

## Раздел I. Математические методы синтеза систем

УДК 593.3

О.Г. Осяев, Р.А. Нейдорф

### РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ МНОГОФАКТОРНОМ НАГРУЖЕНИИ

*Предлагается универсальный метод построения механических характеристик полимерных материалов, учитывающий одновременно наличие нескольких факторов испытаний путем введения в уравнение для операторного модуля вязкоупругости  $\bar{E}$  обобщенного параметра модифицированного времени испытаний  $\tilde{t}$ .*

*Прогнозирование, длительная прочность; сроки эксплуатации; несущие конструкции; полимерные композитные материалы; многофакторное нагружение; обобщенная механическая характеристика; уравнение вязкоупругости; модифицированное время испытаний; коэффициент редукации.*

O.G. Osiaev, R.A. Neydorf

### RESOURCE-SAVING METHOD FOR PREDICTING STRESS-RUPTURE STRENGTH OF POLYMERIC MATERIALS WITH MULTIFACTOR LOAD

*A universal method for constructing mechanical characteristics of polymeric materials is proposed, which simultaneously considers the presence of several experimental factors by introduction into the viscoelasticity operator module  $\bar{E}$  equation a generalized parameter  $\tilde{t}$  of modified testing time.*

*Forecasting; long time strength; operating life, supporting structures; polymer composite materials; multifactor load; generalized mechanical characteristic; viscoelasticity equation; modified testing time.*

Для определения запаса прочности и прочностного ресурса полимерных композитных материалов (ПКМ) несущих конструкций современных летательных аппаратов (ЛА) необходимо получить обобщенную механическую характеристику кратковременной прочности, связанную с характеристикой длительной прочности. С этой целью необходимо построить математическую модель, характеризующую соотношение между текущим и предельным состоянием материалов в любой момент времени эксплуатации (нагружения) ЛА. Поскольку свойства материала могут иметь неравномерный пространственно-временной закон распределения в сечениях конструкции, то необходимо определить уравнения состояния для каждого монослоя  $\Delta h_i$  в каждый момент времени  $t_i$ , с учетом зависимости свойств материала от температуры  $T_i$ , скорости  $\dot{\epsilon}_i$  и длительности  $t_*$  нагружения.

Поскольку рассматриваются процессы термосилового нагружения при длительных сроках эксплуатации, то необходимо моделирование эволюционно-наследственного механизма изменения прочностных и деформационных свойств полимерных композитов ЛА, в соответствии с которым напряжения и деформация

в текущий момент времени зависят не только от текущих параметров термосилового нагружения (ТСН), но и от предыстории нагружения. Проблема нахождения функции  $\sigma(t, T, \varepsilon, \dot{\varepsilon})$  состоит в том, что ее вид определяется одновременно несколькими параметрами, основными из которых являются температура, скорость и продолжительность всего предыдущего этапа нагружения. Решение проблемы состоит в установлении единства связи между этими параметрами и единого механизма влияния этих параметров на результирующую характеристику материала.

Другой стороной проблемы является необходимость установления адекватной связи между тензорами напряжений и тензорами деформаций конструкции при сложном тепловом и напряженно-деформированном состоянии (ТНДС), характеризующей эквивалентное состояние многослойной анизотропной конструкции ЛА.

Третья составляющая проблемы определяется многофакторностью ТСН в совокупности с процессами естественного старения материалов конструкции. При этом необходимо учитывать особенности динамического нагружения и фактор необратимости релаксационных процессов, обуславливающий зависимость полного интеграла работы протекающих процессов от пути интегрирования.

Рассмотрим пути решения основных составляющих рассматриваемой проблемы на основе результатов экспериментальных исследований [1-4] и выявленных особенностей поведения ПКМ ЛА, а также на основе современных представлений кинетической теории и термодинамики необратимых процессов.

