

изъятия, сохранения и воспроизводства рыбных популяций. А также с помощью построенной модели можно провести оценку, анализ и прогнозирование экологического состояния водоема – Таганрогского залива.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Латун В.С.* Устойчивость системы фитопланктон-зоопланктон-рыба // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь, 2004. – Вып. 10. – С.211-218.
2. *Tyutyunov Yu., Titova L., Arditi R.* Predator interference emerging from trophotaxis // Ecological Complexity, 2008, 5: 48-58.

**Никитина Алла Валерьевна**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге

E-mail: [nikitina.vm@gmail.com](mailto:nikitina.vm@gmail.com)

347928, Россия, Таганрог, ГСП 17А, пер. Некрасовский, 44

Тел.: 8(8634) 37-16-06

**Nikitina Alla Valerievna**

Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"

E-mail: [nikitina.vm@gmail.com](mailto:nikitina.vm@gmail.com)

44, Nekrasovsky, Taganrog, Russia, 347928, Ph.: +7(8634)37-16-06

УДК 519.63:532.55

**А. В. Никитина**

#### МОДЕЛИ ТАКСИСА, СТАБИЛИЗИРУЮЩИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ ТАГАНРОГСКОГО ЗАЛИВА

*Предложена математическая модель, учитывающая таксис фитопланктона. Для численного решения задачи использована неявная конечноразностная схема второго порядка точности. Устойчивость полученного решения позволила проводить вычислительные эксперименты в широком диапазоне значений управляющих параметров при различных начальных и граничных условиях. Результаты показали, что таксис фитопланктона влияет на функционирование системы в экологических условиях Таганрогского залива.*

*Математическая модель; таксис; динамика; Таганрогский залив; алгоритм.*

**A. V. Nikitina**

#### TAXIS MODELS STABILASING ECOLOGICAL SISTEM OF TAGANROG BAY

*The mathematical model included the phytoplankton taxis is derived. The numerical solution of the model is obtained by using the second order accuracy (in space and time), centered, implicit finite difference scheme. The numerical solution is steady; it allows carrying out experiments with a wide range of initial and boundary conditions*

*and values of managing parameters. The results show that the phytoplankton taxis influence on the system functioning in ecological conditions of the Taganrog bay.*

*Mathematical model; taxis; dynamic; Taganrog bay; algorithm.*

Цель работы заключалась в построении вычислительно – устойчивых алгоритмов реализации моделей типа таксис-диффузия-реакция, описывающих динамику численности популяций фитопланктона, зоопланктона и рыб, пригодных для реального водоема сложной формы – Таганрогского залива.

Исследование динамики водных популяций относится к практически важным и теоретически сложным направлениям математической экологии моря. Натурные и лабораторные наблюдения, проводимые в Таганрогском заливе морскими биологами, оказались недостаточными для решения многих задач математического моделирования экологических процессов. В связи с этим от моделирования следует ожидать не только прогностической направленности и выявления количественных зависимостей между экологическими характеристиками, но и обоснования необходимости проводить новые наблюдения. Благодаря такому подходу мы сможем настраивать математические модели на особенности конкретного экотона и формулировать количественные критерии адекватности математического образа природному оригиналу.

Эффективным способом описания пространственной динамики системы фитопланктон-зоопланктон-рыба является использование при моделировании уравнений таксис-диффузия-реакция. Под таксисом будем понимать направленные перемещения, обусловленные неоднородностью пространственного распределения некоторого стимула. Будем различать термотаксис, фототаксис, галинотаксис, трофотаксис и др., в зависимости от природы стимула. В математической биологии таксис учитывается двояким образом. В одном случае взвешенному градиенту стимула ставится в соответствие скорость активного относительного движения организма (быстрый таксис), в другом – ускорение (медленный таксис) [1].

В системе фитопланктон - кормовой зоопланктон - рыба таксис характерен для всех трофических уровней. Существует свой набор стимулирующих таксис факторов и свои пространственно-временные масштабы движения для организмов каждого трофического уровня водоема. Многие фитоплантеры могут регулировать скорость вертикальных движений изменением своей плавучести. Жгутиковые реагируют на некоторые раздражители активным перемещением. При построении модели в области сложной формы Таганрогский залив таксис фитопланктона не учитывался, так как его масштабы очень малы. Таксис пелагических рыб следует учитывать в явном виде, поскольку на любых масштабах он определяет перемещение рыбных скоплений по акватории [2]. Учет таксиса рыб является трудной проблемой, поскольку двигательная активность организмов непосредственно связана с пространственной структурой и временной изменчивостью нескольких характеристик экотона. При моделировании нужно учитывать влияние стайных эффектов на таксис рыб. Градиенты концентрации растворенного кислорода, природных и антропогенных веществ также могут стимулировать соответствующий таксис. Переход к пространственным моделям требует дополнительного учета таксиса и переноса морскими течениями и турбулентной диффузией биогенов, планктона и некоторых свойств воды. Биогены и планктон можно считать пассивными примесями [3].

