Tselykh Alexander Nikolaevich
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: info@tti.sfedu.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371160.

Krasnoshekov Evgeniy Evgenievich
E-mail: gekaee@mail.ru.
Phone: +79094058574.

УДК 51:519.2

А.Ю. Погибельский

СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С НЕЧЕТКИМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

В данной статье рассматривается статическая модель управления запасами с нечеткими начальными условиями. Данная модель позволяет вычислять оптимальный объем пополнения запасов и функцию затрат. Статическая модель управления запасами с нечеткими начальными условиями представляет ожидаемые потери в более естественном виде и позволяет избавиться от некоторых неточностей.

Статическая модель; управление запасами; нечеткие числа; функция затрат.

A.Y. Pogibelskiy

STATIC MODEL OF INVENTORY MANAGEMENT WITH FUZZY INITIAL CONDITIONS

This article is about of static model of inventory management with fuzzy initial conditions. This model allows to calculate optimal replenishment of inventory and cost function. Static model of inventory management with fuzzy initial conditions represent the expected loss in more natural form and allows to dispose of some inaccuracies.

Static model; inventory management; fuzzy number; cost function.

Модели управления запасами имеют достаточно большую область применения. Некоторые из них возможно применять в режиме быстрой смены ситуаций достаточно один раз построить математическую модель и на ее основе все время контролировать ситуацию. В некоторых случаях необходимо изменять некоторые значения различного рода показателей, основываясь на опыте. Основной целью данных моделей, является определение двух факторов:

1. Когда (при наличии каких-либо условий) запасы подлежат пополнению.
2. В каком объеме необходимо пополнение запасов [1].

Рассмотрим наиболее простейшую модель управления запасами. Данной моделью является статическая модель управления запасами, в ней происходит разовое пополнение запасов для удовлетворения будущего спроса. То есть, необходимо только определить в каком объеме. Одним из преимуществ данной модели является простота. Однако могут возникать ошибки, связанные с неправильной оценкой запасов и неточностями измерения. В данном случае необходимо применить аппарат нечетких чисел, что позволит получить функцию ожидаемых затрат в нечетком виде. Данная функция будет являться размытой, но при этом будет избавлена от некоторых ошибок, чего будет вполне достаточно для принятия решения об объемах заказываемого товара.

Для рассмотрения статической модели управления запасами с нечеткими начальными условиями нет необходимости вводить дополнительные параметры, но при этом необходимо начальные условия задавать в нечетком виде. Введем основные обозначения:

$\tilde{i}$ – нечеткий уровень запасов перед принятием решения об оформлении заказа на дополнительную поставку, может быть представлен в интервальном виде, нечетким треугольным числом и нечетким трапециевидным числом. Различные представления связаны с качеством оценки, например, когда уровень запасов измеряется с некоторой погрешностью, то удобно представить $\tilde{i}$ как нечеткое треугольное число. Так как нечеткость уровня запасов зависит от внешних факторов, то конечный ответ будет представлен в том виде нечеткости, в котором изначально задавался уровень запасов.

$\tilde{x}$ – объем заказываемого товара. Объем может быть представлен четким числом, в интервальном виде, нечетким треугольным числом и нечетким трапециевидным числом.

$\tilde{y} = \tilde{i} + \tilde{x}$ – суммарный объем имеющихся в наличии запасов, необходимых для удовлетворения спроса. Так же является нечетким числом, так как является суммой двух нечетких чисел. Так как возможны различные представления $\tilde{i}$ и $\tilde{x}$, то алгебраическая сумма находится по следующим правилам:

1. Пусть $\tilde{i} = (i_l, i_{ml}, i_{mr}, i_r)$ – трапециевидное число, x – четкое число. Тогда $\tilde{y} = (i_l + x, i_{ml} + x, i_{mr} + x, i_r + x)$ - трапециевидное число. Аналогично определяется сумма интервала с четким числом и треугольного числа с четким числом.
2. Пусть $\tilde{i} = (i_l, i_{ml}, i_{mr}, i_r)$ – трапециевидное число, $\tilde{x} = (x_l, x_m, x_r)$ – треугольное число. Тогда $\tilde{y} = (i_l + x_l, i_{ml} + x_m, i_{mr} + x_m, i_r + x_r)$ – трапециевидное число.
3. Пусть $\tilde{i} = (i_l, i_{ml}, i_{mr}, i_r)$ – трапециевидное число, $\tilde{x} = (x_l, x_r)$ – интервал. Тогда $\tilde{y} = (i_l + x_l, i_{ml} + x_l, i_{mr} + x_r, i_r + x_r)$ – трапециевидное число.
4. Пусть $\tilde{i} = (i_l, i_m, i_r)$ - треугольное число, $\tilde{x} = (x_l, x_r)$ – интервал. Тогда $\tilde{y} = (i_l + x_l, i_m + (x_l + x_r)/2, i_r + x_r)$ – треугольное число.

Операция разности определяется аналогичным образом, остальные операции над нечеткими числами определяются классическим образом [2].

$\tilde{q}$ – нечеткий уровень спроса, может принимать значения $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, ..., \tilde{q}_n$.

$\rho(\tilde{q})$ – вероятность того, что уровень спроса попадает в границы нечеткой величины $\tilde{q}$.

c – стоимость одной единицы продукции.

Затраты с приобретением $\tilde{x}$ изделий выражаются формулой

$$c(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 \, при \, \tilde{x} = 0, \\ K + c\tilde{x} \, при \, \tilde{x} > 0, \end{cases}$$

где величина K является накладными расходами (расходы, связанные с процедурами отгрузки, оформления заказа и транспортировкой груза).

Обозначим через $f(\tilde{q} \mid \tilde{x})$ суммарные затраты в случае, когда $\tilde{q} = \tilde{q}_j$, а суммарный объем запаса $\tilde{y}$. Тогда

$$f(\tilde{q} \mid \tilde{x}) = \begin{cases} c(\tilde{x}) + h(\tilde{y} - \tilde{q}_j), \tilde{y} \geq \tilde{q}_j, \\ c(\tilde{x}) + \pi(\tilde{q}_j - \tilde{y}), \tilde{y} < \tilde{q}_j, \end{cases}$$

где h – затраты на содержание одного изделия, остающегося на складе после планового периода, а π – штрафные потери в расчете на одно изделие, отсутствующее на складе. В верхней части системы представлены суммарные затраты, когда объем суммарных запасов превышает уровень спроса, а в нижней, уровень спроса превышает объем суммарных запасов.

Тогда функция ожидания затрат в нечетком виде примет вид

$$L(\tilde{y}) = \sum_{\tilde{q}=0}^{\tilde{y}} h(\tilde{y} - \tilde{q})\rho(\tilde{q}) + \sum\nolimits_{\tilde{q}>0} \pi(\tilde{q} - \tilde{y})\rho(\tilde{q}).$$

А функция ожидания суммарных затрат в нечетком виде примет вид

$$N(\tilde{y}) = c(\tilde{x}) + \sum_{\tilde{q}=0}^{\tilde{y}} h(\tilde{y} - \tilde{q})\rho(\tilde{q}) + \sum\nolimits_{\tilde{q}>0} \pi(\tilde{q} - \tilde{y})\rho(\tilde{q}).$$

То есть математическое ожидание суммарных затрат складывается из покупной стоимости объема заказываемой продукции, математического ожидания затрат на хранение суммарного объема продукции и математического ожидания потерь из-за неудовлетворенного спроса. В конечном итоге $N(\tilde{y})$ будет представлена в нечетком виде с сильно размытыми границами, но на основании этого значения будет возможно принять правильное решение.

