Раздел I. Математические модели

УДК 681.327

Л.С. Берштейн, А.В. Боженюк, И.Н. Розенберг, Д.Н. Ястребинская

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОИСКА СЕРВИСНЫХ ЦЕНТРОВ В ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКИМИ ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ГРАФАМИ*

В данной работе рассмотрена задача оптимального размещения сервисных центров по минимаксному критерию. Предполагается, что информация, получаемая из ГИС, представляется в виде графа с нечеткими интервальными расстояниям. Рассмотрено понятие нечеткого множества интервальных баз. Показано что задача размещения сервисных центров сводится к задаче нахождения нечеткого множества интервальных баз рассматриваемого графа. Предлагается использовать метод нахождения нечетких интервальных баз, являющийся обобщением метода Магу для нечетких графов. Предложен метод вычисления функций принадлежности нечетких интервалов.

Географическая информационная система; нечеткий интервальный граф; нечеткое множество интервальных баз; лингвистическая переменная.

L.S. Bershtein, A.V. Bozhenyuk, I.N. Rozenberg, D.N. Yastrebinskaya

MODELLING OF SERVICE CENTERS SEARCH IN GIS ON THE BASE OF FUZZY INTERVAL GRAPHS

In this paper problem of optimal location of service centers by maximum criterion is considered. Information that gets from GIS is presented like graph with interval fuzzy distance. Also notion of fuzzy set of interval bases is considered. Here problem of service centers location adds up to finding problem of fuzzy set of interval bases. Method of finding of fuzzy interval bases which is generalization of method Magy for fuzzy graphs is suggested to use. In addition method of calculation of membership function of fuzzy intervals is proposed.

Geographical information system; fuzzy interval graph; interval bases fuzzy set; linguistic variable.

Происходящее во всем мире широкомасштабное наращивание и разноплановое внедрение географических информационных систем (ГИС) в значительной степени связано с необходимостью совершенствования информационных систем, обеспечивающих принятие решений. ГИС применяются практически во всех сферах человеческой деятельности. Геоинформационные технологии достигли беспрецедентных позиций, предлагая широкий спектр функций, таких как поиск информации, ее отображение, аналитические инструментарии и поддержка принятия решений [1,2].

К сожалению, географические данные часто анализируются и связываются со значительной неопределенностью. Ошибки в данных, которые часто используются без рассмотрения присущим им неопределенностей, приводят с большой вероятностью к получению информации сомнительной ценности. Неопределенность

* Работа поддержана РФФИ, проект № 10-01-00029-а.

присутствует во всем процессе географической абстракции: от приобретения данных до их использования. [3].

Процесс абстракции и генерации реальных форм географических данных определяется как моделирование данных [4]. Этот процесс дает концептуальную модель реального мира. Вызывает сомнение тот факт, что географическая сложность может быть уменьшена в моделях совершенной точности. Так, неизбежное противоречие между реальным миром и моделью составляет неточность и неопределенность, которые могут обернуться неправильным принятием решения.

Одной из задач, решаемых с ГИС, является задача размещения центров [5]. К этой задаче сводится поиск оптимального размещения больниц, полицейских участков, пожарных частей и многих других крайне необходимых предприятий и служб на некоторых участках рассматриваемой территории. В некоторых случаях критерий оптимальности может состоять в минимизации расстояния (или времени проезда) от центра обслуживания до самого отдаленного пункта обслуживания. Другими словами – в оптимизации «наихудшего варианта» [6]. Однако, очень часто, информация, представляемая в ГИС, бывает приблизительной или недостаточно достоверной [7]. Поэтому при формализации задачи размещения центров может оказаться естественным использование субъективных оценок при определении расстояний между частями рассматриваемой территории или временем проезда, на основе опыта эксперта с использованием лингвистических переменных.

Лингвистической мы будем называть переменную, значениями которой являются слова или предложения естественного или искусственного языка. Так понятие «расстояние» является лингвистической переменной, если оно принимает лингвистические, а не числовые значения. Например, значения типа «далекое», «не далекое», «вполне нормальное», и т.п. [8].

