

УДК 681.51:518.5.001.57

А.В. Семёнов, А.Р. Гайдук, Ю.А. Гелозе

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОМЕНТНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Рассмотрен объект управления с моментным безредукторным электроприводом с ограниченным рабочим углом поворота ротора. Получены математические модели электропривода в виде дифференциальных уравнений, аналоговой и дискретной передаточных функций. Проведено моделирование в системе MATLAB с расширением Simulink.

Математическая модель; моментный электропривод; система управления

A.V. Semenov, A.R. Gayduk, Y.A. Gelozhe

MATHEMATICAL MODEL OF MOMENT ELECTRIC DRIVE

Control object with moment gearless electric drive with restricted angle of effective rotation of the rotor is considered. Mathematical models of electric drive in a kind of differential equation, analog and digital function is obtained. Simulation with Simulink extension is done in MATLAB system.

Mathematical model; moment electric drive; control system.

Введение. В системах управления с оптическими измерителями сигналов рассогласования необходимый рабочий диапазон регулирования угловых координат обеспечивается, как правило, силовыми исполнительными приводами, а необходимая точность – корректирующими приводами с малым углом поворота. Значения углов поворота корректирующих приводов незначительные, и, обычно, составляют единицы градусов.

Для осуществления незначительных по величине изменений угловой ориентации оптической оси зеркала, можно применить моментный безредукторный электропривод с ограниченным рабочим углом поворота ротора, что исключает влияние люфтов и упругостей элементов редуктора на характеристики привода [1]. Это позволяет также считать, что электромагнитный момент, развиваемый исполнительным двигателем моментного привода, в установившемся режиме пропорционален величине управляющего воздействия и практически не зависит от угловых колебаний статора двигателя.

Описание конструкции корректирующего привода. Конструкция, рассматриваемого в работе однокоординатного электропривода, показана на рис.1. Магниты ротора крепятся на тыльной стороне зеркала. Для преобразования возвратно-поступательного движения магнитов в изменение угловой ориентации зеркала, оно установлено на оси вращения, как показано на рис. 1. Для создания симметричного момента, корректирующий привод состоит из двух моментных двигателей (далее моментный электропривод), расположенных симметрично относительно оси вращения зеркала.

Для управления зеркалом по двум координатам в системе использованы два моментных электропривода описанного типа, расположенные таким образом, чтобы их оси в пространстве были взаимно перпендикулярны.

Математическая модель моментного электропривода. С учетом противо-ЭДС, математическую модель моментного электропривода (рис.1), можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} J \frac{d^2\gamma}{dt^2} = 2M - 2M_{mp}; \\ 2M = 2i(u)Blr = iK_i; \\ u = L \frac{di}{dt} + iR + K_e \frac{d\gamma}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где γ – угол поворота зеркала; J – момент инерции зеркала с магнитами; M – момент, создаваемый исполнительным двигателем; M_{mp} – момент трения; B – индукция магнитного поля; i – ток, протекающий в катушках двигателя; u – напряжение на обмотках двигателя (управление); R, L – активное сопротивление и индуктивность катушки; l – общая длина витков катушки; r – расстояние между осями двигателей и осью вращения зеркала; K_i – коэффициент пропорциональности между током в обмотках двигателей и моментом [Нм/А]; K_e – коэффициент противоЭДС [Вс].

