

3. *Огурцов Е.С.* Исследование диаграмм рассеяния и направленности азимутальной антенной решетки из скошенных волноводов в меридиональной плоскости, для случая Н-поляризованной волны // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2008. – № 11 (88). – С. 34-35.
4. *Привалова Т.Ю., Юханов Ю.В.* Рассеяние плоской волны на двумерной модели решетки Ван-Атта // Антенны. – 2007. – № 5. – М.: МАИК, 2007.
5. *Юханов Ю.В., Огурцов Е.С.* Исследование характеристик скошенной плоскопараллельной волноводной антенны, диаграмм рассеяния и диаграмм направленности, для случая Н-поляризованной волны // Вестник МГОУ. – 2008. – № 1. – М.: МГОУ, 2008.

Огурцов Евгений Сергеевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: evg8787@mail.ru.
347922, г. Таганрог, ул. Петровская, 17.
Тел.: 79615010470.

Ogurtsov Evgeny Sergeevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: evg8787@mail.ru.
17, Petrovskaya street, Taganrog, 347922, Russia.
Phone: 79615010470.

Огурцов Сергей Федорович

Московский государственный открытый университет филиал в городе Кропоткине.
E-mail: evg8787@mail.ru.
352386, г. Кропоткин, ул. Прохладная, 53.
Тел.: 79615010470.

Ogurtsov Sergey Fedorovich

Moscow state open university branch in Kropotkin.
E-mail: evg8787@mail.ru.
53, Cool street, Kropotkin, 352386, Russia.
Тел.: 79615010470.

УДК 621.372

В.А. Ляшев

**ПРОБЛЕМА ТОЧНОСТИ В РАЗДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ
С ЗАДЕРЖКАМИ**

В данной работе уделяется внимание вопросам согласованности разделенных частей, условиям применимости метода совместных релаксаций в таких системах, а также предлагается способ оценки погрешности метода.

Система с задержкой; релаксация; оценка погрешности.

V.A. Lyashev

ACCURACY ISSUE IN DELAYED FEED-BACK DECOMPOSITION SYSTEMS

In the paper we are observing consistency issues for partitioned system after delayed feed-back decomposition, a way to implement the concurrent relaxation techniques, and the definition of local delayed differential equations error.

A system with delay; relaxation; error estimate.

Современная система моделирования [1] должна обеспечивать совместную работу множества различных моделирующих средств, а также совместную работу численных моделей и моделей, представленных "реальными" устройствами, т.е. спроектированными и изготовленными частями энергетической системы. В последнем случае моделирование должно выполняться в "реальном" временном масштабе.

Из постановки задачи следует, что при моделировании энергетической системы осуществляется ее *структурная декомпозиция*. Данный подход определяется как альтернатива *стандартному моделированию*, осуществляющему совместное решение всех уравнений, описывающих моделируемый объект. Отметим, что совместное решение математических моделей энергетической системы принципиально невозможно, если некоторые части представлены "реальными" объектами, и крайне затруднено, если различные части системы моделируются с помощью различных программных средств.

Пусть моделируемая система может быть условно разделена на несколько частей (**A, B, C...**), связанных друг с другом и функционирующих как единое целое.

Пусть, кроме того, существует достаточно точное математическое описание результирующей системы в виде

$$\begin{aligned} F_A(X_A, X_B, X_C) &= 0; \\ F_B(X_A, X_B, X_C) &= 0; \\ F_C(X_A, X_B, X_C) &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $X_A \in R^{N_A}$ – вектор переменных состояния для блока **A**, а F_A – дифференциально-алгебраический оператор из $R^{N_A \times N_B \times N_C}$ в R^{N_A} . Аналогичным образом определяются и $X_B, F_B, X_C, F_C...$

При стандартном подходе к моделированию все уравнения (1) решаются совместно [2]. Это означает, что на каждом временном шаге (величина шага для всех уравнений одинакова) производные переменных состояния заменяются разностями, а затем полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается с помощью итерационных методов ньютоновского типа. На каждой ньютоновской итерации результирующая система линейных алгебраических уравнений решается прямыми (гауссовскими) методами, как правило, с использованием техники разреженных матриц. Подобный подход реализован в большинстве стандартных пакетов моделирования таких, как Pspice, Spice2, Spice3, ELDO и др.

Структурная декомпозиция при моделировании некоторой системы используется по следующим причинам. Во-первых, если исходная математическая модель (1) содержит большое число уравнений, методы декомпозиции могут оказаться значительно более эффективными, чем стандартный подход, так как вычислительная трудоемкость метода растет пропорционально размерности системы. Во-вторых, декомпозиция используется, если для моделирования каждой части системы **A, B, C...** применяется своя автономно действующая программа, осуществляющая независимо процесс формирования и решения уравнений соответствующего фрагмента. Подобная ситуация возникает при моделировании смешанных систем [3], включающих объекты различной физической природы (электрическая, механическая, тепловая, акустическая и т.д.). Наконец, если математическая модель некоторой части недоступна (неизвестна), но имеется возможность эту часть как физический объект подсоединить с помощью интерфейса к программной моделирующей системе, имитирующей остальные части (HIL-моделирование), мы

также получаем анализ на основе декомпозиции. Два последних фактора неизбежно присутствуют при реализации модели энергетической системы в современных программах моделирования, таких как SimNG [1].

