Коберси Искандар Сулейман
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: salouma1@mail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371689.

Белоглазов Денис Александрович
Тел.: 89518382131.

Kobersi Iskandar Souleiman
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".
E-mail: salouma1@mail.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: 88634371689.

Beloglazov Denis Alexandrovich
Phone: 89518382131.

УДК 51-35

Д.С. Махов, С.Е. Мищенко

МЕТОД РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ СИНТЕЗА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ АНТЕННЫХ СИСТЕМ*

Предложен многокритериальный метод решения задач синтеза антенных решеток, отличающийся процедурой определения весовых множителей Лагранжа на основе операций теории нечетких множеств. Использование аппарата нечетких множеств позволяет свести некорректно поставленную задачу синтеза к корректной задаче, которая имеет единственное решение.

Задача синтеза, диаграмма направленности, нечеткое множество, функция принадлежности.

D.S. Mahov, S.E. Mishchenko

METHOD OF THE DECISION MANYCRITERIAN PROBLEMS OF THE SYNTHESIS OF THE INTELLECTUAL ANTENNA SYSTEMS

Manycriterian method of the decision of the problems of the syntheses of the antenna array, diversified by procedure of the determination Lagranzh multipliers on base operation of fuzzy sets theory is appeared. Use the device of the fuzzy sets allows to reduce incorrect set the problem syntheses to well-behaved problem, which has a single decision.

Problem of the syntheses, diagram directivity, fuzzy set, function accesories

Постановка задачи синтеза системы может содержать несколько противоречивых критериев. При этом решение задачи, как правило, не удовлетворяет каждому критерию по отдельности, а представляет собой компромисс между всеми требованиями задачи. В качестве критериев выбора решения задач синтеза антенных решеток (АР) могут выступать следующие: максимум коэффициента направ-

* Доклад выполнен при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант № МД-1145.2009.8).

ленного действия, минимум величины среднеквадратического отклонения диаграммы направленности (ДН) антенны от заданной диаграммы направленности, минимум вариации нормы токов в раскрыве антенны [1,2], а также дополнительные ограничения, связанные с формированием низкого уровня боковых лепестков ДН в направлении на источник помехи, ширину луча и т.д.

На практике часто возникает необходимость выбора наилучших параметров антенны с точки зрения группы критериев. Классическим подходом при этом является использование метода множителей Лагранжа [2,3]. Для его реализации часть требований переводится в разряд ограничений задачи и составляется функция Лагранжа в виде взвешенной суммы всех целевых функций. Таким образом, исходная многокритериальная задача сводится к решению задачи на безусловный экстремум функции Лагранжа. Выбор значений множителей Лагранжа определяется значимостью ограничений задачи и связан с преобразованием размерности каждой целевой функции, попавшей в разряд ограничений, к размерности основной целевой функции. Определение наилучших значений множителей Лагранжа – самостоятельная задача, решение которой очевидно далеко не всегда.

В докладе предлагается метод выбора оптимальных множителей Лагранжа на основе применения функций предпочтения нечетких множеств, заданных на множествах значений множителей Лагранжа.

Рассмотрим многокритериальную задачу синтеза интеллектуальной антенны вида:

$$\Re_i(\mathbf{X}) \to \min_{\mathbf{X}},\ i = 1,2,...,K, \tag{1}$$

где $\mathbf{X} = \{X_1, X_2,..., X_N\}$ – конечное множество искомых параметров антенны; $\Re_i$ – целевая функция i-го требования задачи $(i = 1,2,..., K)$.

Поскольку требования к антенне могут быть противоречивыми и постановка задачи синтеза (1) не всегда имеет точное решение, преобразуем исходную задачу в виде задачи на условный экстремум:

$$\Re_1(\mathbf{X}) \to \min_{\mathbf{X}}; \tag{2}$$

при

$$\Re_i(\mathbf{X}) \le \delta_i,\ i = 2,3,...,K. \tag{3}$$

Здесь $\delta_i > 0$ заданные положительные значения.

В соответствии с методом множителей Лагранжа задача синтеза вида (2), (3) может быть сведена к определению экстремума целевой функции вида:

$$\Re(\mathbf{X},\alpha) = \Re_1(\mathbf{X}) + \sum_{i=2}^{K} \alpha_i \left[\Re_i(\mathbf{X}) - \delta_i\right]. \tag{4}$$

Отсюда следует, что исходная задача с N неизвестными на условный экстремум сводится к задаче с $N + K - 1$ неизвестными на безусловный экстремум. В большинстве случаев решение задачи на безусловный экстремум осуществляют в два этапа: сначала определяют «укороченную» критическую точку функции Лагранжа, а затем находят множители Лагранжа, например, с помощью уравнений связи.

Рассмотрим другой подход, позволяющий избежать необходимости определения параметров δ_i.

Преобразуем исходную задачу вида (1) к задаче на безусловный экстремум целевой функции вида:

$$\Re(\mathbf{X},\alpha)=\sum_{i=1}^{K}\alpha_i\Re_i(\mathbf{X}). \tag{5}$$

Здесь $\alpha_1 = 1$.