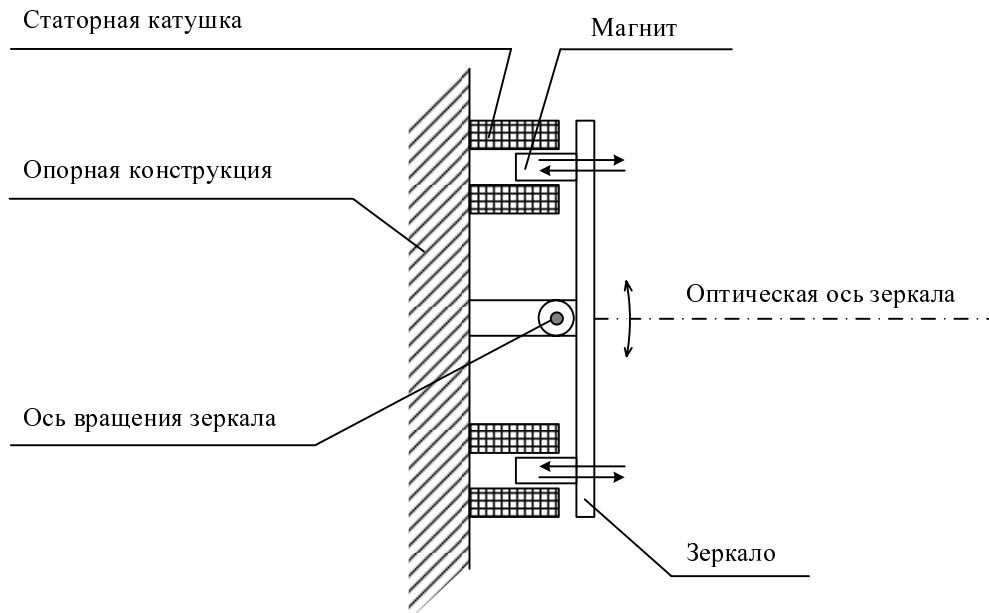


Рис. 1. Конструкция моментного электропривода

Перейдем от системы уравнений (1) к уравнению «вход-выход» рассматриваемого электропривода. С этой целью учтем, что для описываемого двигателя момент трения пренебрежимо мал, т.е. $M_{mp} \approx 0$, из третьего уравнения системы (1), получим выражение для тока i :

$$i = \frac{1}{R} \cdot u - \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + \frac{K_e}{R} \frac{d\gamma}{dt}.$$

Подставляя это выражение в первое уравнение системы (1), получаем

$$J \frac{d^2\gamma}{dt^2} = \frac{K_i}{R} \cdot u - \frac{K_i L}{R} \frac{di}{dt} + \frac{K_i K_e}{R} \frac{d\gamma}{dt}; \quad (2)$$

Так как $2M = iK_i$, то первое уравнение системы (1) можно представить в виде

$$iK_i = J \frac{d^2\gamma}{dt^2}. \quad (3)$$

Дифференцируя левую и правую части равенства (3) по времени, получим выражение для производной тока di/dt

$$\frac{di}{dt} = \frac{J}{K_i} \frac{d^3\gamma}{dt^3}. \quad (4)$$

Наконец, подставляя выражение (4) в выражение (2), получаем искомое дифференциальное уравнение «вход-выход» электропривода (рис.1):

$$T_k \frac{J}{K_u K_e} \frac{d^3\gamma}{dt^3} + \frac{J}{K_u K_e} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{K_e} u, \quad (5)$$

где $K_u = K_i/R$ – коэффициент пропорциональности между управляющим напряжением на обмотках двигателей и моментом M в установившемся режиме, $[Hm/B]$; T_k – постоянная времени статорных катушек, определяемая выражением $T_k = L/R$.

Структурная схема моментного электропривода. Введя оператор дифференцирования $p \equiv d/dt$ в выражение (5), получим операторную передаточную функцию моментного электропривода

$$W_{мэ}(p) = \frac{\gamma(t)}{u(t)} = \frac{\frac{1}{K_e}}{\frac{J}{K_u K_e} T_k p^3 + \frac{J}{K_u K_e} p^2 + p}. \quad (6)$$

Проведя ряд преобразований в выражении (6), представим передаточную функцию моментного электропривода следующим образом:

$$W_{мэ}(p) = \frac{\frac{K_u}{T_k p + 1} \frac{1}{Jp}}{1 + \frac{K_u}{T_k p + 1} \frac{1}{K_e} p} \cdot \frac{1}{p}. \quad (7)$$

Структурная схема моментного электропривода, соответствующая выражению (7), приведена на рис. 2.

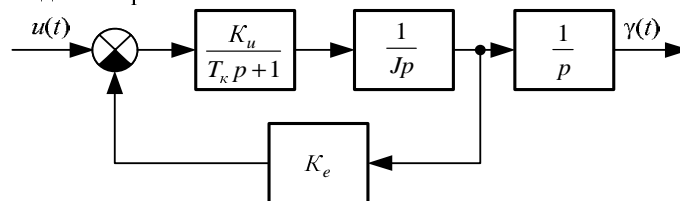


Рис. 2. Структурная схема моментного электропривода

Примем, что значения параметров электропривода удовлетворяют условию

$$\frac{4K_e K_u T_k}{J} < 1.$$

Тогда запишем выражение (6) следующим образом:

$$W_{мэ}(p) = \frac{K_{мэ}}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (8)$$