Так как функция $L(\tilde{y})$ напрямую зависит от суммарного объема запасов $\tilde{y} = \tilde{i} + \tilde{x}$, и происходит разовое пополнение $\tilde{x}$, то необходимо оптимальным образом выбрать $\tilde{x}$ так, чтобы $L(\tilde{y})$ была минимальна. Для этого используется правило пополнения запасов:

$\tilde{y} = \tilde{i}, \tilde{x} = 0$ при $\tilde{i} \geq \tilde{s}$ (заказ на поставку не оформлять),

$\tilde{y} = \tilde{S}, \tilde{x} = \tilde{S} - \tilde{i}$ при $\tilde{i} < \tilde{s}$ (оформлять заказ на поставку).

Данное правило называют $(\tilde{s}, \tilde{S})$ – стратегией, где $\tilde{s}$ – критический уровень запасов (точка заказа), а $\tilde{S}$ – уровень запасов, достигаемый в результате пополнения. В связи с тем, что уровень запасов, объем заказываемого товара, суммарный объем запасов, точка заказа и уровень запасов, достигаемый в результате пополнения, являются нечеткими, необходимо вычислять индекс ранжирования [3] для сравнения. И сравнивая данные индексы, принимать решения об оформлении заказа.

Пусть $R \equiv \dfrac{\pi - c}{\pi + h}$ – критическое отношение. Тогда значение неотрицательной величины $\tilde{S}$ равняется наименьшему из целых чисел, для которого

$$P(\tilde{S}) \equiv \sum_{\tilde{q}=0}^{\tilde{s}} \rho(\tilde{q}) >> R.$$

Основываясь на данном выражении, оптимальным значением $\tilde{S}$ является такое значение $\tilde{S}$, для которого суммарный спрос полностью удовлетворяется с вероятностью R.

Если накладные расходы K равны 0, то оптимальным вариантом будет $\tilde{s}=\tilde{s}=\tilde{S}$. Если же $K>0$ и накладные расходы сравнительно велики, а начальный объем запасов достаточно близок по своему значению к $\tilde{S}$, то дополнительные накладные расходы и затраты на приобретение заказанных изделий не всегда удается скомпенсировать снижением удельной стоимости содержания запасов и штрафных потерь. Точкой заказа $\tilde{s}$ будет являться наименьшее из чисел, удовлетворяющих условию

$$L(\tilde{s})+c\tilde{s} << K+c\tilde{S}+L(\tilde{S}).$$

Вычислив коэффициенты $\tilde{s}$ и $\tilde{S}$, мы определили оптимальную $(\tilde{s},\tilde{S})$ – стратегию. И на основании данной стратегии мы можем определить, в каком объеме пополнять запасы и функцию ожидания суммарных затрат в нечетком виде.

Проведя все вычисления, можно адекватно оценить в каком размере стоит пополнять запасы и каких потерь стоит ожидать. То есть использование аппарата нечетких чисел позволяет избавиться от некоторых неточностей и более наглядно оценить результаты пополнения запасов. Например, используя данную модель для склада с зерном, мы получили значение функции ожидания суммарных затрат в нечетком виде равным $N(\tilde{y})=(n_l,n_{ml},n_{mr},n_r)$. И значение $N(y)$, используя стандартную статическую модель. Но так как существуют некоторые внешние факторы, такие как влажность и неточность весов, возможны некоторые изменения суммарного объема запасов, и значение $N(y)$ будет являться ошибочным, в то время, как значение $N(y)$ учитывает данные факторы. То есть решение, найденное в нечетком виде, является более точным в данном случае.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. *Вагнер Г.* Основы исследования операций. Т. 3: Перевод с англ. – М: Изд-во Мир, 1973. – 504 с.
2. *Розенберг И.Н., Старостина Т.А.* Решение задач размещения с нечеткими данными с использованием геоинформационных систем. – М.: Научный мир, 2006. – 208 с.
3. *Berstein L.S., Dziouba T.A.* Construction of a spanning subgraph with the ordered degrees in the fuzzy bipartite graph // Proceedings of EUFIT’98, Aachen, Germany, 1998.

Погибельский Александр Юрьевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: alexpogib@gmail.com.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: +79085149537.

Pogibelskiy Alexander Yurevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: alexpogib@gmail.com.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +79085149537.