

В результате $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^{P-1} w_i \tilde{\Psi}_{(n+1)i}(n)$. Данное соотношение строится

для минимизирующего значение показателя n алгоритма таблично-алгоритмической аппроксимации. Выбор такого n , как показывает эксперимент, оказывается достаточным для достижения наперед заданной точности вычисления определенного интеграла. Проверка достигнутой границы погрешности осуществлялась сравнением с точными значениями интегралов на основе первообразных. В среднем по различным значениям n таблично-алгоритмическая схема на основе полинома Ньютона превышает точность формулы трапеций и метода Симпсона.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аксайская Л.Н. Разработка и исследование параллельных схем цифровой обработки сигналов на основе минимизации временной сложности вычисления функций / Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. – 20 с.
2. Ромм Я.Е. Параллельные итерационные схемы линейной алгебры с приложением к анализу устойчивости решений систем линейных дифференциальных уравнений // Кибернетика и системный анализ. – Киев, 2004. – № 4. – С. 119-142.

Аксайская Любовь Николаевна

Таганрогский государственный педагогический институт
E-mail: lubov1201@yandex.ru
347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, д. 48. Тел.: 88634 60-18-99

Aksayskaya Lyubov Nikolaevna

Taganrog State Pedagogical Institute
E-mail: lubov1201@yandex.ru
48, Initsiativnaia, Taganrog, 347936. Phone: 88634 60-18-99

УДК 622.333

С.А. Морозов, В.Г. Манжула, С.В. Федосеев, А.Ю. Аликов

МЕТОДЫ СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ФОРМАЛИЗАЦИИ СЛОЖНОСТИ СТРУКТУР

В статье рассмотрено совершенствование методов синтеза систем управления с импульсным воздействием при формализации сложности и исключения избыточности структур. В результате выполненной формализации анализируемая задача сводится к задаче поиска простых структур с частично линейными ограничениями.

Синтез; формализация; структура; системы управления; управляющие воздействия.

S.A. Morozov, V.G. Manjula, M.V. Saveljev, A.Y. Alikov

METHODS OF SYNTHESIS OF CONTROL SYSTEMS ON THE BASIS OF FORMALIZATION COMPLEXITIES OF STRUCTURES

In clause perfection of methods of synthesis of control systems with pulse influence is considered at formalization of complexity and exception of redundancy of structures. As a result of the executed formalization the analyzed problem is reduced to a problem of search of simple structures with in part linear restrictions.

Synthesis; formalization; structure; the control systems; managing influences.

При проектировании системы управления многомерным объектом решается задача выбора набора управляющих величин. Традиционно такой выбор очевиден и определяется сложившейся традицией управления данным классом объектов или обусловлен отсутствием достаточно широкого набора альтернативных величин, допускающих их использование в качестве управляющих переменных. При этом рациональный выбор в некотором смысле наилучшего набора таких величин оказывается неочевидным, особенно, если учитывать требования к динамике процессов управления и ограничения, накладываемые на переменные управления и состояния.

Последующий обоснованный выбор конкретного набора управляющих воздействий, не обладающего избыточностью и, вместе с тем достаточного для реализации заданных динамических характеристик системы управления, требует проведения весьма трудоемких расчетов, особенно при необходимости учета динамики вспомогательных механизмов управления, а также ограничений, накладываемых на переменные управления и состояния.

В связи с высокой трудоемкостью анализа вариантов синтезируемых систем рассматриваемого класса сложился эмпирический подход, предполагающий последовательное наращивание размерности вектора управления и амплитуд управляющих воздействий до уровня, достаточного для обеспечения назначенных динамических требований к системе управления. Такое наращивание осуществляют путем последовательного добавления к вектору управления очередного управляющего воздействия, упорядоченного в порядке убывания предпочтительности использования очередного воздействия. Указанный подход обеспечивает выявление избыточного по структуре вектора управления. Однако он не может быть признан достаточно строгим методом выявления наилучшего варианта управления, так как не предполагает исследования всего множества сочетаний управляющих воздействий и не определяет явно и достаточно строго правило сравнения вариантов по их предпочтительности.

