критерии управляемости с учетом ограничений, позволяющие ввести в синтезируемые законы управления ограничение на углы хода в зависимости от скорости движения и отклонения органов управления. Синтезированная система управления обладает свойством робастности и позволяет стабилизировать угловые скорости в продольном и боковом движении при заданной скорости для предотвращения выхода на неустойчивые режимы движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю.* Оценивание и управление в сложных динамических системах. – М.: Физматлит, 2009. –309 с.
2. *Пятницкий Е.С.* Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченным управлением // Автоматика и телемеханика. № 12. – М.: ИПУ РАН, 1996. – С. 29-37.
3. *Пятницкий Е.С.* Критерий полной робастной управляемости механических систем с ограниченными управлениями //Доклады РАН. 1997. Т. 352. № 5. – М.: Наука. – С. 620-623.
4. *Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю., Балабаев Р.И.* Управление нелинейной динамикой летательного аппарата // МАУ-2009. –Дивноморское, 2009. – С. 209-210.
5. *Медведев М.Ю.* Синтез замкнутых оптимальных по быстродействию управлений каскадными нелинейными динамическими системами // Мехатроника, автоматизация и управление. – М.: Новые технологии, 2009. – № 7. – С. 2-6.
6. *Медведев М.Ю.* Синтез субоптимальных управлений нелинейными многосвязными динамическими системами // Механотроника, автоматизация и управление. № 7. – М.: Новые технологии, 2009. – С. 6-8.
7. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Динамика самолета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. –320 с.
8. Механика полета. Общие сведения. Уравнения движения / *С.А. Горбатенко, Э.М. Машков, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель.* – М.: Машиностроение, 1969. – 520 с.
9. *Пшихопов В.Х.* Оптимальное по быстродействию траекторное управление электромеханическими манипуляционными роботами // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2007. – № 1. – С. 51-57.

Балабаев Родион Игоревич
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: BalabaevRodion@gmail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634399163.

Balabaev Rodion Igorevich
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: BalabaevRodion@gmail.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: 88634399163.

УДК 593.3

О.Г. Осяев, Р.А. Нейдорф

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Получены системы уравнений прогнозирования сложного напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций и рассмотрены методы их решения, которые могут быть использованы для физически нелинейных задач термоупругости

и термовязкоупругости при многофакторном статическом и динамическом нагружении оболочек летательных аппаратов из полимерных композитов в условиях эксплуатации.

Численный метод; прогнозирование; оболочка; напряженно-деформированное состояние; летательный аппарат.

O.G. Osiaev, R.A. Neydorf

NUMERICAL METHOD OF PREDICTING THE COMPLEX STRESS-STRAINED STATE OF THE FLIGHT VEHICLES CONSTRUCTIONS

The systems of equations of the prognostication of the complex stress-strained state of multilayer constructions are obtained and are examined the methods of their solutions, which can be used for the physically nonlinear tasks of thermoelasticity and heat resilience for the multifactor static and dynamic load of the shells of flight vehicles from the polymeric composites under operating conditions.

Numerical method; prognostication; shell; the stress-strained state; flight vehicle.

На этапах эксплуатации конструкции ракет испытывают комплексное воздействие факторов термосилового нагружения. Особенность механического поведения конструкционных полимерных композитных материалов ракет на твердом топливе состоит в том, что при нормальной температуре эксплуатации и сравнительно небольших уровнях напряжений они проявляют свойство ползучести. Поэтому при выполнении прочностных расчетов необходимо учитывать указанные особенности материалов ракет.

Установлено [1], что закономерности ползучести основных конструкционных полимерных композитных материалов в широком диапазоне напряжений удовлетворительно описываются линейными наследственными уравнениями. В общем случае пространственного теплового и напряженно-деформированного состояния краевая задача линейной наследственной теории ползучести сводится к решению уравнений наследственной термовязкоупругости.

На основании принципа соответствия решение задачи наследственной ползучести может быть приведено к решению соответствующей задачи упругости путем замены упругих констант материала соответствующими временными операторами с помощью прямого символического метода Вольтерра, либо применением преобразования Лапласа или Лапласа-Карсона к наследственным интегралам ползучести. Для этой же цели могут быть использованы методы преобразования Фурье или разложения в ряды других видов. Выбор метода зависит от физической модели рассматриваемых процессов и свойств материала конструкций.