В качестве объектов моделирования выбрана рыба – тюлька. Такой выбор обусловлен ее большим промысловым и кормовым значением. В модели учитывалось перемещение косяков тюльки в теплое время года в поисках оптимальных

условий питания (кормовой таксис). Модельный таксис описывает не перемещение одного организма в неподвижной воде, а среднее движение большого числа особей в поле концентрации кормового зоопланктона, т. е. рассматривается коллективный таксис рыб. Стая тюльки не может мгновенно достичь скорости, соответствующей новому значению градиента концентрации кормового зоопланктона, поэтому в модели будем учитывать медленный таксис. Естественную смертность тюльки будем считать несущественной. По акватории залива тюлька перемещается со скоростью, равной сумме скоростей таксиса и течений.

Рассмотрим систему уравнений, описывающую динамику численности популяций фитопланктона, зоопланктона и тюльки в некоторой трехмерной области  $G$ , представляющей собой замкнутый бассейн, ограниченный невозмущенной поверхностью водоема  $\Sigma_o$ , дном  $\Sigma_n = \Sigma_n(x, y)$  и цилиндрической боковой поверхностью  $\sigma$ , для временного интервала  $0 < t \leq T$ :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = k \nabla Z + \mu_U \Delta \bar{U}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot X) = \mu_X \Delta X + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_X \frac{\partial X}{\partial z} \right) + \alpha_X X - k_X XZ - \varepsilon_X X, \quad (2)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot Z) = \mu_Z \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_Z \frac{\partial Z}{\partial z} \right) + (\alpha_Z X - k_Z T)Z - \varepsilon_Z Z, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div}((\bar{U} + \bar{u}) \cdot T) = \mu_T \Delta T + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \alpha_T ZT - \delta_T T. \quad (4)$$

В системе (1) – (4) приняты обозначения:

$X, Z, T$  – концентрации фитопланктона, зоопланктона и тюльки соответственно;  $\bar{u} = (u, v, w)$  – поле скоростей водного потока;  $\frac{\partial \bar{U}}{\partial t}$  – скорость таксиса  $T$ ;  $k$  – коэффициент трофотаксиса;  $\mu_U$  – коэффициент диффузии;  $\mu_X, \mu_Z, \mu_T, v_X, v_Z, v_T$  – коэффициенты диффузии  $X, Z, T$  в горизонтальном и вертикальном направлениях;  $\delta_T$  – коэффициент вылова  $T$ ;  $\alpha_{X, Z, T}$  – скорости роста  $X, Z, T$  соответственно;  $k_{X, Z}$  – коэффициенты убыли  $X$  и  $Z$  соответственно.

К системе (1) – (4) необходимо добавить начальные условия:

$$\begin{aligned} X(x, y, z, 0) &= X_0(x, y, z), Z(x, y, z, 0) = Z_0(x, y, z), \\ T(x, y, z, 0) &= T_0(x, y, z), (x, y, z) \in G. \end{aligned} \quad (5)$$

Зададим граничные условия: Неймана на границах, образованных береговой линией области, и третьего рода для  $X, Z, T$  на открытых участках залива.

Задача динамики водных популяций (1) – (5), учитывающая таксис промысловых рыб, была численно решена с помощью неявной разностной схемы второго порядка точности.

Была исследована ее устойчивость и определены ограничения на шаг по времени:

а) при использовании необходимого признака (метод гармоник) решение задачи рассматривалось в виде трехмерной гармоники:

$$X_{j,k,l}^n = \lambda^n e^{i(\alpha_j + \beta_k + \gamma_l)}, Z_{j,k,l}^n = \lambda^n e^{i(\alpha_j + \beta_k + \gamma_l)}, T_{j,k,l}^n = \lambda^n e^{i(\alpha_j + \beta_k + \gamma_l)},$$

где  $n$  – номер временного слоя ( $n \geq 0$ ),  $\lambda, \alpha, \beta, \gamma \in R$ ,  $i$  – комплексная единица;  $N_x, N_y, N_z$  – количество узлов по осям OX, OY, OZ;

$$1 \leq j \leq N_x - 1, 1 \leq k \leq N_y - 1, 1 \leq l \leq N_z - 1;$$

б) при использовании достаточного признака (с использованием принципа максимума):

$$\tau_x \leq \frac{1}{\frac{A_x \|\hat{X}_{j,k,l}^p\|}{\|\hat{X}_{j,k,l}^p - \hat{X}_{j,k,l}^{p-1}\|} + \|\varepsilon_x - \alpha_x + k_x \|\hat{Z}_{j,k,l}^p\|}},$$