Существует несколько возможных способов определить вид уравнений состояния ПКМ, представляющих собой механическую характеристику материала. Наиболее достоверным является способ установления температурно-временной аналогии на основе результатов экспериментального определения коэффициентов связи между параметрами обобщенного уравнения теории ползучести. Для этой цели воспользуемся следующим подходом.

Пусть механическая характеристика ПКМ  $\sigma' - \varepsilon'$  получена при условиях температуры деформирования  $T_0$ , скорости деформирования  $\dot{\varepsilon}_0$  или времени нагружения  $t_0$ . Тогда некоторая характеристика  $\sigma'' - \varepsilon''$  может быть получена путем изменения условий испытаний за счет отклонения одного из рассматриваемых параметров, либо нескольких параметров одновременно.

Используя эмпирические, кинетические и обобщенные уравнения связи между рассматриваемыми параметрами, можно определить обобщенное или модифицированное время испытаний, которое позволяет получить одинаковые механические характеристики исследуемых ПКМ при различных изменениях параметров нагружения.

Рассмотрим различные условия испытаний  $\sigma'(\varepsilon', T_0, \dot{\varepsilon}_0, t_0)$  и  $\sigma''(\varepsilon'', T_1, \dot{\varepsilon}_1, t_1)$ , при которых могут быть получены одинаковые характеристики  $\sigma'(\varepsilon') = \sigma''(\varepsilon'')$ . На основании обобщенных уравнений теории ползучести можем записать кинетическое условие

$$\sigma'(\varepsilon') = \sigma''(\varepsilon'') = \eta_0 \frac{1}{t_0} \frac{\alpha_0 k T_0}{C_0} \frac{a_0 c_{v0} v_{360}}{3\lambda_{T0}} = \eta_1 \frac{1}{t_1} \frac{\alpha_1 k T_1}{C_1} \frac{a_1 c_{v1} v_{361}}{3\lambda_{T1}}. \quad (1)$$

Преобразование равенства (1) позволяет получить выражение для модифицированного времени испытаний, которое можно представить как некоторую зависимость от временного сдвига испытаний

$$t_0 = t_1 \frac{\eta_0}{\eta_1} \frac{\alpha_0 T_0 C_1}{\alpha_1 T_1 C_0} \frac{a_0 c_{v0} v_{\beta 0} \lambda_{T1}}{a_1 c_{v1} v_{\beta 1} \lambda_{T0}} = t_1 a_T [T(t)], \quad (2)$$

где  $a_T [T(t)]$  – коэффициент редукции или временного сдвига механической характеристики ПКМ, обеспечивающего выполнение условий температурно-временной аналогии

$$\alpha_T = \frac{\eta_0}{\eta_1} \frac{\alpha_0 T_0 C_1}{\alpha_1 T_1 C_0} \frac{a_0 c_{v0} v_{\beta 0} \lambda_{T1}}{a_1 c_{v1} v_{\beta 1} \lambda_{T0}}. \quad (3)$$

Экспериментальные исследования показывают, что наибольшим изменениям из всех сомножителей в выражении (3) подвергается вязкость тела, поэтому коэффициент редукции может быть приближенно записан в следующем виде

$$\alpha_T \approx \frac{\eta_0}{\eta_1}. \quad (4)$$

В случае приближенных расчетов и при допущении о независимости основных теплофизических и физико-механических констант материала от температуры, это существенно упростит применение выражения (2) для модифицированного времени нагружения.