Будем обозначать параметры пространственного теплового и напряженно-деформированного состояния, к которым применены указанные виды преобразований, верхним индексом *, а временные операторы вязкоупругости, замещающие соответствующие упругие константы материалов, обозначим верхней чертой. Представим воздействие внешних статических, динамических сил и тепловых источников в виде вектора полей температур $T^{\pm}$, тепловых потоков $q^{\pm}$, напряжений $\sigma^{\pm}$ и перемещений $u^{\pm}$ на внутренней и наружной поверхностях оболочки корпуса ракеты

$$\sigma^{\pm} = \left\{T^{\pm}, q^{\pm}, \sigma_{13}^{\pm}, \sigma_{23}^{\pm}, \sigma_{33}^{\pm}, u_1^{\pm}, u_2^{\pm}, u_3^{\pm}\right\}. \tag{1}$$

Рассмотрим многослойную оболочку корпуса ракеты из вязкоупругих анизотропных материалов, отнесенную к криволинейной ортогональной системе координат x_1, x_2, x_3. Здесь, наряду с общей системой координат x_1, x_2, x_3, введена также и локальная система $x_{1,k}, x_{2,k}, x_{3,k}$, связанная с каждым k слоем. При этом каждая из поверхностей k слоя $x_{3,k} = 0$ совпадает с его срединной поверхностью радиуса R_k^{cp}. Для каждого слоя k многослойной оболочки справедлива система уравнений, которая получается на основе классической системы нелинейных уравнений теории упругости [2] в предположении геометрической линейности деформаций ε_{ij} относительно перемещений u_{ij} и физической нелинейности материала, обусловленной реологическими свойствами полимерных композитов. С учетом рассмотренных преобразований, исходную систему уравнений представим в тензорном виде:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + X_i = 0; \quad \sigma_{ij} = \overline{E} e_{ij}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \; i, j = 1,2,3, \tag{2}$$

где X_i – вектор объемных сил, $\overline{E}$ – операторный модуль вязкоупругости, e_{ij} – деформации.

Для перехода от уравнений равновесия к уравнениям движения компоненты вектора объемных сил представим выражением

$$\overline{X}_i = X_i - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t_2}, \qquad i = 1, 2, 3. \tag{3}$$

Применяя преобразование Лапласа к уравнению (3) и принимая параметр преобразования $p = \lambda$, где λ – эмпирическая константа материала, при начальных условиях

$$u = u \Big|_{t=0}, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0}, \tag{4}$$

получим

$$\overline{X}_i^* = X_i^* - \rho\left(\lambda^2 u^* - \lambda u \Big|_{t=0} - \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0}\right), i = 1,2,3 \tag{5}$$

Учитывая особенности геометрии формы конструкций оболочек с помощью коэффициентов Ламе H_1, H_2, H_3, исходную систему уравнений, справедливую для каждого слоя k многослойной оболочки, с учетом выражений (3) – (5), запишем в следующем виде:

- уравнения движения:

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(H_2\sigma_{11}^*) - \frac{\partial H_2}{\partial x_1}\sigma_{22}^* + \frac{\partial}{\partial x_2}(H_1\sigma_{12}^*) + \frac{\partial H_1}{\partial x_2}\sigma_{12}^* + \frac{\partial}{\partial x_3}(H_1 H_2 \sigma_{13}^*) +$$

$$+ H_2 \frac{\partial H_1}{\partial x_3}\sigma_{13}^* + X_1^* - \rho\left(\lambda^2 u_1^* - \lambda u_1 \Big|_{t=0} - \frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{t=0}\right) = 0, \quad \left(\begin{matrix} x_1 \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} x_2 \\ 1 \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} 2 \end{matrix}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(H_2\sigma_{11}^*) - H_1\frac{\partial H_2}{\partial x_3}\sigma_{22}^* + \frac{\partial}{\partial x_2}(H_1\sigma_{23}^*) + \frac{\partial}{\partial x_3}(H_1 H_2 \sigma_{33}^*) -$$

$$- H_2 \frac{\partial H_1}{\partial x_3} \sigma_{11}^* + X_3^* - \rho \left(\lambda^2 u_3^* - \lambda u_3 \Big|_{t=0} - \frac{\partial u_3}{\partial t} \Big|_{t=0} \right) = 0 \quad (6)$$