Качество решения, оцениваемое целевой функцией (5), зависит от выбора параметров α_i.

Введем функции принадлежности $\mu_i(\alpha)\in[0;1]$ $(i = 2,3,...,K)$, заданные на допустимом множестве значений β. Совокупности $\mu_i(\alpha)$ и $\mu_i(\beta)$ образуют $K-1$ нечетких множеств β_i $(i = 2,3,...,K)$.

Введем нечеткое множество $\tilde{\beta}=\bigcap\limits_{i=2}^{K}\beta_i$, заданное на множестве β с функцией принадлежности $\mu(\beta)=\min[\mu_i(\beta)]$. Это множество соответствует пересечению нечетких множеств, которое может задаваться различными способами [4].

Тогда искомый набор множителей Лагранжа представляет собой результат дефаззификации нечеткого множества $\tilde{\beta}$ [4].

В качестве примера рассмотрим решение задачи синтеза $N = 32$ -элементной линейной АР изотропных точечных излучателей с шагом между излучателями, равным $d = 0{,}5\lambda$.

Пусть необходимо найти вектор комплексных амплитуд $\mathbf{X}=\{X_n\}$ $(n = 1,2,...,N)$ возбуждения излучателей антенной решетки, обеспечивающий формирование заданной ДН вида:

$$D(u)=\begin{cases}\cos(gu), & |u|<0.09;\\ 0.1, & |u|\geq 0.09\end{cases} \tag{6}$$

и удовлетворяющий критериям:

$$\Re_1(\mathbf{X})=\int_{-1}^{1}|D(u)-F(\mathbf{X},u)|^2\,du \to \min; \tag{7}$$

$$\Re_2(\mathbf{X})=\sum_{n=1}^{N}|X_n|^2 \to \min; \tag{8}$$

$$\Re_3(\mathbf{X})=|F(\mathbf{X},u_e)|^2 \to \min, \tag{9}$$

где

$$F(\mathbf{X},u)=\sum_{n=1}^{N}X_n f_n(u); \tag{10}$$

$f_n(u) = \exp(ikx_n u)$ – ДН n-го излучателя; $u = \sin\theta$; $u_e = -\sin 10^\circ$ – направление на источник помехи.

В выражении (6) параметр g определяет форму главного луча и в рассматриваемом примере равен 16.

Решение рассматриваемой задачи может быть найдено следующим образом. Учтем требование (9) к форме ДН, дополнив выражение (6) следующим условием:

$$D(u_e) = 0. \tag{11}$$

Тогда рассматриваемая задача вида (7)–(9) может быть сведена к задаче на безусловный минимум функции Лагранжа в виде:

$$\Re(\mathbf{X}, \alpha) = \int_{-1}^{1} \left| D(u) - F(\mathbf{X}, u) \right|^2 du + \alpha \sum_{n=1}^{N} \left| X_n \right|^2 . \tag{12}$$

Минимум целевой функции (12) может быть найден из решения системы линейных уравнений [3]:

$$\sum_{n=1}^{N} X_n \int_{-1}^{1} f_n(u) f_m^*(u) du + \alpha X_m = \int_{-1}^{1} D(u) f_m^*(u) du, \; m = 1,2,...,N. \tag{13}$$

В результате для различных значений параметра $\alpha \geq 0$ может быть получен набор решений $\mathbf{X}(\alpha)$ и соответствующие наборы значений целевых функций $\Re_i(\mathbf{X}(\alpha), \alpha) = \Re_i(\alpha)$ $(i = 1,2,3)$.

Введем функции принадлежности $\mu_i(\alpha)$ вида:

$$\mu_1(\alpha) = \left[1 + \exp(-\Re_1(\alpha)(\alpha - \alpha_0))\right]^{-k}; \tag{14}$$

$$\mu_2(\alpha) = \left[\exp\left(\frac{1}{-\Re_2(\alpha)}\right)\right]^{-k}, \tag{15}$$

$$\mu_3(\alpha) = \left[\exp(-\Re_3(\alpha))\right]^{-k}. \tag{16}$$

Определим функцию принадлежности $\mu(\alpha)$ по правилу

$$\mu(\alpha) = \prod_{i=1}^{3} \mu_i(\alpha). \tag{17}$$

Выберем решение задачи, соответствующее $\mathbf{X}(\alpha_0)$, где $\mu(\alpha_0) = \max(\mu(\alpha))$.

На рис. 1 приведены графики функций принадлежности $\mu_i(\alpha)$ (кривые 1–3) и нормализованная функция принадлежности $\mu(\alpha)$ (кривая 4). Максимуму кривой 4 соответствует $\alpha = 47$.