Лингвистические переменные, у которых процедура образования новых значений зависит от множества базовых значений, будем называть синтаксически зависимыми [9]. Наряду с ними существует класс лингвистических переменных, у которых процедура образования новых значений зависит не от множества базовых значений, а от области определения. Так лингвистическая переменная «расстояние» может принимать произвольные значения типа «около 50 км», «приблизительно 20-25 км», которые можно рассматривать как нечеткое число $\tilde{a}$ и нечеткий интервал $[\tilde{a},\tilde{b}]$ с функциями принадлежности соответственно треугольного и трапецеидального вида. Такие лингвистические переменные будем называть синтаксически независимыми [9]. Семантика значений синтаксически независимой лингвистической переменной, т.е. значения функций принадлежности, определяются ее областью определения.

В данной работе рассматривается подход к размещению центров обслуживания в случае, когда расстояния между частями рассматриваемой территории задаются в виде нечетких графов с трапецеидальными функциями принадлежности.

Пусть некоторая территория разделена на n районов. На территории может находиться до k центров обслуживания ($k < n$). Необходимо для заданного числа центров определить места их наилучшего размещения, т.е., чтобы обслуживание всей территории осуществлялось на минимально возможном расстоянии хотя бы до одного центра обслуживания.

Будем считать, что информация, полученная из ГИС, представлена в виде нечеткого интервального графа $\tilde{G}=(X,\tilde{U})$, в котором X – вершины графа, представляют районы некоторой территории, а $\tilde{U}=\{<\tilde{l}_{ij}/(x_i,x_j)>\}$ – множество нечетких ориентированных ребер с весами в виде нечетких интервалов расстояний вида $\tilde{l}_{ij} = [\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_{ij}]$. Здесь $[\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_{ij}]$ – «около интервала $[a_{ij}, b_{ij}]$» – значение синтаксически независимой лингвистической переменной «расстояние между объектами», величины $a_{ij}, b_{ij} \in R^1$ и $a_{ij} \le b_{ij}$. Полагаем, что интервал $\tilde{l}_{ii} = [0,0], \forall i \in \{1,2,...,n\}$.

В работе [10] был рассмотрен метод нахождения оптимального размещения центров обслуживания, применимого к четким интервальным графам. С его помощью для заданного интервального графа и заданного числа центров обслуживания k определяется их оптимальное размещение и минимальное интервальное расстояние на графе. Однако было бы полезно получать данные характеристики не для одного, заранее заданного числа центров обслуживания k, а для любого числа $k \in [1,n]$. Это позволило бы более объективно решать задачу выбора числа центров обслуживания.

Для обоснования решения данной задачи введем понятие интервальной базы нечеткого интервального графа. Данное понятие является расширением понятий для обычного ориентированного и нечеткого графов [6].

Пусть $\tilde{l}_1 = [\tilde{a}_1, \tilde{b}_1]$ и $\tilde{l}_2 = [\tilde{a}_2, \tilde{b}_2]$ – произвольные нечеткие интервалы. Если выполняется неравенства $a_1 > a_2$ и $b_1 < b_2$, то интервалы $\tilde{l}_1$ и $\tilde{l}_2$ будем называть несоизмеримыми, иначе, на интервалах $\tilde{l}_1$ и $\tilde{l}_2$ естественным образом можно задать отношения >, <, ≥, и ≤. Суммой нечетких интервалов $\tilde{l}_1$ и $\tilde{l}_2$ назовем интервал $\tilde{l}_1 = [\tilde{a}, \tilde{b}]$, в котором границы $a = a_1 + a_2$ и $b = b_1 + b_2$ [11].

Рассмотрим на множестве интервалов $L=\{l_i\}$ две операции $INCMIN(L)$ и $INCMAX(L)$ – выделение подмножеств наименьших и наибольших интервалов из множества интервалов L соответственно.

Так, если множество интервалов $L=\{[10,15], [12,14], [12,17], [15,18]\}$, то $INCMIN(L) = \{[10,15], [12,14]\}$ и $INCMAX(L) = \{[15,18]\}$.

Пусть x и y – произвольные вершины интервального графа $\tilde{G} = (X, \tilde{U})$. Обозначим через $\tilde{L}_{xy}$ – множество нечетких интервалов, с помощью которых вершина y достижима из вершины x. Тогда паре вершин (x,y) можно поставить в соответствие множество нечетких интервалов $INCMIN(\tilde{L}_{xy})$.