где  $A_x = k_x \|\hat{Z}_{i,j,k}^p - \hat{Z}_{i,j,k}^{p-1}\|$ ;

$$\tau_z \leq \frac{1}{\frac{A_z \|\hat{Z}_{j,k,l}^p\|}{\|\hat{Z}_{j,k,l}^p - \hat{Z}_{j,k,l}^{p-1}\|} + \|\alpha_z \|\hat{X}_{i,j,k}^p\| - k_z \|\hat{T}_{i,j,k}^p - \varepsilon_z\|}},$$

где  $A_z = k_z \|\hat{T}_{i,j,k}^p - \hat{T}_{i,j,k}^{p-1}\| - \alpha_z \|\hat{X}_{i,j,k}^p - \hat{X}_{i,j,k}^{p-1}\|$ .

$$\tau_T \leq \frac{1}{\frac{A_T \|\hat{T}_{j,k,l}^p\|}{\|\hat{T}_{j,k,l}^p - \hat{T}_{j,k,l}^{p-1}\|} + \|\alpha_T \|\hat{Z}_{i,j,k}^p\| - \delta_T}},$$

где  $A_T = \alpha_T \|\hat{Z}_{i,j,k}^p - \hat{Z}_{i,j,k}^{p-1}\|$ .

Выбирая шаг по формуле  $\tau = \min\{\tau_x, \tau_z, \tau_T\}$ , получаем значение временного шага, гарантирующее сходимость.

Реализованный вычислительно-устойчивый алгоритм численного решения задачи (1) – (5) позволяет свободно варьировать граничные условия, управляющие функции и значения соответствующих параметров. Значения некоторых параметров были подобраны экспериментальным путем на основе имеющихся опытных данных.

Изучено поведение системы (1) – (5) не только с помощью задания отдельных параметров, но и с помощью определения их соотношений. Проанализирована не только природа задаваемых течений, но и связанное с ней турбулентное перемешивание, перенос биогенов и планктона. Рассмотрены различные экологические сценарии развития моделируемых процессов за время прихода тюльки на выделенную акваторию весной до начала ее ухода из акватории осенью (до начала температурного таксиса).

Кормовой таксис приводит к более эффективному использованию тюлькой пищевого ресурса мелководной акватории, подверженной воздействию речного стока.

В экологических условиях Таганрогского залива кормовой таксис тюльки во многом определяет пространственно-временную изменчивость биомасс тюльки, зоопланктона и фитопланктона в теплое время года.

Результаты численных экспериментов показали, что рост интенсивности трофотаксиса приводит к возникновению пространственно-неоднородных решений. Обуславливая образование пространственных диссипативных структур, таксис рыб стабилизирует динамику водных сообществ и позволяет сосуществовать видам на низком уровне плотности планктона.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Говорухин В.Н., Моргулис А.Б., Тютюнов Ю.В.* Медленный таксис в модели хищник-жертва // Докл. РАН. – 2000. – С. 372, N 6. – С.730 - 732.
2. *Латун В.С.* Устойчивость системы фитопланктон-зоопланктон-рыба // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь, 2004. – Вып. 10. – С. 211 – 218.
3. *Латун В.С.* Учет кормового таксиса хамсы в математической модели системы фитопланктон-зоопланктон-рыба // Морской экологический журнал. 2005. N 4. Т. IV. 2005. С.49-60.

**Никитина Алла Валерьевна**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге;

E-mail: [nikitina.vm@gmail.com](mailto:nikitina.vm@gmail.com)

347928, Россия, Таганрог, ГСП 17А, пер. Некрасовский, 44

Тел.: 8(8634) 37-16-06

**Nikitina Alla Valerievna**

Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"

E-mail: [nikitina.vm@gmail.com](mailto:nikitina.vm@gmail.com)

44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia, Ph.: +7(8634)37-16-06

УДК 519.86

**А.И. Сухинов, В.К. Гадельшин, Д.С. Любомищенко**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
ВРЕДНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ ГОРОДА НА ОСНОВЕ  
ИОСВ МЕТОДА<sup>2</sup>**

*В данной работе рассмотрен подход моделирования загрязнения окружающей среды от автотранспортных средств на основе уравнений, записанных в универсальной форме, позволяющий существенно упростить процесс компьютерного моделирования. Численная реализация схемы построена с использованием метода контрольного объема. Вычислительный эксперимент выполняется на кластере распределенных вычислений.*

*SIMPLE – метод; моделирование распространения загрязнения; параллельное программирование.*

**A.I. Sukhinov, V.K. Gadelshin, D.S. Lyubomishchenko**

**MATHEMATICAL MODELING OF DISTRIBUTION OF  
POLLUTION IN CITY ATMOSPHERE BASED ON IOCV-METHOD**

---

<sup>2</sup> Работа выполнена по гранту РНПВШ 2.1.1/6584