♦ физические уравнения связи напряжений и деформаций:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11}^* &= \frac{1}{\overline{E}_{11}} \sigma_{11}^* - \frac{\nu_{12}}{\overline{E}_{22}} \sigma_{22}^* - \frac{\nu_{13}}{\overline{E}_{33}} \sigma_{33}^*; \qquad \varepsilon_{12}^* = \frac{1}{\overline{G}_{12}} \sigma_{12}^*; \\
\varepsilon_{22}^* &= \frac{1}{\overline{E}_{22}} \sigma_{22}^* - \frac{\nu_{12}}{\overline{E}_{22}} \sigma_{11}^* - \frac{\nu_{23}}{\overline{E}_{33}} \sigma_{33}^*; \qquad \varepsilon_{13}^* = \frac{1}{\overline{G}_{13}} \sigma_{13}^*; \qquad (7) \\
\varepsilon_{33}^* &= \frac{1}{\overline{E}_{33}} \sigma_{33}^* - \frac{\nu_{13}}{\overline{E}_{33}} \sigma_{11}^* - \frac{\nu_{23}}{\overline{E}_{33}} \sigma_{22}^*; \qquad \varepsilon_{23}^* = \frac{1}{\overline{G}_{23}} \sigma_{23}^*.
\end{aligned}$$

Здесь характеристики материала $\overline{E}$ и $\overline{G}$ представляют операторные модули вязкоупругости и вязкого сдвига соответственно, ν – коэффициенты Пуассона.

♦ геометрические уравнения Коши:

$$\varepsilon_{11}^* = \frac{1}{H_1} \frac{\partial u_1^*}{\partial x_1} + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} u_2^* + \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial x_3} u_3^*, \ \varepsilon_{33}^* = \frac{\partial u_3^*}{\partial x_3}$$

$$\varepsilon_{12}^* = \frac{1}{H_2} \frac{\partial u_1^*}{\partial x_2} - \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} u_1^* + \frac{1}{H_1} \frac{\partial u_2^*}{\partial x_1} u_3^* - \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} u_2^*$$

$$\varepsilon_{13}^* = \frac{\partial u_1^*}{\partial x_3} - \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial x_3} u_1^* + \frac{1}{H_1} \frac{\partial u_3^*}{\partial x_1}, \ \begin{pmatrix} x_1 \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} x_2 \\ 1 \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} 2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

♦ начальные условия:

$$\overline{\sigma}^* = \overline{\sigma}^* \Big|_{t=0}, \ \left(\frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial t} \right)^* = \left[\left(\frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial t} \right) \Big|_{t=0} \right]^* = \rho \overline{\sigma}^* - \overline{\sigma} \Big|_{t=0} \quad (9)$$

♦ граничные условия:

▪ на наружной и внутренней поверхностях пакета слоев:

$$\sigma_{13,1}^* = (\sigma_{13,1}^+)^*, \ \sigma_{23,1}^* = (\sigma_{23,1}^+)^*, \ \sigma_{33,1}^* = (\sigma_{33,1}^+)^*, \ \begin{pmatrix} 1 \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} K \\ + \overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}} - \end{pmatrix} \quad (10)$$

▪ на поверхностях контакта смежных слоев:

$$u_{i,k}^* = u_{i,k+1}^*, \ \sigma_{33,k}^* = \sigma_{33,k+1}^*,$$

$$\sigma_{ij,k}^* = \sigma_{ij,k+1}^*, \ i, \ j = 1,2,3, \ k = 1,2,\ldots K \quad (11)$$