Интервальной базой нечеткого графа $\tilde{G}$ является подмножество $B \subseteq X$ с семейством интервалов $\tilde{\Lambda}$, определяемым выражением

$$\tilde{\Lambda} = \underset{\forall y \in X \setminus B}{INCMIN}\{ \underset{\forall x \in B}{INCMAX}\{ \tilde{L}_{xy} \}\},$$

где $\tilde{L}_{xy}$ – множество интервалов, с помощью которых вершина $y \in X \setminus B$ достижима из вершины $x \in B$, и при этом подмножество B является минимальным в том смысле, что: $(\forall B' \subset B)(\exists \tilde{l} \in \tilde{\Lambda})(\exists \tilde{l}' \in \tilde{\Lambda}' \mid \tilde{l}' > \tilde{l})$, а семейство $\vee$ определяется как:

$$\&[Q(29;31)p_1 \vee Q(23;26)p_2 \vee Q(12;13)p_3 \vee Q(14;15)p_4 \vee Q(0;0)p_5].$$

Среди всех интервальных баз, состоящих из 1 вершины, выберем такие базы, у которых интервалы расстояния также являются наименьшими или не сравниваемыми, и обозначим их через $\tilde{\Lambda}_1$. Среди всех интервальных баз, состоящих из

2 вершин, выберем такие, у которых интервалы расстояния также являются наименьшими или не сравниваемыми между собой, и обозначим его через $\tilde{\Lambda}_2$, и т.д.

Множество $\tilde{B}=\{<\tilde{\Lambda}_1/1>,<\tilde{\Lambda}_2/2>,...,<\tilde{\Lambda}_n/n>\}$ назовем нечетким множеством интервальных баз графа $\tilde{G}$.

Нечеткое множество интервальных баз определяет совокупность наименьших не сравниваемых между собой нечетких интервалов расстояний от любого района до некоторого центра обслуживания при обслуживании всей территории k центрами обслуживания ($k\in\{1,2,\dots,n\}$).

Для нахождения нечеткого множества интервальных баз рассмотрим метод, являющийся обобщением метода Магу для нечетких внешне устойчивых множеств [12].

Рассмотрим некоторую интервальную базу B с семейством интервалов $\tilde{\Lambda}$. Пусть некоторый интервал $\tilde{l}$ принадлежит семейству $\tilde{\Lambda}$. Тогда для произвольной вершины $x_i\in X$ должно выполняться одно из условий:

а) $x_i\in B$;

б) если $x_i\notin B$, то существует некоторая вершина $x_j\in B$, от которой до вершины x_i нечеткий интервал расстояния $\tilde{l}_{ji}$ не больше $\tilde{l}$. Иными словами, справедливо высказывание:

$$(\forall x_i\in X)(x_i\in B\vee(\exists x_j\in B\,|\,\tilde{l}_{ji}\le\tilde{l})). \tag{1}$$

С каждой вершиной $x_i\in X$ нечеткого интервального графа $\tilde{G}$ свяжем булеву переменную p_i, равную 1, если вершина $x_i\in B$, и 0, если вершина $x_i\notin B$. Введем предикатную форму $Q(\tilde{l}_{ji})$, равную 1, если $\tilde{l}_{ji}\le\tilde{l}$, и 0 в противном случае. Используя аналогию между кванторами общности и существования, с одной стороны, и операциями конъюнкция и дизъюнкция, с другой, получаем истинность выражения:

$$\Phi_B=\underset{i=\overline{1,n}}{\&}(p_i\vee\underset{j=\overline{1,n}}{\vee}(p_j\,\&\,Q(\tilde{l}_{ji}))=1. \tag{2}$$

Полагая, что $Q(\tilde{l}_{ii})=Q([0,0])=1$, выражение (2) перепишется как

$$\Phi_B=\underset{i=\overline{1,n}}{\&}(\underset{j=\overline{1,n}}{\vee}(p_j\,\&\,Q(\tilde{l}_{ji}))=1. \tag{3}$$

