

Pshihopov Vjacheslav Hasanovich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: pshichop@rambler.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634371694.

Medvedev Mihail Jur'evich

E-mail: ms@pisem.net.

УДК 681.513

Р.И. Балабаев

**АНАЛИЗ УПРАВЛЯЕМОСТИ И СИНТЕЗ АВТОПИЛОТОВ
САМОЛЕТА-АМФИБИИ**

В работе рассматривается анализ управляемости и синтеза автопилота самолета-амфибии для предотвращения выхода на неустойчивые режимы движения с учетом ограничений на управление. Получены условия управляемости, аналогичные условиям управляемости Е.С. Пятницкого, ограничивающие область функционирования самолета и имеющие вид скалярных неравенств. Приведена графическая интерпретация полученных в работе областей управляемости. Синтезирована робастная система управления, отличающаяся грубостью к внешним и внутренним возмущениям. Приведены результаты моделирования.

Самолет-амфибия; управляемость нелинейных систем; многосвязность, ограничения на управление; область управляемости; робастность.

R.I. Balabaev

**ANALYSIS OF CONTROLLABILITY AND SYNTHESIS OF THE AUTOPILOT
OF A AMPHIBIAN**

At this paper design procedures analysis of controllability and synthesis of the autopilot of a amphibian for prevention of an output on unstable modes of movement in view of restrictions on control. Conditions controllabilities of E.S. Pjatnitskogo similar to conditions functioning of the plane limiting area and looking like scalar inequalities are received. Graphic interpretations of the areas of controllability received in work are shown. The control system distinguished by roughness to external and internal indignations is synthesized robastic. Results of modelling are showing.

Amphibian; control nonlinear systems; nonlinear multiply connected systems; similar to conditions functioning; area of controllability; robastic.

Введение. Расширение возможностей самолета для решения задач взлета и посадки на водную поверхность, забора воды с акватории накладывает ряд специфических требований на систему управления. В частности, не до конца решен вопрос демпфирования системой управления колебаний, связанных с ударом о водную поверхность. Существующие автоматические системы демпфирования имеют существенный недостаток. При случайном выходе самолета на верхнюю границу устойчивости демпфер не позволяет самолету вернуться в устойчивую область и приводит к развитию продольной неустойчивости, а выход на нижнюю границу приводит к путевой неустойчивости.

Как известно, автоматические устройства, используемые в авиастроении, строятся, как правило, на основе линейных моделей достаточно адекватных при малых отклонениях переменных системы. Явление неустойчивости системы связано с большими отклонениями от положения равновесия, ограничениями на пе-

ременные системы и управление и чувствительностью замкнутой системы самолет-система к внутренним и внешним возмущениям. В связи с этим актуально привлечение подходов и методов нелинейной теории управления.

Постановка задачи. Поставим задачу анализа управляемости и синтеза робастной системы стабилизации продольных колебаний самолетом-амфибией с учетом ограничений. Решение этих задач для нелинейных блочных систем в общем виде имеется в работах [1]. Показано, что при достаточном числе управлений ранговые критерии управляемости могут быть сведены к системе неравенств, аналогичных условиям Е.С. Пятницкого [2, 3]. В работах [5, 6, 9] сформированы подходы к синтезу робастных релейных законов управления нелинейных многосвязных систем, а в [4] исследование динамики летательного аппарата.

Рассмотрим математическую модель самолета-амфибии [7, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x(t)}{dt} &= \frac{1}{I_x} (m_x(\delta_{\alpha}, \alpha) + m_x^{ocm}) qSl + (I_y - I_z) \omega_y \omega_z, \\ \frac{d\omega_y(t)}{dt} &= \frac{1}{I_y} (m_y(\delta_{\beta}, \alpha) + m_y^{ocm}) qSl + (I_z - I_x) \omega_z \omega_x + \frac{l}{2} (P_1 \cdot \alpha_1 - P_2 \cdot \alpha_2), \\ \frac{d\omega_z(t)}{dt} &= \frac{1}{I_z} (m_z(\delta_{\gamma}, \alpha) + m_z^{ocm}) qSb_a + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y, \\ \frac{dV_x(t)}{dt} &= \frac{1}{m} \left(\left(\begin{array}{l} C_x(\delta_{\beta}, \alpha) + C_x(\delta_{\alpha}) + \\ + C_x(\delta_{\beta}) + C_x(\delta_{\alpha}) + \\ + C_x(\delta_{\beta}) + C_x^{ocm} \end{array} \right) qS + P_1 \alpha_{py0.1} \cos(\phi_p) + P_2 \alpha_{py0.2} \cos(\phi_p) \right) - mg \sin \nu - \\ & - \omega_y V_z + \omega_z V_y, \\ \frac{dV_y(t)}{dt} &= \frac{1}{m} \left(\left(C_y(\delta_{\beta}, \alpha) + C_y^{ocm} \right) qS + P_1 \alpha_{py0.1} \sin(\phi_p) + P_2 \alpha_{py0.2} \sin(\phi_p) \right) - mg \cos \nu - \\ & - \omega_z V_x + \omega_x V_z, \\ \frac{dV_z(t)}{dt} &= \frac{1}{m} \left(\left(C_z(\delta_{\beta}, \alpha) + C_z^{ocm} \right) qS + mg \cos \nu \cos \gamma \right) - \omega_y V_x + \omega_x V_y, \end{aligned} \quad (1)$$