Задача исчерпывающего перебора и анализа всех возможных сочетаний управляющих величин из заданного списка рассмотрена в работе [1] на примере синтеза системы. В ней выделение наилучшего варианта основано на использовании суммы бальных оценок технической реализации той или иной переменной управления. В указанной работе не ставится и не решается задача выделения всего множества минимально-факторных решений на основе правила минимально-факторного выбора, оценка приемлемости вариантов ведется без учета ограничений на диапазон допустимых значений переменных управления и состояния, а также допустимых отклонений получаемой траектории от программной.

Отличие предлагаемого подхода к формализации задачи поиска избыточных наборов управляющих величин состоит в том, что он предполагает выявление множества всех наборов воздействий необходимых и достаточных для

реализации требуемых траекторий движения динамической системы, а также то, что он приводит к достаточно просто проверяемым условиям приемлемости варианта управления, вместе с тем учитывающим ограничения, накладываемые на переменные управления и состояния, а также на отклонение получаемой траектории от программной.

При формализации рассматриваемой задачи будем учитывать следующие особенности.

Задачи синтеза систем управления, решение которых математически описывается конечным вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$, с компонентами принимают значение из некоторых в общем случае произвольных множеств.

Структурой решения будет разбиение множества компонент вектора решения на подмножества нулевых и активных компонент. Структуру решения можно однозначно определить, задав набор активных компонент вектора решения и указав набор $S = \{q, \dots, p\}$ номеров активных координат вектора решения. При этом из $i \in S$ следует, что x_i – активная компонента.

Объект управления определяется системой уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = A_x + B_u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояния, u – m -мерный вектор управления, t – время, A, B – известные матрицы соответствующих размерностей, компоненты x, u, A, B принимают значения из множества действительных чисел.

Назначена контрольная траектория движения $x(t, x_0)$, $t \in [0, T]$, которую необходимо осуществить с заданной точностью.

Искомое управление должно удовлетворять условию $u \in U$, а соответствующая ему траектория движения системы (1) условию $x \in X$, где U, X – области допустимых значений векторов u и x соответственно.

Требуется найти все наборы S компонент вектора управления u , отклонение которых от нулевого значения есть необходимое и достаточное условие осуществления с заданной точностью контрольной траектории движения. При этом все компоненты вектора u , не вошедшие в набор S , полагаются тождественно равными нулю.

Вектором решения рассматриваемой задачи является вектор u . Его компоненты $u_j(t)$ – функции времени, отражающие изменение тех или иных физических величин, допускающих их использование в качестве переменных управления. Он удовлетворяет принятому в данной работе определению вектора решения.

Действительно, в соответствии с принятым нами определением вектора решения вектор u , во-первых, является конечномерным (содержит m компонент). Во-вторых, каждая его координата $u_j(t)$ указывают на наличие либо отсутствие элемента структуры синтезируемого объекта. Компонента $u_j(t)$ тождественно равная нулю содержательно означает отказ от использования соответствующей ей физической величины в качестве переменной управления. Наоборот, наличие в векторе u компоненты не равной тождественно нулю означает исполь-

зования соответствующей ей физической величины в качестве переменной управления. В-третьих, координаты вектора u , отличные от нуля, определяют количественные характеристики синтезируемого объекта – векторного закона управления $u(t)$, а именно – конкретные функции времени $u_j(t)$, обеспечивающие достижение поставленной цели управления: воспроизведение с заданной точностью назначенной траектории движения $x^*(t, x_0)$, $t \in [0, T]$.

Структура решения определяется набором S компонент вектора u , которые могут быть отличны от нуля. Учитывая, что каждой компоненте вектора u соответствует конкретная физическая величина, из множества величин, допускающих использование в качестве переменных управления, набор S определяет перечень физических величин, используемых для управления. Минимально-факторная структура решения S в данном случае определяет набор таких физических величин, использование которых для управления объектом есть необходимое и достаточное условие обеспечения заданной точности воспроизведения назначенной траектории $x^*(t, x_0)$, $t \in [0, T]$.