Раскроим скобки в выражении (3) и приведем подобные члены, используя правила поглощения:

$$\begin{cases} Q(\tilde{l}_1)\&Q(\tilde{l}_2)=Q(\tilde{l}_1), при\ \tilde{l}_1\ge\tilde{l}_2;\\ p_1\&p_2\&Q(\tilde{l}_1)\&Q(\tilde{l}_2)\vee p_1\&p_2\&Q(\tilde{l}_3)=p_1\&p_2\&Q(\tilde{l}_1)\&Q(\tilde{l}_2)\ при\ \tilde{l}_1<\tilde{l}_3\,\&\,\tilde{l}_2<\tilde{l}_3;\\ p_1\&p_2\&Q(\tilde{l}_1)\vee p_1\&Q(\tilde{l}_2)=p_1\&Q(\tilde{l}_2),\ при\ \tilde{l}_1\ge\tilde{l}_2. \end{cases} \tag{4}$$

В результате выражение (3) примет вид

$$\Phi_B=\underset{i=\overline{1,t}}{\vee}(p_{1i}\,\&\,p_{2i}\,\&\dots\&\,p_{ki}\,\&\,Q(\tilde{l}_{1i})\,\&\,Q(\tilde{l}_{2i})\,\&\dots\&\,Q(\tilde{l}_{ri}))=1. \tag{5}$$

Справедливо следующее свойство: если в выражении (5) дальнейшее упрощение на основе правил (4) невозможно, то для каждого i-го дизъюнктивного члена совокупность всех вершин, соответствующая переменным, которые в нем присутствуют, дает некоторую базу с семейством несравниваемых интервалов, определяемыми присутствующими предикатами.

На основании данного свойства можно предложить следующий метод нахождения нечеткого множества интервальных баз:

- для рассматриваемого нечеткого интервального графа $\tilde{G}$ записать выражение (3);
- упрощая выражение (3), используя правила нечеткого поглощения (4), привести его к виду (5);
- по полученным дизъюнктивным членам разложения (5) выписать нечеткое множество интервальных баз.

Рассмотрим данный метод на примере нечеткого интервального графа, представленного на рис. 1.

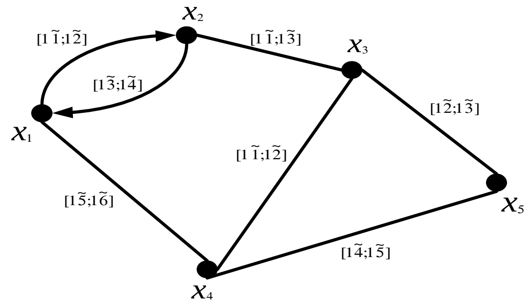

Рис. 1. Пример нечеткого интервального графа

Для данного графа составим матрицу нечетких расстояний длины 1 (матрицу смежности), имеющую вид

$$R_X = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & [1\tilde{1},1\tilde{2}] & \infty & [1\tilde{5},1\tilde{6}] & \infty \\ [1\tilde{3},1\tilde{4}] & \infty & [1\tilde{1},1\tilde{3}] & \infty & \infty \\ \infty & [1\tilde{1},1\tilde{3}] & \infty & [1\tilde{1},1\tilde{2}] & [1\tilde{2},1\tilde{3}] \\ [1\tilde{5},1\tilde{6}] & \infty & [1\tilde{1},1\tilde{2}] & \infty & [1\tilde{4},1\tilde{5}] \\ \infty & \infty & [1\tilde{2},1\tilde{3}] & [1\tilde{4},1\tilde{5}] & \infty \end{pmatrix} \end{array}.$$

Для нахождения матрицы интервальной достижимости графа определим операцию возведения в степень матрицы нечетких расстояний следующим образом:

- нулевая степень – $R_X^0 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} [0,0] & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & [0,0] & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & [0,0] & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & [0,0] & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & [0,0] \end{pmatrix} \end{array}$;
- вторая степень матрицы – $R_X^2 = R_X \otimes R_X = ||\{\tilde{l}_{ik}^{(2)}\}||$, где элементы матрицы находятся по формуле $\{\tilde{l}_{ik}^{(2)}\} = INC\underset{j=1,n}{\underline{MIN}}\{\tilde{l}_{ij}^{(1)} + \tilde{l}_{jk}^{(1)}\}$;
- t-я степень матрицы – $R_X^t = R_X^{t-1} \otimes R_X$.