где ω_x – угловая скорость относительно оси X , ω_y – угловая скорость относительно оси Y , ω_z – угловая скорость относительно оси Z , V_x – скорость перемещения относительно оси X , V_y – скорость перемещение относительно оси Y , V_z – скорость перемещения относительно оси Z , I_x , I_y , I_z – моменты инерции относительно осей X , Y , Z , C_x , C_y , C_z – безразмерные коэффициенты аэродинамических сил относительно осей связанной системы координат X , Y , Z , m_x , m_y , m_z – безразмерные коэффициенты моментов аэродинамических сил относительно осей связанной системы координат X , Y , Z ; $\alpha_{py0.1}$ – угол отклонения ручки управления двигателем, ϕ_p – угол заклинивания двигателя, l – размах крыла самолета, b_a – средняя аэродинамическая хорда крыла.

Система (1) включает шесть переменных состояния $\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z$ и семь управлений $\delta_{рв.}, \delta_{рн.}, \delta_{э.}, \alpha_{пуд.1.}, \alpha_{пуд.2.}, \delta_{пред.}, \delta_{закр.}$. В этом случае условия управляемости могут быть рассмотрены в смысле Калмана [1]. Показано, что для того чтобы система (1) была управляема, достаточно выполнения условий управляемости, аналогичных условиям Е.С.Пятницкого [2,3], ограничивающим область функционирования объекта, а ранговые условия являются частью указанных условий управляемости. Запишем условие управляемости [1]:

$$|f(x)| < |b(x) \circ U_m|, f(0) = 0, \quad (2)$$

где $f(x)$ – вектор функций переменных состояния, $x = (\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z)$ – вектор переменных системы, $b(x)$ – Якобиан системы по вектору управления; $(b_j(x) \circ U_m)$ – скалярное произведение векторов;

$U_m = (\delta_6^{max}, \delta_{рн.}^{max}, \delta_{э.}^{max}, \alpha_{пуд.1.}^{max}, \alpha_{пуд.2.}^{max}, \delta_{пред.}^{max}, \delta_{закр.}^{max})^T$ – вектор постоянных положительных чисел, определяющих ограничения на управляющие воздействия.

Перепишав условия (2) в скалярной форме для системы (1), получим следующие условия управляемости:

$$\begin{aligned} 0 < |F_1(\omega_y, \omega_z)| &= \left| \frac{m_x(\delta_{э.}, \alpha) qSL}{I_x} y_{1,3} \right|, \\ 0 < |F_2(\omega_z, \omega_x)| &= \left| \frac{m_y(\delta_{рн.}, \alpha) qSL}{I_y} y_{2,2} + \frac{LP_1}{2} y_{2,6} - \frac{LP_2}{2} y_{2,7} \right|, \\ 0 < |F_3(\omega_x, \omega_y)| &= \left| \frac{m_z(\delta_{рв.}, \alpha) qSb_a}{I_z} y_{3,1} \right|, \\ 0 < |F_4(\omega_y, \omega_z, V_y, V_z)| &= \left| -\frac{C_x(\delta_{рв.}, \alpha) qS}{m} y_{4,1} - \frac{C_x(\delta_{э.}) qS}{m} y_{4,2} - \frac{C_x(\delta_{рн.}) qS}{m} y_{4,3} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_x(\delta_{закр.}) qS}{m} y_{4,4} - \frac{C_x(\delta_{пред.}) qS}{m} y_{4,5} + \frac{P_1 \cos(\phi_p)}{m} y_{4,6} + \frac{P_2 \cos(\phi_p)}{m} y_{4,7} \right|, \\ 0 < |F_5(\omega_x, \omega_z, V_x, V_z)| &= \left| \frac{C_y(\delta_{дд.}, \alpha) qS}{m} y_{5,1} + \frac{P_1 \cos(\phi_p)}{2} y_{5,6} + \frac{P_{21} \cos(\phi_p)}{2} y_{5,7} \right|, \\ 0 < |F_6(\omega_y, \omega_z, V_x, V_y)| &= \left| \frac{C_z(\delta_{дд.}, \alpha) qS}{m} y_{6,2} \right|. \end{aligned} \quad (3)$$