Иными словами, минимальная структура S вектора управления u не содержит компонент (физических величин, претендующих на использование в качестве переменных управления), которые можно исключить из S^0 , обеспечив приемлемость получаемой траектории движения объекта за счет допустимого изменения функций $u_j(t)$, оставшихся в структуре закона управления $u(t)$.

Важным частным случаем рассматриваемых векторов управления с минимальной структурой являются векторы, в которых число физических величин, используемых для управления, минимально. Такие векторы управления имеют минимальную структуру. Они являются предпочтительными по отношению к остальным векторам с минимально-факторной структурой, если все физические величины однородны (неразличимы) в смысле предпочтительности их включения в набор S .

В случае, когда представляется возможным указать весовые коэффициенты, оценивающие использования каждой физической величины, целесообразным оказывается выявление множества векторов управления с минимально-взвешенной структурой.

Таким образом, в рамках рассматриваемой задачи исследуем различные варианты формализации правила сравнения сложности анализируемых структур векторов управления: правила минимально-факторного π_{mf} минимально-взвешенного π_{mv} сравнения и правила сравнения сложности структур по числу элементов π_m . Выполним поиск множества простых структур вектора управления u , где в качестве правила сравнения сложности могут использоваться правила π_{mf} , π_m , π_{mv} .

Получим условия допустимости структуры решения S рассматриваемой задачи.

Представим требование близости реальной и контрольной траекторий, в

форме условий, допускающих относительно простую проверку.

Решение уравнения (1) можно, используя формулу Коши [2], записать в виде

$$x(t, x_0) = x^0(t) + \int_0^t K(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где $x^0(t)$ – свободное движение объекта (1), соответствующее условиям $\{x(0) = x_0, u \equiv 0\}$; $K(t, \tau)$ – матрица Коши системы (1).

Для дискретного времени $\{t_0 = 0, t_1, t_2, \dots, t_{\mu-1}, t_\mu, \dots, t_M = T\}$

$$x(\mu, x_0) = x^0(\mu) + \sum_{\xi=0}^{\mu-1} K(\mu, \xi+1) B_S(\xi) u_S(\xi), \quad \mu = 0, 1, \dots, M.$$

С учетом заданной структуры S вектора u имеем

$$x(\mu, x_0) - x^0(\mu) = \sum_{\xi=0}^{\mu-1} K(\mu, \xi+1) B(\xi) u(\xi), \quad \mu = 0, 1, \dots, M, \quad (3)$$

где $B_S(\xi)$, $u_S(\xi)$ получены соответственно из $B(\xi)$, $u(\xi)$ исключением элементов, номер которых отсутствует в наборе S , перечисляющем номера активных компонент вектора u . Систему (3) представим в виде

$$\Gamma_S(\mu) u_S = x(\mu, x_0) - x^0(\mu), \quad \mu = 0, 1, \dots, M, \quad (4)$$

где $\Gamma_S(\mu)$ – матрица, получаемая в результате перехода от системы (3) к системе (4), $u_S = u_S(\xi)_{\xi=0, M-1}$. В конечном итоге приходим к системе

$$\mathfrak{S}_S u_S = \chi,$$

где $\mathfrak{S}_S = \Gamma_S(\mu)_{\mu=0, M}$, $\chi = (x(\mu) - x^0(\mu))_{\mu=0, M}$.

Требование точного совпадения получаемой и контрольной траектории в каждый из моментов времени $\mu = 0, 1, \dots, M$ представляется условием

$$\mathfrak{S}_S u_S = \chi^*, \quad (5)$$

где $\chi^* = (x^*(0, x_0) - x^0(0), \dots, x^*(\mu, x_0) - x^0(\mu), \dots, x^*(M, x_0) - x^0(M))$ – вектор столбец, получаемый подстановкой в χ вместо дискретных значений $x(\mu, x_0)$ дискретных значений $x^*(\mu, x_0)$ для каждого $\mu = 0, 1, \dots, M$.