Возведем матрицу нечетких расстояний в степени 2, 3, …, (n-1). Затем найдем их пересечение (здесь под пересечением понимается попарное сравнение элементов и выбор минимального значения из них). В результате получим матрицу достижимости N_X. Проиллюстрируем процесс нахождения матрицы достижимости. Возведем матрицу расстояний в квадрат:

$$R_X^2 = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} \quad x_1 \quad & \quad x_2 \quad & \quad x_3 \quad & \quad x_4 \quad & \quad x_5 \quad \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \{[2\tilde{4},2\tilde{6}]\} & \infty & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \infty & \{[2\tilde{9},3\tilde{1}]\} \\ \infty & \{[2\tilde{2},2\tilde{6}]\} & \infty & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{6}]\} \\ \{[2\tilde{4},2\tilde{7}]\} & \infty & \{[2\tilde{2},2\tilde{4}]\} & \{[2\tilde{6},2\tilde{8}]\} & \{[2\tilde{5},2\tilde{7}]\} \\ \infty & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \{[2\tilde{6},2\tilde{8}]\} & \{[2\tilde{2},2\tilde{4}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{5}]\} \\ \{[2\tilde{9},3\tilde{1}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{6}]\} & \{[2\tilde{5},2\tilde{7}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{5}]\} & \{[2\tilde{4},2\tilde{6}]\} \end{pmatrix} \end{array}.$$

Элементы матрицы $R_X^2 = R_X \otimes R_X$ находятся как:

r_{11}=min{∝, {[24,26]}, ∝, {[30,32]}, ∝} = {[24,26]}; r_{12}=min{∝, ∝,∝, ∝, ∝} = ∝;

r_{13}=min{∝, {[22,25]}, ∝, {[26,28]}, ∝} = {[22,25]} и т.д. r_{55}=min{∝, ∝, {[24,26]}, {[28,30]}, ∝} = {[24,26]}.

Отметим, что элементы матрицы R_X^2 имеют смысл наименьших не сравниваемых интервальных путей длины два (двух ребер) между соответствующими вершинами графа. Аналогично находим матрицы $R_X^3 = R_X^2 \otimes R_X^1$ и $R_X^4 = R_X^3 \otimes R_X^1$. Находим пересечение полученных матриц. В результате получим матрицу достижимости $N_X = R_X^0 \cap R_X^1 \cap R_X^2 \cap R_X^3 \cap R_X^4$:

$$N_X = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} \quad x_1 \quad & \quad x_2 \quad & \quad x_3 \quad & \quad x_4 \quad & \quad x_5 \quad \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \{[0,0]\} & \{[1\tilde{1},1\tilde{2}]\} & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \{[1\tilde{5},1\tilde{6}]\} & \{[2\tilde{9},3\tilde{1}]\} \\ \{[1\tilde{3},1\tilde{4}]\} & \{[0,0]\} & \{[1\tilde{1},1\tilde{3}]\} & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{6}]\} \\ \{[2\tilde{4},2\tilde{7}]\} & \{[1\tilde{1},1\tilde{3}]\} & \{[0,0]\} & \{[1\tilde{1},1\tilde{2}]\} & \{[1\tilde{2},1\tilde{3}]\} \\ \{[1\tilde{5},1\tilde{6}]\} & \{[2\tilde{2},2\tilde{5}]\} & \{[1\tilde{1},1\tilde{2}]\} & \{[0,0]\} & \{[1\tilde{5},1\tilde{5}]\} \\ \{[2\tilde{9},3\tilde{1}]\} & \{[2\tilde{3},2\tilde{6}]\} & \{[1\tilde{2},1\tilde{3}]\} & \{[1\tilde{4},1\tilde{5}]\} & \{[0,0]\} \end{pmatrix} \end{array}.$$