Таким образом, полученное выше выражение (2) устанавливает связь между эквивалентным временем нагружения и основными константами материалов. При этом, кроме отображения температурно-временной аналогии, полученное выражение позволяет осуществлять переход к обобщенным характеристикам, учитывающим, одновременно с изменениями температуры тела, и скорость его нагружения, поскольку произведение второго и третьего сомножителей в выражении (1) представляет собой скорость деформирования материала в кинетической интерпретации, т.е.

$$\sigma' (\varepsilon') = \sigma'' (\varepsilon'') = \eta_0 \dot{\varepsilon}_{T0} = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{T1}. \quad (5)$$

На основании зависимости (5) можно прийти к выводу, что коэффициент редукции учитывает также изменения кинетических процессов в материалах при различных скоростях нагружения, так как

$$\alpha_T \approx \frac{\eta_0}{\eta_1} = \frac{\dot{\varepsilon}_{T1}}{\dot{\varepsilon}_{T0}}. \quad (6)$$

Для установления связи редукционного коэффициента с эмпирическими константами используем связь этих коэффициентов с вязкостью тела. Тогда, с использованием эмпирических констант, условие (2) можно выразить в следующем виде:

$$t_{*0} = t_{*1} e^{-t_{*1}} \frac{\sigma_0(T_1)}{\sigma_0(T_0)} \frac{\beta_1 \lambda_1 \ln[\sigma_0(T_0)]}{\beta_0 \lambda_0 \ln[\sigma_1(T_1)]} e^{(a_T \lambda_0 - \lambda_1)}, \quad (7)$$

где  $\lambda_0, \beta_0$  и  $\lambda_1, \beta_1$  – эмпирические константы, полученные при температурах испытания  $T_0$  и  $T_1$ , соответственно.

Если ввести эмпирический коэффициент редукции

$$a_{T_3} = \frac{\sigma_0(T_1) \beta_1 \lambda_1 \ln[\sigma_0(T_0)]}{\sigma_0(T_0) \beta_0 \lambda_0 \ln[\sigma_1(T_1)]}, \quad (8)$$

то связь между эмпирическим и кинетическим коэффициентами редукции для модифицированного времени испытаний примет вид

$$t_{*0} = t_{*1} e^{-t_{*1}} a_{T_3} e^{(a_T \lambda_0 - \lambda_1)}. \quad (9)$$

Если температура изменяется во времени, то наиболее общее соотношение (2) может быть применено к бесконечно малым промежуткам времени и записано в дифференциальном виде

$$dt_1 = dt^* = \frac{1}{a_T [T(t)]} dt. \quad (10)$$

Тогда модифицированное время можно определить для всего периода нагружения как интегральное соотношение

$$t^* = \int_0^t \frac{dt}{a_T [T(t)]} = \frac{t}{a_T [T(t)]}. \quad (11)$$

Таким образом, полученные кинетические и эмпирические соотношения для модифицированного времени испытаний выражают принцип температурно-временной аналогии, позволяющий учесть влияние температуры на реологические процессы в линейных вязкоупругих материалах.

При этом рассматриваемые параметры состояния при изменении температуры считаются неизменными, но физическое время заменяется модифицированным. Тогда, на интервалах времени  $t^* - \xi^*$  после воздействия на реологическое тело внешней термосиловой нагрузки, можно записать следующее соотношение:

$$t^* - \xi^* = \int_{\xi}^t \frac{d(t)}{a_T [T(t)]}. \quad (12)$$

Таким образом, при воздействии ТСН на ПКМ, уравнения линейной термо-вязкоупругости могут быть записаны в виде

$$\sigma(t^*) = E \varepsilon(t^*) - \int_0^t R_0(t^* - \xi^*) \varepsilon(\xi^*) d\xi^*, \quad (13)$$

$$\varepsilon(t^*) = \frac{\sigma(t^*)}{E} + \int_0^t \Pi_0(t^* - \xi^*) \sigma(\xi^*) d\xi^*, \quad (14)$$

где условия интегрирования определяются выражением (12).

Основная сложность построения механических характеристик полимерных материалов состоит в зависимости вида этих характеристик одновременно от нескольких условий нагружения, основными из которых являются температура  $T$ , скорость  $\dot{\varepsilon}$  и длительность  $t_*$  испытаний. Существенной проблемой является

нелинейность, обусловленная индивидуальными вязкоупругими характеристиками  $E/\eta$  материалов.