- на боковых поверхностях смежных слоев:

$$\sigma^*_{11,k}(1+e^*_{11,k})+\sigma^*_{12,k}\left(\frac{1}{2}e^*_{12,k}-\vartheta^*_{33,k}\right)=\hat{\sigma}_{11,k},$$

$$\sigma^*_{11,k}\left(\frac{1}{2}e^*_{12,k}+\vartheta^*_{33,k}\right)+\sigma^*_{12,k}(1+e^*_{22,k})=\hat{\sigma}_{12,k},\ \left(\begin{array}{c} 1\overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}}2 \\ \vartheta\overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{}}-\vartheta \end{array}\right) \tag{12}$$

$$\sigma^*_{11,k}\left(\frac{1}{2}e^*_{13,k}-\vartheta^*_{22,k}\right)+\sigma^*_{12,k}\left(\frac{1}{2}e^*_{23,k}+\vartheta^*_{11,k}\right)+\sigma^*_{13,k}=\hat{\sigma}_{13,k}.$$

Для решения полученной системы уравнений выберем в качестве неизвестных функции, с помощью которых выражаются условия контакта между слоями.

Компоненты тензоров деформаций, а также слагаемые, содержащие величины углов поворота в уравнениях (12), определяются с помощью известных соотношений нелинейной теории упругости [2]. Разрешая систему (6) – (8) относительно этих функций, получим для ортотропной цилиндрической оболочки следующую разрешающую систему уравнений:

$$\frac{\partial\sigma^*_{13}}{\partial x_3}=-\frac{1}{x_3}\sigma^*_{13}-A^*_{1,11}\frac{\partial\sigma^*_{33}}{\partial x_1}-\frac{\partial^2u^*_1}{\partial x_1^2}\left(\Delta^*_{1,11}+\sigma_{11,0}\right)-\frac{1}{x_3^2}\frac{\partial^2u^*_1}{\partial x_2^2}\left(\Delta^*_{3,12}+\sigma_{22,0}\right)-$$

$$-\frac{1}{x_3}\frac{\partial^2u^*_2}{\partial x_1\partial x_2}\left(\Delta^*_{2,11}-\Delta^*_{3,12}\right)-\frac{1}{x_3}\Delta^*_{2,11}\frac{\partial u^*_3}{\partial x_1}-A^*_{2,11}\frac{\partial T}{\partial x_1}-X^*_1+$$

$$+\rho\left(\lambda^2u^*_1-\lambda u_1\Big|_{t=0}-\frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{t=0}\right);$$

$$\frac{\partial\sigma^*_{23}}{\partial x_3}=-\frac{2}{x_3}\sigma^*_{23}-\frac{1}{x_3}A^*_{1,22}\frac{\partial\sigma^*_{33}}{\partial x_2}-\frac{1}{x_3}\frac{\partial^2u^*_1}{\partial x_1\partial x_2}\left(\Delta^*_{1,22}+\Delta^*_{3,12}\right)-$$

$$-\frac{\partial^2u^*_2}{\partial x_1^2}\left(\Delta^*_{3,12}+\sigma_{11,0}\right)-\frac{1}{x_3^2}\frac{\partial^2u^*_2}{\partial x_2^2}\left(\Delta^*_{2,22}+\sigma_{22,0}\right)+\frac{1}{x_3^2}\sigma_{22,0}u^*_2-$$

$$-\frac{1}{x_3^2}\frac{\partial u^*_3}{\partial x_2}\left(\Delta^*_{2,22}+2\sigma_{22,0}\right)-\frac{1}{x_3}A^*_{2,22}\frac{\partial T}{\partial x_2}-X^*_2+$$

$$+\rho\left(\lambda^2u^*_2-\lambda u_2\Big|_{t=0}-\frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{t=0}\right);$$

$$\frac{\partial\sigma^*_{33}}{\partial x_3}=-\frac{\partial\sigma^*_{13}}{\partial x_1}-\frac{1}{x_3}\left(\frac{\partial\sigma^*_{23}}{\partial x_2}+\sigma^*_{33}-A^*_{1,22}\sigma^*_{33}-\Delta^*_{1,22}\frac{\partial u^*_1}{x_1}-A^*_{2,22}T\right)+$$

$$+\frac{1}{x_3^2}\frac{\partial u^*_2}{\partial x_2}\left(\Delta^*_{2,22}+\sigma_{22,0}+\Delta^*_{2,22}u^*_3\right)-\sigma_{11,0}\frac{\partial^2u^*_3}{\partial x_1^2}-\frac{1}{x_3^2}\sigma_{22,0}\frac{\partial^2u^*_3}{\partial x_2^2}-X^*_3+$$