где $y_{1,3} = y_{4,2} = \delta_{э.}^{max}$, $y_{2,2} = y_{4,3} = y_{6,2} = \delta_{рн.}^{max}$, $y_{2,6} = y_{4,6} = y_{5,6} = \alpha_{пуд.1.}^{max}$, $y_{2,7} = y_{4,7} = y_{5,7} = \alpha_{пуд.2.}^{max}$, $y_{3,1} = y_{4,1} = y_{5,1} = \delta_{рв.}^{max}$, $y_{4,4} = \delta_{закр.}^{max}$, $y_{4,5} = \delta_{пред.}^{max}$.

Полученные соотношения (3) являются условиями управляемости самолета-амфибии с учетом ограничений на управление. Покажем графические интерпретации областей управляемости по переменным x_1 и x_2 в зависимости от скорости полета и отклонения органов управления (3) для самолета-амфибии Бе-200 (рис. 1, 2).

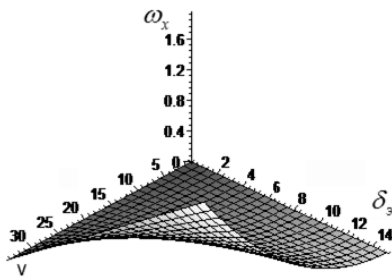


Рис. 1. Область управляемости в координатах линейной V и угловой ω_x скоростей и отклонения элеронов δ_ε

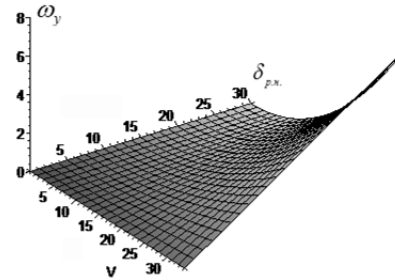


Рис. 2. Область управляемости в координатах скоростей V и ω_y и отклонения руля направления $\delta_{р.н.}$

Полученные зависимости (3), графические интерпретации которых показаны на рис. 1, 2, указывают на уменьшение эффективности рулей при уменьшении скорости полета и дают им количественную оценку в зависимости от параметров самолета. Полученные области управляемости позволяют ввести в синтезированную систему автоматического управления ограничения выхода самолета-амфибии на критические углы хода в зависимости от скорости полета и углов отклонения органов управления [7].

Рассмотрим синтез робастных законов управления. Поставим задачу выдерживания заданной скорости движения и стабилизацию угловой скорости самолета-амфибии при движении по воде для предотвращения выхода на неустойчивые режимы движения. В соответствии с работой [1] рассмотрена функция

$$H = -x(f(x) + u). \tag{4}$$

Очевидно, что функция H достигает максимума при управлении

$$u = U_{max} \text{sign}(-x). \tag{5}$$

Подставив (5) в (4), получим

$$H = -x(f(x) + U_{max} \text{sign}(-x)). \tag{6}$$

Раскроем функцию (6) H для системы (1), выполним перегруппировку и отбросим члены, не содержащие управления:

$$\begin{aligned}
 H = & \left(-\frac{x_1 m_x (\delta_\gamma, \alpha) qSl}{I_x} + \frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_\gamma) qS}{m} \right) \delta_\gamma + \\
 & + \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{p.n.}) qS}{m} - \frac{x_2 m_y (\delta_{p.n.}) qSl}{I_y} - \frac{x_6 C_z (\delta_{p.n.}, \alpha) qSl}{m} \right) \delta_{p.n.} + \\
 & + \left(-\frac{1}{2} x_2 l P_1 - \frac{(x_4 - x_4^0) P_1 \cos(\phi_p)}{m} - \frac{x_5 P_1 \sin(\phi_p)}{m} \right) \alpha_{py\theta.1.} + \\
 & + \left(\frac{1}{2} x_2 l P_2 - \frac{x_5 P_2 \sin(\phi_p)}{m} - \frac{(x_4 - x_4^0) P_2 \cos(\phi_p)}{m} \right) \alpha_{py\theta.2.} + \\
 & + \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{p.в.}, \alpha) qS}{m} - \frac{x_3 m_z (\delta_{p.в.}, \alpha) qSb_a}{I_z} + \frac{x_5 C_y (\delta_{p.в.}, \alpha) qSb_a}{m} \right) \delta_{p.в.} + \\
 & + \frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{закр.}) qS}{m} \delta_{закр.} + \frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{пред.}) qS}{m} \delta_{пред.}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Из выражения (7) получим зависимости управляющих воздействий от переменных состояния и параметров системы:

$$\delta_{p.в.} = \delta_{p.в.}^{\max} \operatorname{sign} \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{p.в.}, \alpha) qS}{m} - \frac{x_3 m_z (\delta_{p.в.}, \alpha) qSb_a}{I_z} + \frac{x_5 C_y (\delta_{p.в.}, \alpha) qSb_a}{m} \right); \quad (8)$$

$$\delta_{p.n.} = \delta_{p.n.}^{\max} \operatorname{sign} \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{p.n.}) qS}{m} - \frac{x_2 m_y (\delta_{p.n.}) qSl}{I_y} - \frac{x_6 C_z (\delta_{p.n.}, \alpha) qSl}{m} \right); \quad (9)$$

$$\delta_\gamma = \delta_\gamma^{\max} \operatorname{sign} \left(-\frac{x_1 m_x (\delta_\gamma, \alpha) qSl}{I_x} + \frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_\gamma) qS}{m} \right); \quad (10)$$

$$\delta_{пред.} = \delta_{пред.}^{\max} \operatorname{sign} \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{пред.}) qS}{m} \right); \quad (11)$$

$$\delta_{закр.} = \delta_{закр.}^{\max} \operatorname{sign} \left(\frac{(x_4 - x_4^0) C_x (\delta_{закр.}) qS}{m} \right); \quad (12)$$

$$\alpha_{py\theta.1.} = \alpha_{py\theta.1.}^{\max} \operatorname{sign} \left(-\frac{1}{2} x_2 l P_1 - \frac{(x_4 - x_4^0) P_1 \cos(\phi_p)}{m} - \frac{x_5 P_1 \sin(\phi_p)}{m} \right); \quad (13)$$

$$\alpha_{py\theta.2.} = \alpha_{py\theta.2.}^{\max} \operatorname{sign} \left(\frac{1}{2} x_2 l P_2 - \frac{x_5 P_2 \sin(\phi_p)}{m} - \frac{(x_4 - x_4^0) P_2 \cos(\phi_p)}{m} \right). \quad (14)$$

Как видно управляющие воздействия не зависят от правых частей системы (1). Для замкнутой системы (1), (8) – (14) анализ функций Ляпунова показал, что замкнутая система (1), (8) – (14) асимптотически устойчива.

Покажем результаты моделирования замкнутой системы (1), (8) – (14) при следующих значениях параметров: $V_x = 34 \text{ м/с}$ – заданная скорость полета самолета; $P = 2 \times 410 \text{ кг}$ – максимальная тяга силовой установки; $\phi_p = -0,03 \text{ рад}$ – угол установки силовой установки относительно средней аэродинамической хорды (САХ) крыла самолета; $S = 16,675 \text{ м}^2$ – площадь крыла самолета; $b_a = 1,478 \text{ м}$ – САХ крыла самолета; $I_x = 195 \text{ кг/м}^3$, $I_y = 527,4 \text{ кг/м}^3$, $I_z = 437,1 \text{ кг/м}^3$ – моменты инерции самолета относительно главных осей, $\delta_{p.в.}^{\max} = 25$, $\delta_{p.н.}^{\max} = 30$, $\delta_{\vartheta}^{\max} = 15$, $\delta_{пред.}^{\max} = 25$, $\delta_{закр.}^{\max} = 250$, $\alpha_{пуд.1.}^{\max} = 0,46$, $\alpha_{пуд.2.}^{\max} = 0,46$ – ограничения на управляющие воздействия; $m_x(\delta_{\vartheta}, \alpha) = 0,0018$, $m_y(\delta_{p.в.}) = 0,01$, $m_z(\delta_{p.в.}, \alpha) = 0,03$, $C_x(\delta_{p.в.}, \alpha) = -0,001$, $C_x(\delta_{пн.}) = -0,001$, $C_x(\delta_{\vartheta}) = -0,0012$, $C_x(\delta_{пред.}) = -0,0015$, $C_x(\delta_{закр.}) = -0,0017$, $C_y(\delta_{p.в.}, \alpha) = -0,15$, $C_z(\delta_{пн.}, \alpha) = 0,03$ – коэффициенты аэродинамических сил и моментов, зависящие от отклонения органов управления самолета; $m_x^{осм} = 0,0001$, $m_y^{осм} = 0,0006$, $m_z^{осм} = -0,01$, $C_x^{осм} = -0,1$, $C_y^{осм} = 1,35$, $C_z^{осм} = -0,03$ – коэффициенты аэродинамических сил и моментов, не зависящие в явном виде от отклонения органов управления. На рис. 3, 4 – фазовые портреты угловых ω_x , ω_y , ω_z и линейных скоростей V_x , V_y , V_z .