По полученной матрице достижимости составим выражение Φ_B:

$$\Phi_B = \{ Q(0;0)p_1 \vee Q(13;14)p_2 \vee Q(24;27)p_3 \vee Q(15;16)p_4 \vee Q(29;31)p_5 \}\&$$

$$\&\{ Q(11;12)p_1 \vee Q(0;0)p_2 \vee Q(11;13)p_3 \vee Q(22;25)p_4 \vee Q(23;26)p_5 \}\&$$

$$\&\{ Q(22;25)p_1 \vee Q(11;13)p_2 \vee Q(0;0)p_3 \vee Q(11;12)p_4 \vee Q(12;13)p_5 \}\&$$

$$\&\{Q(15;16)p_1 \vee Q(22;25)p_2 \vee Q(11;12)p_3 \vee Q(0;0)p_4 \vee Q(14;15)p_5\}\&$$

$$\&\{ Q(29;31)p_1 \vee Q(23;26)p_2 \vee Q(12;13)p_3 \vee Q(14;15)p_4 \vee Q(0;0)p_5 \}.$$

Приведя подобные члены, используя правила поглощения, окончательно получаем:

$$\Phi_В = Q(29;31)p_1 \vee Q(23;26)p_2 \vee Q(22;25)p_4 \vee Q(29;31)p_5 \vee Q(23;26)p_1p_2 \vee$$
$$Q(22;25)p_1p_4 \vee Q(22;25)p_1p_5 \vee Q(12;13)p_1p_3 \vee Q(14;15)p_1p_4 \vee Q(14;15)p_1p_5 \vee$$
$$Q(13;14)p_2p_3 \vee Q(14;15)p_2p_4 \vee Q(15;16)p_3p_4 \vee Q(11;12)p_1p_3p_5 \vee$$
$$Q(11;12)p_1p_4p_5 \vee Q(15;16)p_1p_2p_3 \vee Q(15;16)p_1p_2p_4 \vee Q(0;0)p_1p_2p_3p_4p_5.$$

Таким образом, нечеткое множество интервальных баз имеет вид

$$\tilde{B} = \{<[2\tilde{2};2\tilde{5}]/1>;<[1\tilde{2};1\tilde{3}]/2>;<[1\tilde{1};1\tilde{2}/3]>;<[0;0]/5>\}.$$

Множество интервальных баз определяет следующее оптимальное распределение сервисных центров: если мы имеем 5 сервисных центров, то размещаем их в каждом районе. В этом случае никаких затрат на достижение остальных районов не потребуется (расстояние равно 0). Если имеется 3 (или 4) сервисных центра, то их надо разместить в районах 1, 4, 5. В этом случае минимальное расстояние находится в нечетком интервале $[1\tilde{1};1\tilde{2}]$. Если имеется 2 сервисных центра, тогда их надо разместить в районах 1, 3. В этом случае минимальное расстояние находится в нечетком интервале $[1\tilde{2};1\tilde{3}]$. И если имеется только один сервисный центр, то его нужно разместить в районе x_4 и тогда минимальное расстояние находится в нечетком интервале $[2\tilde{2};2\tilde{5}]$.

Определим теперь функции принадлежности полученных нечетких интервалов. Для этого воспользуемся методом, предложенным в работе [9]. Пусть нечеткое расстояние «около $\tilde{x}'$» находится между соседними базовыми значениями «около $\tilde{x}_1$» и «около $\tilde{x}_2$» ($x_1 \le x' \le x_2$), функции принадлежности которых $\mu_{\tilde{x}_1}(x)$ и $\mu_{\tilde{x}_2}(x)$ имеют треугольный вид. Тогда границы функции принадлежности $\mu_{\tilde{x}'}(x)$ нечеткого расстояния «около $\tilde{x}'$» можно задать линейной комбинацией параметров границ левой и правой базовых значений:

$$l^L = \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} \times l_1^L + \left(1 - \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)}\right) \times l_2^L \quad \text{и} \quad l^R = \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} \times l_1^R + \left(1 - \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)}\right) \times l_2^R.$$

Схематично это показано на рис. 2.