Исходная механическая характеристика может быть построена экспериментально с помощью универсального уравнения вязкоупругости

$$\sigma = E\left(\varepsilon + \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta} \ln \frac{t}{\tau_0}\right) + \eta \frac{1}{t} \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta}. \quad (15)$$

Обозначим условия, при которых получена исходная характеристика, в виде параметров температуры  $T_0$ , скорости испытаний  $\dot{\varepsilon}_0$  и (или) длительности нагружения  $t_{*0}$ . Постоянные вязкоупругости материала при данных условиях нагружения составляют  $E_0/\eta_0$ . Остальные теплофизические и физикомеханические характеристики имеют те же индексы.

Тогда значения характеристики в координатах  $\sigma - \varepsilon$  могут быть определены на основании [1,6]:

$$\sigma = E_0 \varepsilon + \frac{\alpha_0 k T_0}{C_0} \frac{a_0 c_{v_0} v_{z_0}}{3 \lambda_{T_0}} \left( E_0 \ln \frac{t_0}{\tau_0} + \eta_0 \frac{1}{t_0} \right). \quad (16)$$

При изменении условий испытаний целесообразно воспользоваться обобщенным кинетико-механическим уравнением в форме общего вида операторного уравнения ползучести, также полученного на основании исследований, проведенных в [5-6]:

$$\sigma = \left[ E \left( 1 + \ln \frac{t}{\tau_0} \right) + \eta \frac{1}{t} \right] \varepsilon. \quad (17)$$

Для этого необходимо на основе полученных зависимостей (1)-(6) привести изменения параметров, характеризующих условия испытаний, к эквивалентному изменению обобщенного параметра модифицированного времени испытаний  $\tilde{t}$ .

Если изменились температурные условия испытаний, например, от  $T_0$  до  $T_n$ , и, возможно, некоторые температурно-зависимые константы тела, то коэффициент редукции (или временного сдвига) определится, согласно (3), следующим выражением:

$$\alpha_{T_n} = \frac{\eta_0}{\eta_n} \frac{\alpha_0 T_0 C_n}{\alpha_n T_n C_0} \frac{a_0 c_{v_0} v_{z_0} \lambda_{T_n}}{a_n c_{v_n} v_{z_n} \lambda_{T_0}}. \quad (18)$$

Тогда модифицированное время испытаний, соответствующее новым условиям, согласно (2), примет вид

$$\tilde{t} = \frac{t_0}{\alpha_{T_n}}. \quad (19)$$

При этом операторный модуль вязкоупругости определится выражением

$$\bar{E}_n = E_0 \left( 1 + \ln \frac{t_n}{\tau_0} \right) + \eta_0 \frac{1}{t_n}. \quad (20)$$

Характеристика материала при новых условиях может быть определена с помощью уравнения

$$\sigma = \left[ E_0 \left( 1 + \ln \frac{t_n}{\tau_0} \right) + \eta \frac{1}{t_n} \right] \varepsilon. \quad (21)$$

В случае изменения скорости нагружения до величины  $\dot{\varepsilon}_n$ , по сравнению с условиями получения исходной характеристики  $\dot{\varepsilon}_0$ , целесообразно определить значение коэффициента редукции в соответствии с выражением (6).

Тогда

$$\alpha_T = \frac{\dot{\varepsilon}_{Tn}}{\dot{\varepsilon}_{T0}}. \quad (22)$$

Модифицированное время испытаний и характеристика, соответствующая новой скорости нагружения, определится с помощью выражений (19)-(21). В случае изменения длительности испытаний при неизменных прочих условиях модифицированное время определяется как физическое, т.е.  $t_n = t$ .