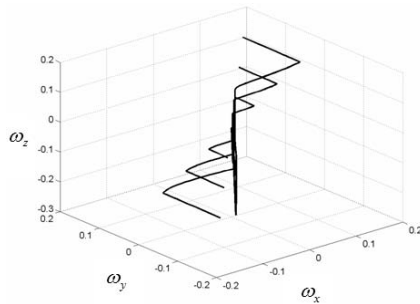


Рис. 3. Фазовый портрет угловых скоростей ω_x , ω_y , ω_z

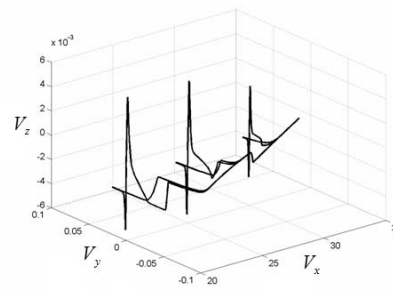


Рис. 4. Фазовый портрет линейных скоростей V_x , V_y , V_z

Как видно, поставленная цель управления – выдерживание заданной скорости полета $V_x = 34 \text{ м/с}$ и стабилизация угловой скорости – достигается. При этом руль высоты после окончания переходного процесса устанавливается в балансирующее положение $\delta_{p.в.} = 5^{\circ}$.

Заключение. Таким образом, для нелинейной многосвязной нелинейной модели, описывающей поведение самолета-амфибии, в скалярной форме получены

критерии управляемости с учетом ограничений, позволяющие ввести в синтезируемые законы управления ограничение на углы хода в зависимости от скорости движения и отклонения органов управления. Синтезированная система управления обладает свойством робастности и позволяет стабилизировать угловые скорости в продольном и боковом движении при заданной скорости для предотвращения выхода на неустойчивые режимы движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Пилюхов В.Х., Медведев М.Ю.* Оценка и управление в сложных динамических системах. – М.: Физматлит, 2009. – 309 с.
2. *Пятицкий Е.С.* Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченным управлением // Автоматика и телемеханика. № 12. – М.: ИПУ РАН, 1996. – С. 29-37.
3. *Пятицкий Е.С.* Критерий полной робастной управляемости механических систем с ограниченными управлениями // Доклады РАН. 1997. Т. 352. № 5. – М.: Наука. – С. 620-623.
4. *Пилюхов В.Х., Медведев М.Ю., Балабаев Р.И.* Управление нелинейной динамикой летательного аппарата // МАУ-2009. – Дивноморское, 2009. – С. 209-210.
5. *Медведев М.Ю.* Синтез замкнутых оптимальных по быстродействию управлений каскадными нелинейными динамическими системами // Мехатроника, автоматизация и управление. – М.: Новые технологии, 2009. – № 7. – С. 2-6.
6. *Медведев М.Ю.* Синтез субоптимальных управлений нелинейными многосвязными динамическими системами // Мехатроника, автоматизация и управление. № 7. – М.: Новые технологии, 2009. – С. 6-8.
7. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Динамика самолета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. – 320 с.
8. Механика полета. Общие сведения. Уравнения движения / *С.А. Горбатенко, Э.М. Машиков, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель.* – М.: Машиностроение, 1969. – 520 с.
9. *Пилюхов В.Х.* Оптимальное по быстродействию траекторное управление электромеханическими манипуляционными роботами // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2007. – № 1. – С. 51-57.

Балабаев Родион Игоревич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: BalabaevRodion@gmail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634399163.

Balabaev Rodion Igorevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: BalabaevRodion@gmail.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634399163.

УДК 593.3

О.Г. Осяев, Р.А. Нейдорф

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Получены системы уравнений прогнозирования сложного напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций и рассмотрены методы их решения, которые могут быть использованы для физически нелинейных задач термоупругости