$$+\rho\left(\lambda^2 u_3^* - \lambda u_3 \Bigg|_{t=0} - \frac{\partial u_3}{\partial t}\Bigg|_{t=0}\right);$$

$$\frac{\partial u_1^*}{\partial x_3} = a_{55}^*\sigma_{13}^* - \frac{\partial u_3^*}{\partial x_1},\ \frac{\partial u_2^*}{\partial x_3} = a_{44}^*\sigma_{23}^* + \frac{1}{x_3}\left(u_2^* - \frac{\partial u_3^*}{\partial x_2}\right);$$

$$\frac{\partial u_3^*}{\partial x_3} = m_{1,33}^*\sigma_{33}^* + n_{1,33}^*\frac{\partial u_1^*}{\partial x_1} + \frac{1}{x_3}n_{2,33}^*\left(u_3^* + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2}\right) + m_{2,33}^*T. \tag{13}$$

Напряжения σ_{11}^*, σ_{12}^*, σ_{23}^* определяются с помощью физических и геометрических уравнений (7) – (8):

$$\sigma_{11}^* = \Delta_{1,11}^*\frac{\partial u_1^*}{\partial x_1} + \frac{1}{x_3}\Delta_{2,11}^*\left(u_3^* + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2}\right) - \sigma_{33}^*\left(a_{13}^*\Delta_{1,11}^* + a_{23}^*\Delta_{2,11}^*\right) + A_{2,11}^*T;$$

$$\sigma_{12}^* = \Delta_{3,12}^*\left(\frac{1}{x_3}\frac{\partial u_1^*}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_1}\right); \tag{14}$$

$$\sigma_{22}^* = \Delta_{1,22}^*\frac{\partial u_1^*}{\partial x_1} + \frac{1}{x_3}\Delta_{2,22}^*\left(u_3^* + \frac{\partial u_2^*}{\partial x_2}\right) - \sigma_{33}^*\left(a_{13}^*\Delta_{1,22}^* + a_{23}^*\Delta_{2,22}^*\right) + A_{2,22}^*T.$$

Коэффициенты в уравнениях (13) – (14) определяются следующими соотношениями между физикомеханическими и теплофизическими параметрами слоев оболочки корпуса твердотопливной ракеты:

$$\Delta_{1,11}^* = \frac{a_{22}^*a_{66}^*}{\Delta^*};\ \Delta_{2,11}^* = \frac{a_{12}^*a_{66}^*}{\Delta^*};\ \Delta_{1,22}^* = \frac{a_{12}^*a_{66}^*}{\Delta^*};\ \Delta_{2,22}^* = \frac{a_{11}^*a_{66}^*}{\Delta^*};$$

$$\Delta_{3,12}^* = \frac{a_{11}^*a_{22}^* - (a_{12}^2)^*}{\Delta^*};\ \Delta^* = a_{66}^*\left[a_{11}^* - (a_{22}^*)^*\right];\ A_{1,11}^* = -a_{13}^*\Delta_{1,11}^* - a_{23}^*\Delta_{2,11}^*;$$

$$A_{1,22}^* = -a_{13}^*\Delta_{1,22}^* - a_{23}^*\Delta_{2,22}^*;\ A_{2,11}^* = -\alpha_{11}\Delta_{1,11}^* - \alpha_{22}\Delta_{2,11}^*;\ A_{2,22}^* = -\alpha_{11}\Delta_{1,22}^* - \alpha_{22}\Delta_{2,22}^*;$$

$$n_{1,33}^* = a_{13}^*\Delta_{1,11}^* + a_{23}^*\Delta_{1,22}^*;\ n_{2,33}^* = a_{13}^*\Delta_{2,11}^* + a_{23}^*\Delta_{2,22}^*;$$

$$m_{1,33}^* = -a_{13}^*n_{1,33}^* - a_{23}^*\Delta_{2,33}^* + a_{33}^*;\ m_{2,33}^* = -\alpha_{11}n_{1,33}^* - \alpha_{22}n_{2,33}^* + \alpha_{33};$$