Как правило, численные методы решения линейных дифференциальных уравнений характеризуют локальными и глобальными ошибками. Известно, что глобальная погрешность метода складывается из локальных, поэтому достаточно определиться с локальной погрешностью метода. К сожалению, понятие локальной ошибки усечения нельзя применить к системам уравнений, которые образуются в результате декомпозиции с задержками. На это есть две причины. Во-первых, локальная ошибка усечения вводится для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, которые удовлетворяют условиям Липшица, т.е. требованию непрерывности как самого решения, так и его производных по времени. Во-вторых, локальная ошибка усечения вводится при условии сходимости решения, т.е. если временной шаг устремить к нулю, то полученное решение должно стремиться к точному. Декомпозиция с задержкой и МСР приводят к иному виду дифференциальных уравнений [4], при этом оба требования не выполняются. Так, при $t = \tau$ возможны разрывы первого рода для полученных решений. Второе условие никогда не выполняется, так как выбирая временной шаг бесконечно малым невозможно тоже самое сделать с задержкой, а решение на межблочном уровне в декомпозированной системе выполняется с дискретностью τ . Такая дискретность обмена нарушает причинно-следственные связи в моделируемой системе, что может привести к неадекватным результатам моделирования, простым примером может послужить случай, когда временная задержка больше длительности переходных процессов в цепи или больше, чем время воздействия на цепь с обратной связью. В этом случае отклик электрической цепи, разделенной на части, будет распределен во времени, так как реакция всех последующих частей на первый блок через цепь обратной связи будет задержана, что может существенно исказить полученные результаты.

Предлагается ввести новый вид ошибки специально для систем уравнений с задержками: локальная ошибка декомпозиции с задержкой (local delay-decomposition error, LDDE).

Пусть $\mathbf{X}(t_n)$ – точное значение искомой функции $\mathbf{X}(t)$ при $t = t_n$; \mathbf{X}_n – аппроксимация $\mathbf{X}(t_n)$ полученная посредством некоторого численного метода. Тогда, по аналогии с ошибками усечения, можно ввести локальную ошибку декомпозиции с задержкой

$$\varepsilon_N^{LDDE} = \|\mathbf{X}(t_{N\tau}) - \hat{\mathbf{X}}_{N\tau}\|,$$

где N – номер интервала $[(N-1)\tau, N\tau]$, $N = 1, 2, 3, \dots$, $t_{N\tau}$ – ближайшая «слева»

точка последовательности $\{t_n\}$ к временной точке $N\tau$, $\hat{\mathbf{X}}_{N\tau}$ – решение, полученное методом совместных релаксаций для $t = t_{N\tau}$ при условии, что $\mathbf{X}_{(N-1)\tau} \equiv \mathbf{X}(t_{(N-1)\tau})$, т.е. функция предыстории задана точно. Проще всего локальную ошибку декомпозиции с задержкой можно получить на первом интервале $(0, \tau]$. В этом случае функция предыстории следует из постановки задачи (при анализе электрических цепей во временной области данная функция обычно равна нулю – нулевые начальные условия и нулевая функция предыстории). Такая ошибка является полным аналогом локальной ошибки усечения на первом шаге и определяется как $\varepsilon_1^{LDDE} = \varepsilon^{LDDE} = \|\mathbf{X}(t_\tau) - \mathbf{X}_\tau\|$.

Метод совместных релаксаций – единственный из релаксационных методов, который может применяться при анализе сложных динамических систем, так как

он не ограничен ни способом разбиения системы, ни численными методами дальнейшего решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В то же время он позволяет упростить задачу за счет декомпозиции, что очень важно для моделирования сложных систем.

Если рассматривать данный подход применительно к энергосистемам, то можно заметить, что в большинстве случаев сложные энергообъекты представляют собой модульную структуру, что существенно упрощает задачу декомпозиции системы, а их многосвязность и взаимовлияние можно учесть используя метод совместных релаксаций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Lyashev V.A., Reznikov V.B., Zolotovskiy V.E.* Modeling Environment for Complex Multicomponent Engineering Systems // Proc. of int. conf. "Information approach in the natural, humanitarian and engineering sciences". Part#3. – Taganrog: "Anton", 2004. – P.53-56.
2. *Zein D.* Solution of a set of nonlinear algebraic equations for general purpose CAD programs. - Circuit analysis, simulation and design, ed. by Ruehli A.E., North Holland, 1986.
3. *Dmitriev-Zdorov V.B., Klaassen B.* An improved relaxation approach for mixed system analysis with several simulation tools. - Proc. of European Design Autom. Conf., EURO-DAC'95. Brighton, UK, 1995. – P. 274-279.
4. *Bellen A., Zennaro M.*, Numerical methods for delay differential equations. Numerical Mathematics and Scientific Computation, Oxford Science Publications. Oxford University Press. – Oxford, 2003.

Ляшев Владимир Александрович

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: Lyashev@tti.sfedu.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371632.

Кафедра теоретических основ радиотехники; доцент.

Lyashev Vladimir Alexandrovich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".

E-mail: Lyashev@tti.sfedu.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634371632.

The Department of Fundamentals of Radio Engineering; associate professor.

УДК 621.396

А.О. Касьянов, М.С. Китайский

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛОСКОЙ РЕКТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПЕЧАТНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье приводятся результаты тестирования алгоритма для расчета характеристик рассеяния полей от комбинированных микрополосковых излучателей находящихся в составе решетки. Полученные в ходе численного моделирования результаты, свидетельствуют об адекватности разработанной математической модели.

Комбинированный излучатель; численное исследование; импеданс; коэффициент отражения; фазовая характеристика.