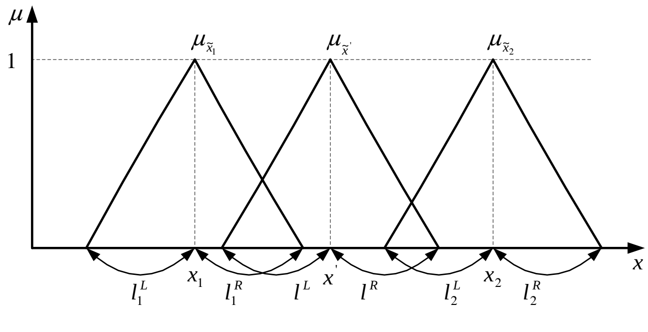

Рис. 2. Линейная комбинация параметров границ левой и правой базовых значений

Пусть функции принадлежности базовых значений синтаксически-независимой лингвистической переменной «расстояние между объектами» представлены на рис. 3 нечеткими расстояниями «около 9», «около 12», «около 18», «около 23», «около 25» и «около 30».

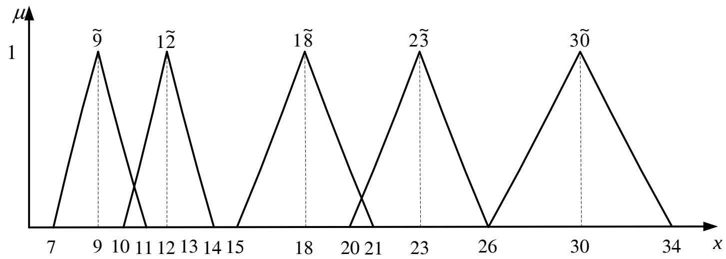

Рис. 3. Функции принадлежности базовых значений синтаксически-независимой лингвистической переменной «расстояние между объектами»

Тогда, для числа $1\tilde{1}$ находим: $l^L = 2$, $l^R = 2$; аналогично для числа $1\tilde{3}$ $l^L = 2{,}2$; $l^R = 2{,}2$; для числа $2\tilde{2}$ – $l^L = 3$, $l^R = 3$.

Данный подход позволяет определить параметры функции принадлежности $\mu_{[\tilde{x}_l,\tilde{x}_r]}(x)$ произвольного нечеткого интервала $[\tilde{x}_l,\tilde{x}_r]$ в виде трапеции с вычисленными левой и правой границами:

$$\mu_{[\tilde{x}_l,\tilde{x}_r]}(x) = \begin{cases} \mu_{\tilde{x}_l}(x), если\ x \le x_l; \\ 1, если\ x_l \le x \le x_r; \\ \mu_{\tilde{x}_r}(x), если\ x \ge x_r. \end{cases}$$

Иными словами, он позволяет вычислять наклоны левой и правой сторон трапеций, которые соответствуют лингвистическим понятиям «около интервала 22-25», «около интервала 12-13» и «около интервала 11-12». На рис. 4 показана функция принадлежности, соответствующая понятию «около интервала 11-12».

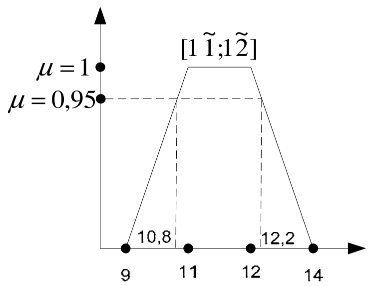

Рис. 4. Представление функции принадлежности «около интервала 11-12»

Имея подобное представление полученных результатов, можно говорить об интервальном расстоянии между объектами при тех или иных значениях функции принадлежности. Так, для функции принадлежности не менее 0,95, значение минимального расстояния при размещении центров обслуживания в двух районах находится в интервале [10,8; 12,2], как показано на рис. 4.