$$a_{11}^* = \frac{1}{\overline{E}_{11}};\quad a_{22}^* = \frac{1}{\overline{E}_{22}};\quad a_{33}^* = \frac{1}{\overline{E}_{33}};\quad a_{12}^* = -\frac{\nu_{12}}{\overline{E}_{22}};\quad a_{13}^* = -\frac{\nu_{13}}{\overline{E}_{33}};$$

$$a_{23}^* = -\frac{\nu_{23}}{\overline{E}_{33}};\quad a_{44}^* = \frac{1}{\overline{G}_{23}};\quad a_{55}^* = \frac{1}{\overline{G}_{13}};\quad a_{66}^* = \frac{1}{\overline{G}_{12}}. \tag{15}$$

Представим неизвестные функции $\overline{\sigma}^*$, а также параметры нагрузки $\overline{\sigma}^{\pm}$ в виде двойных тригонометрических рядов:

$$\left\{u_1^*, \sigma_{13}^*, \sigma_{13}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{1,mn}^*, \sigma_{13,mn}^*, \sigma_{13,mn}^{\pm}\right\}\cos\frac{m\pi}{l}x_1\cos nx_2;$$

$$\left\{u_2^*, \sigma_{23}^*, \sigma_{23}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{2,mn}^*, \sigma_{23,mn}^*, \sigma_{23,mn}^{\pm}\right\}\sin\frac{m\pi}{l}x_1 \sin nx_2 ; \qquad (16)$$

$$\left\{u_3^*, \sigma_{33}^*, \sigma_{33}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{3,mn}^*, \sigma_{33,mn}^*, \sigma_{33,mn}^{\pm}\right\}\sin\frac{m\pi}{l}x_1 \cos nx_2 ;$$

$$\sigma_{13,mn}^{\pm} = \int_0^l\int_0^{2\pi}\sigma_{13}^{\pm}\cos\frac{m\pi}{l}x_1\cos nx_2 dx_1 dx_2 ;$$

$$\sigma_{23,mn}^{\pm} = \int_0^l\int_0^{2\pi}\sigma_{23}^{\pm}\sin\frac{m\pi}{l}x_1\sin nx_2 dx_1 dx_2 ; \qquad (17)$$

$$\sigma_{33,mn}^{\pm} = \int_0^l\int_0^{2\pi}\sigma_{33}^{\pm}\sin\frac{m\pi}{l}x_1\cos nx_2 dx_1 dx_2 .$$

Производные по времени разложим в конечные разности с шагом Δt :

$$\frac{\partial^2\overline{\sigma}^*}{\partial t^2} = \frac{2\overline{\sigma}^*(t_s) - 5\overline{\sigma}^*(t_{s-1}) + 4\overline{\sigma}^*(t_{s-2}) - \overline{\sigma}^*(t_{s-3})}{\Delta t^2};$$

$$\frac{\partial\overline{\sigma}^*}{\partial t} = \frac{3\overline{\sigma}^*(t_s) - 4\overline{\sigma}^*(t_{s-1}) + \overline{\sigma}^*(t_{s-2})}{2\Delta t}. \qquad (18)$$

Подставим разложенные в ряды (16) и конечные разности (18) искомые функции $\overline{\sigma}^*$ в разрешающую систему уравнений (13). Получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для каждого временного шага t_s и каждой пары волновых чисел m и n разложения в двойные ряды Фурье, соответственно, по продольной x_1 и окружной x_2 координатам:

$$\frac{\partial\sigma_{13}^*(t_s)}{\partial x_3} = -\frac{\sigma_{13}^*(t_s)}{x_3} - A_{1,11}^*\tilde{\lambda}_m\sigma_{33}^*(t_s) + u_1^*(t_s)\left(\Delta_{1,11}^*\tilde{\lambda}_m^2 + \frac{n^2}{x_3^2}\Delta_{3,12}^* + \sigma_{11,0}\tilde{\lambda}_m^2 +\right.$$

$$\left. + \frac{n^2}{x_3^2}\sigma_{22,0}\right) - \frac{n}{x_3}\tilde{\lambda}_m u_2^*(t_s)\left(\Delta_{2,11}^* + \Delta_{3,12}^*\right) - \frac{1}{x_3}\tilde{\lambda}_m u_3^*(t_s)\Delta_{2,11}^* - A_{2,11}^*\tilde{\lambda}_m T(t_s) -$$