где $K_{мэ}$, T_1 , T_2 – коэффициент передачи по скорости и постоянные времени моментного электропривода, определяемые следующими выражениями:

$$K_{мэ} = \frac{1}{K_e}; \tag{9}$$

$$T_1 = \frac{1}{\frac{1}{2\tau} + \sqrt{\frac{1}{4T_k^2} - \frac{K_e K_u}{JT_k}}}; \tag{10}$$

$$T_2 = \frac{1}{\frac{1}{2\tau} - \sqrt{\frac{1}{4T_k^2} - \frac{K_e K_u}{JT_k}}}. \tag{11}$$

Постоянная времени T_1 определяет электрические свойства моментного электропривода. Как следует из (10), для большинства сочетания параметров используемых моментных электроприводов $T_1 \approx T_k$. Постоянная времени T_2 определяет электромеханические свойства моментного электропривода. На практике, обычно, $T_2 \gg T_1$.

С учетом выражения (8), структурная схема моментного электропривода имеет вид, представленный на рис. 3.

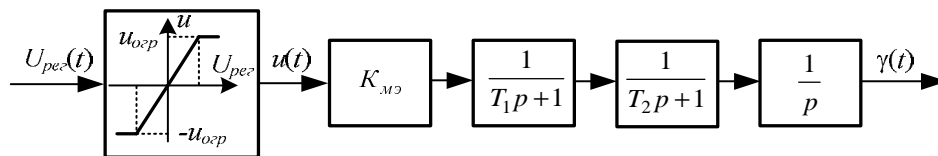


Рис. 3. Структурная схема моментного электропривода с нелинейностью типа насыщения

Нелинейность с насыщением, показанная на рис. 3, учитывает ограничение на величину управляющего воздействия $U_{рег}(t)$ с выхода регулятора.

Дискретная модель моментного электропривода. Для синтеза цифровых регуляторов, реализуемых на современных микропроцессорах и специализированных ЭВМ, необходимы дискретные модели объектов управления. Дискретные модели непрерывных объектов получают, рассматривая непрерывные реакции в дискретные (тактовые) моменты времени $kT, k = 0, 1, 2$.

Ограничимся применением экстраполятора нулевого порядка, запоминающего значение поступающего на вход сигнала на период T . Такой экстраполятор описывается передаточной функцией

$$W_{э0}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Дискретная передаточная функция линейного объекта управления с учетом экстраполятора нулевого порядка, определяется выражением [2]

$$W_{мэ}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z_T \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}, \tag{12}$$

где через $Z_T\{\cdot\}$ обозначено Z-преобразование выражения в фигурных скобках; $W(p)$ – передаточная функция непрерывного объекта управления.

Подставим передаточную функцию моментного электропривода (9) в выражение (12)

$$W_{\text{мэ}}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z_T \left\{ \frac{K_{\text{мэ}}}{p^2 (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \right\}.$$

Приведем выражение в фигурных скобках к табличному виду [3] и выполним z-преобразование

$$\begin{aligned} W_{\text{мэ}}(z) &= \frac{K_{\text{мэ}}}{\alpha\beta} \left(\frac{z-1}{z} \right) Z_T \left\{ \frac{\alpha^2\beta^2}{p^2(p+\alpha)(p+\beta)} \right\} = \\ &= \frac{K_{\text{мэ}}}{\alpha\beta} \left(\frac{z-1}{z} \right) \left(\frac{zT\alpha\beta - z^2(\alpha+\beta) + z(\alpha+\beta)}{(z-1)^2} + \frac{z^2(\beta^2 - \alpha^2) + z(\alpha^2 d - \beta^2 c)}{(\beta - \alpha)(z-d)(z-c)} \right), \end{aligned}$$

где T – период дискретизации; $\alpha = 1/T_1$; $\beta = 1/T_2$; $c = e^{-\beta T}$; $d = e^{-\alpha T}$ – константы, численные значения которых зависят от постоянных времени T_1, T_2 электропривода и периода дискретизации T .