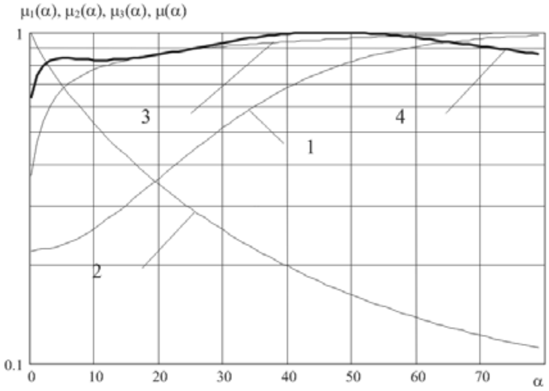

Рис. 1. Нечеткие множества в пространстве допустимых решений и их вероятностное пересечение

На рис. 2 изображены заданная ДН (кривая 1), синтезированная ДН при $\alpha = 47$ (кривая 2), а также синтезированные ДН при $\alpha = 0$ (кривая 3). Анализ результатов на рис. 2 показывает, что синтезированная ДН при $\alpha = 47$ отличается от ДН, соответствующей решению задачи аппроксимационного синтеза (по критерию (1) при $\alpha = 0$), только в области задних лепестков, а в области главного луча практически совпадает с заданной ДН с графической точностью.

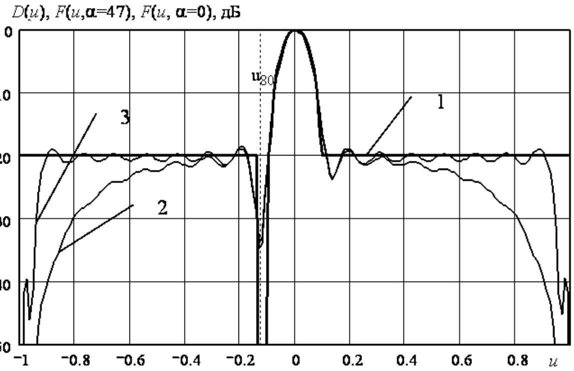

Рис. 2. Заданная ДН, синтезированная ДН при $\alpha = 47$ и $\alpha = 0$

Вместе с тем, найденные при $\alpha = 47$ амплитуды возбуждения излучателей заметно отличаются от амплитуд, полученных при $\alpha = 0$, что иллюстрируют результаты на рис. 3. На данном рисунке кривая 1 – амплитуды возбуждения излучателей АР, найденные при $\alpha = 47$, кривая 2 получена при $\alpha = 0$. Возбуждение излучателей синтезированной АР является синфазным. Очевидно, что распределение, соответствующее кривой 2, является физически нереализуемым.

Полученные результаты показывают, что при $\alpha = 0$ в направлении на источник помехи уровень боковых лепестков самый низкий и равен −34дБ. По мере увеличения коэффициента уровень боковых лепестков возрастает и при $\alpha = 47$ увеличивается на 1 дБ. Однако найденное решение является компромиссом для трех рассматриваемых критериев (7)-(9).

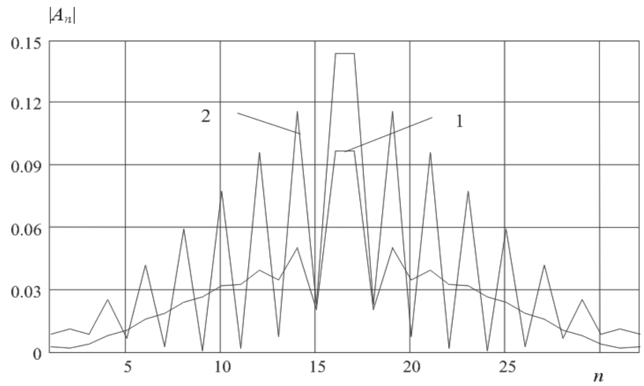

Рис. 3. Амплитуды возбуждения излучателей при $\alpha = 47$ *и* $\alpha = 0$

Таким образом, применение элементов теории нечетких множеств позволяет получить однозначное обоснованное решение многокритериальной задачи синтеза антенной системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зелкин Е.Г., Соколов В.Г.* Методы синтеза антенн: Фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрывом. – М.: Сов. радио, 1980. – 296 с.
2. *Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д.* Синтез излучающих систем (теория и методы расчета). – М.: Сов. радио, 1974. – 232 с.
3. *Дмитриев В.И., Березина Н.И.* Численные методы решения задач синтеза излучающих систем. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 112 с.
4. *Батыршин И.З.* Основные операции нечеткой логики и их обобщения. – Казань: Отечество, 2001. – 102 с.

Махов Денис Сергеевич
Ростовский военный институт ракетных войск имени главного маршала артиллерии М.И. Неделина.
E-mail: astramanus@mail.ru.
344038, г. Ростов-на-Дону, пр. М. Нагибина, 24/50.
Тел.: 88632568965.

Мищенко Сергей Евгеньевич
E-mail: mihome@yandex.ru.

Mahov Denis Sergeevich
Rostov military institute of rocket armies.
E-mail: astramanus@mail.ru.
24/50, M. Nagibin av., Rostov-on-Don, 344038, Russia.
Phone: 88632568965.

Mishchenko Sergey Evgenievich,
E-mail: mihome@yandex.ru.