$$- X_1^*(t_s) + \frac{\rho}{\Delta t^2}\left[2u_1^*(t_s) - 5u_1^*(t_{s-1}) + 4u_1^*(t_{s-2}) - u_1^*(t_{s-3})\right];$$

$$\frac{\partial\sigma_{23}^*(t_s)}{\partial x_3} = -\frac{2\sigma_{23}^*(t_s)}{x_3} + \frac{n}{x_3}A_{1,22}^*\sigma_{33}^*(t_s) - \frac{n}{x_3}\tilde{\lambda}_m u_1^*(t_s)\left(\Delta_{1,22}^* + \Delta_{3,12}^*\right) +$$

$$+ u_2^*(t_s)\left(\Delta_{3,12}^*\tilde{\lambda}_m^2 + \frac{n^2}{x_3^2}\Delta_{2,22}^* + \sigma_{11,0}\tilde{\lambda}_m^2 + \frac{n^2}{x_3^2}\sigma_{22,0} + \frac{1}{x_3^2}\sigma_{22,0}\right) +$$

$$+ \frac{n}{x_3^2}\omega(t_s)\left(\Delta_{2,22}^* + 2\sigma_{22,0}\right) + \frac{n}{x_3}A_{2,22}^* T(t_s) -$$

$$- X_2^*(t_s) + \frac{\rho}{\Delta t^2}\left[2u_2^*(t_s) - 5u_2^*(t_{s-1}) + 4u_2^*(t_{s-2}) - u_2^*(t_{s-3})\right];$$

$$\frac{\partial \sigma_{33}^*(t_s)}{\partial x_3} = \tilde{\lambda}_m \sigma_{13}^*(t_s) - \frac{\sigma_{23}^*(t_s)}{x_3} n + \frac{\sigma_{33}^*(t_s)}{x_3}(A_{1,22}^* - 1) - \frac{\Delta_{1,22}^*}{x_3}\tilde{\lambda}_m u_1^*(t_s) +$$

$$+ \frac{n}{x_3^2} u_2^*(t_s)\left(\Delta_{2,22}^* + \sigma_{22,0}\right) + u_3^*(t_s)\left(\frac{1}{x_3^2}\Delta_{2,22}^* + \sigma_{11,0}\tilde{\lambda}_m^2 + \frac{1}{x_3^2}\sigma_{22,0} n^2\right) + \frac{T(t_s)}{x_3} A_{2,22}^* -$$

$$- X_3^*(t_s) + \frac{\rho}{\Delta t^2}\left[2u_3^*(t_s) - 5u_3^*(t_{s-1}) + 4u_3^*(t_{s-2}) - u_3^*(t_{s-3})\right];$$

$$\frac{\partial u_1^*(t_s)}{\partial x_3} = a_{55}^* \sigma_{13}^*(t_s) - \tilde{\lambda}_m u_3^*(t_s); \quad \frac{\partial u_2^*(t_s)}{\partial x_3} = a_{44}^* \sigma_{23}^*(t_s) + \frac{1}{x_3} u_2^*(t_s) + \frac{n}{x_3} u_3^*(t_s);$$

$$\frac{\partial u_3^*(t_s)}{\partial x_3} = m_{1,33}^* \sigma_{33}^*(t_s) - n_{1,33}^* \tilde{\lambda}_m u_1^*(t_s) + \frac{n}{x_3} n_{2,33}^* u_2^*(t_s) + \frac{1}{x_3} n_{2,33}^* u_2^*(t_s) + m_{2,33}^* T(t_s) \qquad (19)$$