Итак, дискретная передаточная функция моментного электропривода имеет вид

$$W_{\text{мэ}}(z) = \frac{K_{\text{мэ}}}{\alpha\beta} \cdot \left(\frac{T\alpha\beta - (z-1)(\alpha+\beta)}{(z-1)} + (z-1) \cdot \frac{z(\beta^2 - \alpha^2) + (\alpha^2 d - \beta^2 c)}{(\beta - \alpha)(z-d)(z-c)} \right). \quad (13)$$

Моделирование в системе MATLAB. Для анализа полученной модели моментного привода была использована широко известная система математического моделирования MATLAB. Целью моделирования была проверка идентичности полученных аналоговой и цифровой моделей моментного электропривода.

Структурная схема эксперимента с аналоговой и дискретной моделью привода, созданная в пакете MATLAB+Simulink, представлена на рис. 4.

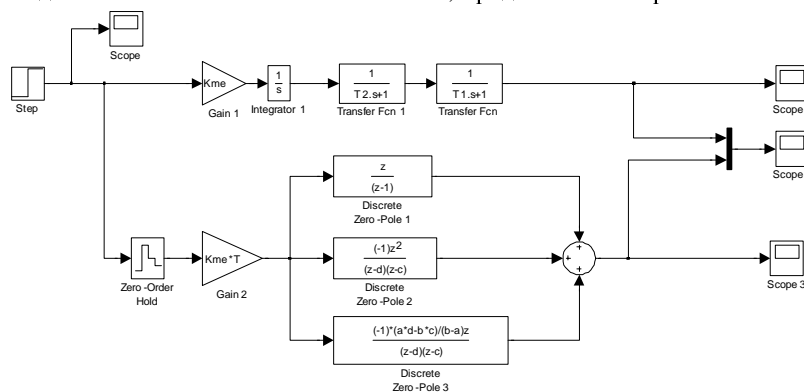


Рис. 4. Структурная схема эксперимента с аналоговой и дискретной моделью привода

Реакция обеих моделей моментного электропривода на скачек напряжения питания представлена на рис. 5. Из совпадения графиков можно сделать вывод об идентичности аналоговой и цифровой модели моментного электропривода.

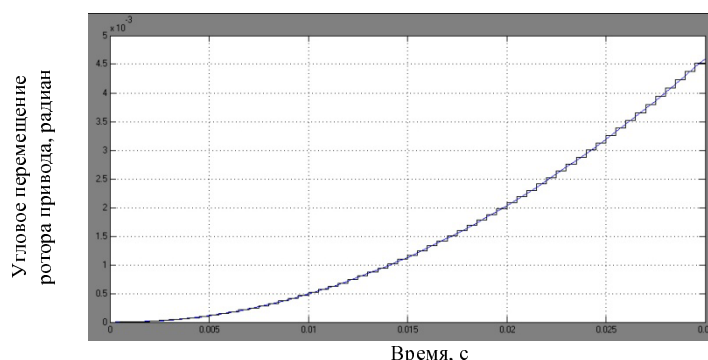


Рис. 5. Реакция электропривода на скачок напряжения титания (Score2)

Закключение. Использование полученной дискретной модели моментного исполнительного привода позволяет синтезировать цифровой регулятор, позволяющий скомпенсировать целочисленные задержки в оптических измерителях сигналов рассогласования.

Учет нелинейности в модели двигателя в виде ограничения питающего напряжения, позволяет синтезировать цифровой регулятор с нелинейным корректором.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Электрические следящие приводы с моментным управлением исполнительными двигателями: Монография / Баранов М.В., Бродовский В.Н., Зимин А.В., Каржавов Б.Н. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти т.т.; 2-е изд. Перераб. и доп. Т.3: Синтез регуляторов автоматического управления / Под ред. Пупкова К.А., Егунова Н.Д. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004.
3. Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. – М.: МАШГИЗ, 1962.
4. Дьяконов В.П. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 800 с.

Гайдук Анатолий Романович

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru

347928, Таганрог, ГСП 17А, Некрасовский, 44. Тел: 88634-371-689

Семенов Александр Валерьевич

E-mail: sav-dsp@tsure.ru

Тел.: 8(8634) 312-350

Геложе Юрий Андреевич

E-mail: sav-dsp@tsure.ru

Тел.: 8(8634) 312-350

Gaiduk Anatoly Ramnovich

Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of
Higher Vocational Education «Southern Federal University»

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru

44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928. Phone: 88634-371-689

Semenov Alexandr Valerevich.

E-mail: sav-dsp@tsure.ru

Phone: 88634 312-350

Geloje Yuri Andreevich

E-mail: sav-dsp@tsure.ru

Phone: 88634 312-350