Для заданного варианта S , учитывая равенство нулю всех координат вектора u_S , номера которых не включены в S , систему (5) для заданного S можно представить в виде

$$\sum_{j \in S} \mathfrak{S}_j u_j = \chi^*, \quad (6)$$

где \mathfrak{S}_j – j -й столбец матрицы \mathfrak{S} ; μ_j – j -я компонента вектора u .

С переходом из (6) получим следующие варианты условий достаточной близости получаемой и контрольной траектории:

$$\chi^- \prec \sum_{j \in S} \mathfrak{S}_j u_j \prec \chi^+, \quad (7)$$

$$\left(\sum_{j \in S} \mathfrak{S}_j u_j - \chi^* \right)^T \left(\sum_{j \in S} \mathfrak{S}_j u_j - \chi^* \right) \leq \Delta_{\mathfrak{X}}, \quad (8)$$

где $[\chi^-, \chi^+]$ – назначенный диапазон допустимых значений вектора $\chi_S = \mathfrak{S}_S u_S = \sum_{j \in S} \mathfrak{S}_j k_j$; вектор χ^* является “номиналом” вектора χ ; $\Delta_{\mathfrak{X}}$

– квадрат максимально допустимой длины невязки $\chi_S - \chi^*$ (заметим, что среднеквадратическое отклонение траектории $x(t, x_0)$ от $x^*(t, x_0)$ в моменты времени $\mu = 0, 1, \dots, M$ есть $\frac{\Delta_{\mathfrak{X}}}{M+1}$).

Требование $u \in U$ конкретизируем в форме условия

$$U^- \leq D_S u_S \leq U^+, \quad (9)$$

где U^- , U^+ , D – заданные векторы и матрица соответствующих размерностей. Ограничения на переменные состояния $x \in X$.

Необходимо определить программное импульсное управление, обеспечивающее прохождение траектории движения динамического объекта через заданное множество точек.

К такой задаче может быть приведена задача расчета программы управления ракетой с импульсными (например, пиротехническими) корректирующими двигателями, осуществляющей на начальной фазе полета программный маневр выхода в луч, в котором далее её удерживает система стабилизации [3].

Объект управления при импульсном управлении определяется системой уравнений:

$$\frac{dx}{dT} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad (10)$$

где x – n -мерный вектор состояния, u – скалярная функция управления, A , b – известные матрица и вектор соответствующих размерностей, компоненты x , u , A , b принимают значения из множества действительных чисел. В общем случае элементы матрицы A и вектора b могут быть функциями времени.

Назначено множество точек $x^*(t_i), i = 1, \dots, N$, через которые должна проходить программная траектория движения.

Управляющее воздействие носит импульсный характер и допускает идеализованное представление в виде

$$u(t) = \sum_{j \in S} \delta(t - t_j) u_j, \quad (11)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака, u_j – амплитуда управления в j -ый момент времени, набор S указывает номера моментов времени из заданного ряда $\{t_0 = 0, t_1, t_2, \dots, t_{\mu-1}, t_{\mu}, \dots, t_M = T\}$, в которые управление может быть отлично от нуля, т.е. $S \subseteq \{0, 1, \dots, M\}$. Решение рассматриваемой задачи определяется вектором $u = (u_j)_{j=0, M}$. Структура решения определяется набором S номеров активных компонент вектора u . Набор S , таким образом, определяет перечень моментов времени, в которые происходит подача импульсов управления. Минимально-факторная структура решения в данном случае определяет набор S^0 таких моментов времени, в которые подача управляющих импульсов есть необходимое и достаточное условие прохождения траектории движения объекта (10) через множество назначенных точек $x(t_i)$, $i = 1, \dots, N$.

Иными словами, программа управления с простой (минимально-факторной) структурой не содержит импульсов, которые можно исключить, обеспечив приемлемость получаемой траектории за счет изменения амплитуд оставшихся импульсов, то есть она не содержит избыточных импульсов.

Важным частным случаем программ управления с минимально-факторной структурой являются программы, предполагающие подачу минимально возможного числа управляющих импульсов, необходимых для реализации назначенной траектории движения с заданной точностью, то есть программы с минимальной структурой.