Решение системы уравнений (19) осуществляется численным методом дискретной ортогонализации [3], который позволяет автоматически удовлетворять граничным условиям контакта слоев оболочки. Статическое напряженно-деформированное состояние оболочки корпуса ракеты, обусловленное постоянными или медленно изменяющимися нагрузками в процессе эксплуатации, определяется с помощью методов расчета наследственной ползучести [1]. При воздействии динамических нагрузок на рассматриваемую оболочку корпуса, полученные значения $\sigma_{11,0}$, $\sigma_{22,0}$, характеризующее предыдущее статическое состояние корпуса, используются в качестве параметров предварительного нагружения в уравнениях (19). Результатом решения системы уравнений (19) являются функции $\bar{\sigma}_{i3,mn}^*$. Искомые функции $\bar{\sigma}_{i3}^*$ определяются с помощью выражений (16) путем двойного суммирования $\bar{\sigma}_{i3,mn}^*$. Оставшиеся искомые напряжения σ_{11}^*, σ_{12}^*, σ_{23}^* определяем также путем двойного суммирования результатов разложения этих функций, определяемых уравнениями (14), аналогично уравнениям (16):

$$\sigma_{11}^* = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[A_{1,11}^*\sigma_{33,mn}^* + \frac{\Delta_{2,11}^*}{x_3}\left(u_{2,mn}^* n + u_{3,mn}^*\right) - \Delta_{1,11}^*\tilde{\lambda}_m u_{1,mn}^*\right]\sin\tilde{\lambda}_m x_1 \cos n x_2;$$

$$\sigma_{12}^* = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(u_{2,mn}^*\tilde{\lambda}_m - \frac{1}{x_3}u_{1,mn}^* n\right) cos\tilde{\lambda}_m x_1 \sin n x_2; \qquad (20)$$

$$\sigma_{22}^* = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[A_{1,22}^*\sigma_{33,mn}^* + \frac{\Delta_{2,22}^*}{x_3}\left(u_{2,mn}^* n + u_{3,mn}^*\right) - \Delta_{1,22}^*\tilde{\lambda}_m u_{1,mn}^*\right]\sin\tilde{\lambda}_m x_1 \cos n x_2$$

Системы уравнений (6) – (20) и рассмотренные методы их решения могут быть использованы для решения физически нелинейных задач термоупругости и термовязкоупругости при многофакторном статическом и динамическом нагружении многослойных оболочек твердотопливных ракет из полимерных композитов в условиях эксплуатации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А.* Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
2. *Новожилов В.В.* Основы нелинейной теории упругости. – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с.
3. *Григоренко Я.М., Мукоед А.П.* Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ. – Киев: Вища школа, 1983.

Осяев Олег Геннадьевич
Ростовское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск.
E-mail: osyevog@mail.ru.
344038, Ростов-на-Дону, ул. Ленинградская, 1.
Тел.: 88632626593; 89281503268.

Нейдорф Рудольф Анатольевич
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донской государственный технический университет» в г. Ростове-на-Дону.
E-mail: neyruan@yandex.ru.
344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.
Тел.: 88632910764.

Osiaev Oleg Gennadievitch
Rostov high military command-and-engineering school missile troops.
E-mail: osyevog@mail.ru.
1-110, Leningradskaya street, Rostov on the Don, 344038, Russia.
Phone: 88632626593; 89281503268.

Neydorf Rudolf Anatolievitch
State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Don State Technical University”.
E-mail: neyruan@yandex.ru.
1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344010, Russia.
Phone: 88632910764.

УДК 620.169.1

О.Г. Осяев

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕСУРСА ЭКСПЛУАТАЦИИ ВООРУЖЕНИЯ И ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

Предлагается метод оценки длительной прочности конструкционных полимеров на основе анализа обобщенных кинетико-механических характеристик, полученных путем синтеза кинетической теории прочности и теории ползучести. Результаты важны для производства современных и перспективных образцов вооружения и военной техники. Все более широкое применение находят полимерные композитные материалы, обеспечивающие высокий уровень прочностной надежности несущих конструкций.

Прогнозирование; напряженно-деформированное состояние; запас прочности; длительная прочность; ресурс эксплуатации; механические характеристики; наследственная ползучесть; релаксация.

O.G. Osiaev

ARMAMENTS AND MILITARY EQUIPMENT MAINTENANCE LIFE PREDICTION METHOD

Is proposed the method of the evaluation of the stress-rupture strength of structural polymers on the basis of the analysis of the generalized kinetics- mechanical characteristics, obtained via the synthesis of the kinetic theory of strength and theory of creep. Results are important for the