Если в процессе испытаний одновременно изменяются температура  $T_n$  и скорость нагружения  $\dot{\varepsilon}_n$ , то целесообразно соотношение (1) представить в следующем виде:

$$\eta_0 \frac{1}{t_0} \frac{\alpha_0 k T_0}{C_0} \frac{a_0 c_{v0} v_{z60}}{3\lambda_{T0}} = \eta_0 \dot{\varepsilon}_0 = \eta_n \frac{1}{t_n} \frac{\alpha_n k T_n}{C_n} \frac{a_n c_{vn} v_{z6n}}{3\lambda_{Tn}} = \eta_n \dot{\varepsilon}_n. \quad (23)$$

Полученная таким способом величина скорости нагружения  $\dot{\varepsilon}_n$ , одновременно учитывает изменения температуры и скорости нагружения, выраженной через длительность  $t_n$ . Дальнейший способ вычисления характеристики остается аналогичным приведенному выше.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Журков С.Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел / Физика прочности и пластичности. – М.: Наука. – 1986. – С. 5-10.
2. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
3. Осяев О.Г., Остапенко А.В., Бендюков В.В., Лурье М.М. Экспериментальное определение несущей способности моделей композитных цилиндрических оболочек при действии внутреннего статического и внешнего импульсного избыточного давления // Научный вестник Московского ГТУ ГА. – 2008.
4. Осяев О.Г., Остапенко А.В., Бендюков В.В., Холявко П.Л. Экспериментальное исследование поведения моделей композитных оболочек при воздействии высококонцентрированных потоков энергии и внутреннего избыточного давления // Научный вестник Московского ГТУ ГА. – 2008.

5. *Осяев О.Г., Остапенко А.В.* Расчет несущей способности и оценка технического состояния тонкостенных и толстостенных многослойных оболочечных конструкций с учетом факторов длительной эксплуатации // Вестник МГТУ им. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2008. – № 7. – С. 16-22.
6. *Осяев О.Г., Остапенко А.В.* Кинетический подход к расчету несущей способности полимерных многослойных конструкций, находящихся в длительной эксплуатации // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2008. – № 2 (79). – С. 92-98.

**Осяев Олег Геннадьевич**

Ростовское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск.

E-mail: osyevog@mail.ru.

344038, Ростов-на-Дону, ул. Ленинградская, 1 кв.110.

Тел.: 88632626593; 89281503268.

Кафедра материаловедения; старший преподаватель; доцент.

**Нейдорф Рудольф Анатольевич**

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донской государственный технический университет» в г. Ростове-на-Дону.

E-mail: neyruan@yandex.ru.

344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

Тел.: 88632910764.

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем; заведующий кафедрой; профессор.

**Osiaev Oleg Gennadievitch**

Rostov high military command-and-engineering school missile troops.

E-mail: osyevog@mail.ru.

Leningradskaya str., 1-110, Rostov on the Don, 344038, Russia.

Phone: 88632626593; 89281503268.

The Department of materials science; senior lecturer; candidate of technical sciences.

**Neydorf Rudolf Anatolievitch**

State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Don State Technical University”.

E-mail: neyruan@yandex.ru.

Gagarin sq., 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia.

Phone: 88632910764.

The Computing Machine And Automated System Software department; chairman; professor.

УДК 574

**Н.И. Битюцкая, Б.В. Мамутов**

**АНАЛИЗ РЕГИОНАЛЬНОГО ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ**

*Рассматриваются изменения экологических состояний за счет выброса в воздушные бассейны, в сточные воды загрязняющих веществ. Определяются задачи моделирования, приводятся ряд математических моделей. Делается вывод о необходимости применения системного подхода для изучения экологического состояния региона.*

*Экология; воздушный бассейн; сточные воды; моделирование.*

**N.I. Bituzkaya, B.V. Mamutov**

**ANALYSIS OF REGIONAL ECOLOGICAL CONDITION**

*Changes of ecological conditions at the expense of emission in air pools, in sewage of polluting substances are considered. Modeling problems are defined, to be resulted a number of ma-*