.А., Малинецкий Г.Г.* Управление безопасностью и стойкостью сложных систем в условиях внешних воздействий // Проблемы управления. – 2005. – № 5. – С. 70-76.

4. Лекции по теории графов/ *Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И.* – М.: Наука, 1990.

5. *Форд Л., Фалкерсон Д.* Потоки в сетях. – М.: Мир, 1966.

6. *Тоффоли Т., Марголус Н.* Машины клеточных автоматов. – М.: Мир, 1991.

Кочкаров Азрет Ахматович

Институт прикладной математика им. М.В.Келдыша, Россиской академии наук

E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru

125047, Москва, Миусская пл., д. 4. Тел: 88782202387

Кочкаров Ахмат Магомедович
Карачаево-Черкесская государственная технологическая академия
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
357100, г.Черкесск, ул.Ставропольская, 36. Тел: 88782202387

Салпагарова Ладифа Унуховна
E-mail: Ahmat_Kochksrov@mail.ru
Тел: 88782202387

Kochkarov Azret Ahmatovich
Mathematic's institute by Keldish M.V. State technological academy
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
4, Miuskaya, Moscow, 125047. Phone: 88782202387

Kochkarov Ahmat Magomedovich
Karachai-Cherkess State technological academy
E-mail: Ahmat_Kochkarov@mail.ru
36, Stavrapolskaya, Cherkesk, 357100. Phone: 88782202387

Salpagarova Ladifa Unuhovna
E-mail: Slada85@mail.ru
Phone: 88782202387

УДК 532.783.535.29.

А.А. Аббасзаде, А.Р. Имамалиев, Я.Ч. Багиров

МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ДЕФОРМАЦИИ ТВИСТ-СТРУКТУРЫ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

В работе теоретически исследованы электрооптические характеристики тонкого планарного образца сегнетоэлектрического жидкого кристалла, где используется деформация твист-структуры с электрическим полем. Наблюдается аномальная зависимость времени переключения от амплитуды приложенного биполярного напряжения. Показана возможность быстрой модуляции света с помощью эффекта деформации твист-структуры, являющийся альтернативой эффекта Кларка-Лагерволла.

Сегнетоэлектрический жидкий кристалл; электрооптический эффект; эффект деформации твист-структуры; время переключения.

A.A. Abbas-Zadeh, A.R. Imamaliev A.R., Bagirov Y.Ch.

LIGHT MODULATION BY DEFORMATION OF TWIST-STRUCTURE IN FERROELECTRIC LIQUID CRYSTALS

In this paper there are theoretically investigated electro-optic characteristics of thin planar sample of ferroelectric liquid crystal, where the deformation of twist structure by electric field is utilized. The anomalous dependence of switching time on amplitude of applied bipolar voltage is observed. There is showed the possibility of fast modu-