Такие программы являются предпочтительными по отношению к остальным законам управления с минимально-факторной структурой, если номера моментов времени подачи управляющих импульсов однородны (неразличимы) в смысле предпочтительности их включения в набор S .

Получим условия допустимости структуры решения S рассматриваемой задачи. Воспользуемся представлением системы (10) вида (2). Учитывая характер управления (11), получим

$$x(t, x_0) = x^0(t) + \sum_{j \in S \cap Q(t)} K(t, t_j) b(t_j) u_j, \quad (12)$$

где $Q(t)$ – множество номеров моментов времени, составляющих последовательность $\{t_0, t_1, \dots, t_j \leq t\}$; $x^0(t)$ – свободное движение объекта (10), соответствующее условиям $\{x(0) = x_0, u \equiv 0\}$; $K(t, t_j)$ – матрица Коши системы (10) (отметим, что рассматриваемый класс задач характеризуется скорее допустимостью идеализации (12), чем (11)).

С учетом (12) требование прохождения траектории движения системы (10) через точки $x^*(t_i)$, $i = 1, \dots, N$ эквивалентно условию

$$\sum_{j \in S \cap Q(t)} K(t, t_j) b(t_j) u_j = x^*(t_i) - x^0(t_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (13)$$

или

$$\Gamma_S(i)u_S = x^*(t_i, x_0) - x^0(t_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

где $\Gamma_S(i)$ – матрица, получаемая в результате перехода от системы (13) к системе (14), $u_S = (u_j)_{j \in S}$. В конечном итоге приходим к системе уравнений

$$\mathfrak{S}_S u_S = \chi^*,$$

где $\mathfrak{S}_S = (\Gamma_S(i))_{i=0, N}$, $\chi^* = (x^*(t_i, x_0) - x^0(t_i))_{i=0, N}$. Полученная система эквивалентна системе (5) и отражает условие точного прохождения траектории движения через назначенные точки $x^*(t_i)$, $i = 1, \dots, N$.

Переход от требований точной к требованиям приближённой реализации назначенной траектории приводит к условиям допустимости структуры S вектора управления u в виде одного из соотношений (6), (7), (8) совместно с требованиями (9) в зависимости от варианта формализации задачи.

Применительно к рассматриваемой задаче на практике в качестве ограничения, накладываемого на управление, помимо условия (9) часто рассматривается также условие одинаковости модулей всех ненулевых управляющих импульсов, т.е. условие

$$u_j = 0,$$

или

$$|u_j| = u_m, \quad j = 0, 1, \dots, M, \quad (15)$$

где u_m – заранее назначенное, либо выбираемое число.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Рассматриваемую задачу синтеза программных импульсных управлений с неизбыточной структурой можно представить, как задачу поиска простых структур. Задача поиска неизбыточных структур в общем случае состоит в определении всех допустимых структур, для каждой из которых нельзя указать менее сложную допустимую структуру. В формальной интерпретации данная задача состоит в определении множества

$$\Omega^0 = \{S^0 \in \Omega_{\partial} : \{S \in \Omega_{\partial} : S \pi S^0\} = \emptyset\}$$

где π – бинарное отношение, отражающее понятие "проще, чем ...".

Варианты математической постановки представленной задачи поиска неизбыточных структур могут различаться используемым правилом сравнения сложности структур и характером описания множества допустимых структур Ω_{∂} , в которой условием допустимости структуры является выполнение одного из соотношений (6), (7), (8) совместно с системой требований (9) либо (15).

Из анализа полученных условий допустимости следует, что анализируемая задача сводится к задаче поиска простых структур с линейными ограничениями в случае использования условий (6) или (7) совместно с системой (9) и к задаче поиска простых структур с частично линейными ограничениями в случае использования иных сочетаний полученных условий допустимости.