Необходимо отметить, что рассмотренный метод позволяет определять наилучшие места распределения сервисных центров в случае их размещения в вершинах графа (а не на ребрах с генерацией новых вершин). Кроме того, определенный интерес вызывает задача свертки несоизмеримых интервалов, что позволило бы упростить процесс вычислений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Clarke K.* Analytical and Computer Cartography. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1995.
2. *Longley P., Goodchild M., Maguire D., Rhind, D.* Geographic Information Systems and Science. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
3. *Zhang J., Goodchild M.* Uncertainty in Geographical Information. New York: Taylor & Francis, Inc., 2002.
4. *Goodchild M.* Modelling Error in Objects and Fields. In: Goodchild, M.F., Gopal, S. (eds.): Accuracy of Spatial Databases. Basingstoke: Taylor & Francis, Inc. (1989). – P. 107-113.
5. *Кофман А.* Введение в прикладную комбинаторику. – М.: Наука, 1975.
6. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978.
7. Malczewski, J.: GIS and Multicriteria Decision Analysis. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1999.
8. *Zadeh L.* The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning. Inf. Sci. 8, 9, 1975.
9. *Малышев Н.Г., Берштейн Л.С., Боженюк А.В.* Нечеткие модели для экспертных систем в САПР. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
10. *Dziouba T., Rozenberg I.* The Decision of Service Centres Location Problem in Fuzzy Conditions. In: Bernd, Reusch (ed.): Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2206, Computational Intelligence: Theory and Applications. Proceedings of International Conference 7th Fuzzy Days. Springer Verlag, (2001). – P. 11-17.
11. *Hansen E.* Global Optimization Using Interval Analysis. New York: Dekker, 1992.
12. *Берштейн Л.С., Боженюк А.В.* Нечеткие графы и гиперграфы. – М.: Научный мир, 2005.

Берштейн Леонид Самойлович
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: lsb@tti.sfedu.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371695.

Боженюк Александр Витальевич
E-mail: avb002@yandex.ru.

Розенберг Игорь Наумович
ОАО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт инженеров железнодорожного транспорта» (НИИАС).
E-mail: I.kudreyko@gismps.ru.
109029, г. Москва, ул. Нижегородская, д. 27, стр. 1.
Тел.: 84959677701.

Ястребинская Дина Николаевна
Научно-технический центр «Информационные технологии» федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет».
E-mail: dny.tsure@gmail.com.
347922, г. Таганрог, Октябрьская пл., 4.
Тел.: 89289048814.

Bershtein Leonid Samoilovich
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: lsb@tti.sfedu.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371695.

Bozhenyuk Alexander Vitalievich
E-mail: avb002@yandex.ru.

Rozenberg Igor Naymovich
Public corporation “Research and development institute of railway engineers”.
E-mail: I.kudreyko@gismps.ru.
27/1, Nizhegorodskaya street, Moscow, 109029, Russia.
Phone: 84959677701.

Yastrebinskaya Dina Nikolaevna
Scientific and Technical Center "*INTECH*" of Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: dny.tsure@gmail.com.
Oktyabrskaya Square, 4, Taganrog, 347922, Russia.
Phone: +79289048814.

УДК 681.5.08

Ф.А. Самсонов, И.И. Костюченко, М.В. Петров, В.Н. Наконечный

МЕТОД ФАКТОРНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-РАСЧЕТНЫХ СИСТЕМ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Статья посвящена применению метода факторного параметрического моделирования к решению актуальной научной задачи оценки безопасности современных информационно-расчётных систем и сетей, а также расчёту дифференциального и интегрального значений риска реализации потенциальных угроз различной природы в таких системах.

Информационно-расчётная система; безопасность; возможностная мера; уязвимость; угроза; воздействие; ослабление; восприимчивость; ущерб.

F.A. Samsonov, I.I. Kostuchenko, M.V. Petrov, V.N. Naconechnyi

METHOD OF FACTORIAL PARAMETRICAL MODELING OF THE LOSS TO SYSTEMS FUNCTIONAL STABILITY SPECIAL INFORMATION-ACCOUNTING SYSTEMS

The Article is dedicated to using the method of factorial parametric modeling to decision of the actual scientific problem of the estimation to safety modern information-accounting systems and networks and estimations differential and integral risk to realization of the potential threats of the different nature in such system

Information-accounting system; safety; possibility measure; criticality; threat; influence; weakening; receptivity; damage.

Важнейшей составляющей национальной безопасности любого современного постиндустриального информационного общества является её информационная безопасность. Поскольку информационное, программное обеспечение, технологии обработки, передачи, сохранения данных заняли ключевую позицию в тех областях современного общества, которые принято относить к критично важным для обороноспособности и экономической стабильности государства: систем автоматизированного управления и контроля состояния радиационных, химических, биологических опасных объектов; систем сбора, обработки и передачи данных в информационных, информационно-расчётных и управляющих системах органов государственной власти, штабов соединений родов войск ВС РФ, а также автоматизированных систем боевого управления войсками и оружием [1,7].