В более общем случае при математическом описании рассматриваемой задачи для сравнения структур, кроме правила $\pi_{M\phi}$, можно использовать также

правило сравнения π_m или π_{mv} . При этом анализируемая задача сводится к общей постановке задачи поиска структурно-неизбыточных решений, а именно: к задаче поиска множества $\Omega_{i\partial}$ простых (минимально-факторных) структур состоит в определении множества

$$\Omega_{i\partial} = \{S^0 \in \Omega_{\partial} : \{S \in \Omega_{\partial} : S\pi_{i\partial}S^0\} = \emptyset\}$$

поиска простых структур с теми же ограничениями, определяющими условия допустимости сравниваемых структур. В результате осуществленной формализации анализируемая задача сводится к задаче поиска простых структур с частично линейными ограничениями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969. – 232 с.
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
3. Параев Ю.И., Смагин В.И. Задачи упрощения структуры оптимальных регуляторов // Автоматика и телемеханика. – 1975. № 26. – С. 180-183.

Морозов Сергей Анатольевич

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса»

E-mail: morozov-sergey@sssu.ru

346500, Шахты, ул. Шевченко, 147. Тел: 88636 22-31-30

Манжула Владимир Гаврилович

E-mail: manjula@sssu.ru

Тел: 88636 22-31-30

Федосеев Сергей Владимирович

E-mail: fedserg@rambler.ru

Тел: 88636 22-31-30

Аликов Алан Юреевич

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет)»

E-mail: alan_alikov@rambler.ru

346500, Владикавказ, ул. Космонавта Николаева 44. Тел: 88636 40-72-03

Morozov Sergey Anatolevich

State educational institution of the higher vocational training «South Russian State University of Economics and Service»

E-mail: morozov-sergey@sssu.ru

147, Shevchenko street, Shakhty, 346500. Tel. 88636 22-31-30

Manjula Vladimir Gavridilovich

E-mail: manjula@sssu.ru

147, Shevchenko street, Shakhty, 346500. Tel. 88636 22-31-30

Fedoseev Sergey Vladimirovich

E-mail: fedserg@rambler.ru

147, Shevchenko street, Shakhty, 346500. Tel. 88636 22-31-30

Alikov Alan Uirevich

State educational institution of the higher vocational training «North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University)».

E-mail: alan_alikov@rambler.ru

44, street of the Cosmonaut of Nikolaev, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 346500. Tel. 8(8672)40-72-03

УДК 681.3.06:681.323(519.6)

Я.Е. РОММ, Г.А. ДЖАНУНЦ**СХЕМА РАЗНОСТНОГО РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОВЫШЕННОЙ
ТОЧНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО ПОЛИНОМА
НЬЮТОНА**

Изложена компьютерная схема разностного решения задачи математика Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений на основе кусочно-полиномиальной аппроксимации функций с помощью интерполяционного полинома Ньютона. Схема обладает свойствами аналитического и разностного приближения, позволяя вычислять решение в узловых точках с разностным шагом и в промежутках между ними вследствие интерполяции. Показано, что схема повышает точность метода Рунге - Кутты в среднем на три десятичных порядка.

Компьютерная; схема; порядок.

Ya.E. Romm, G.A. Dzhanunts**THE SCHEME OF A DIFFERENCE SOLUTION OF THE ORDINARY
DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH THE RAISED ACCURACY ON THE
BASIS OF NEWTON'S INTERPOLATIONAL POLYNOMIAL**

The computer scheme of a difference solution of a Cauchy problem for the ordinary differential equations on a basis of a piecewise-polynomial approximation of functions by means of Newton's interpolational polynomial is stated. The scheme possesses properties of analytical and difference approach, allowing to calculate a solution in central points with a difference pitch and in gaps between them owing to interpolation. It is shown, that the scheme raises accuracy of a Runge-Kutt method on three decimal order on average.

Computer; scheme; average.

Для разностных решений обыкновенных дифференциальных уравнений существуют границы повышения точности вычислений при уменьшении шага интегрирования. Эти ограничения предполагается преодолеть на основе применения кусочно-полиномиальной аппроксимации функций [1]. Кратко данная схема аппроксимации выглядит следующим образом. Пусть требуется