УДК 004.827

С.В. Скороход

АНАЛИЗ ИНДЕКСОВ РАНЖИРОВАНИЯ НЕЧЁТКИХ ЧИСЕЛ ТРЕУГОЛЬНОГО ВИДА

Рассматривается задача сравнения нечётких чисел треугольного вида. Анализируются девять известных индексов ранжирования. Сделан вывод: результат сравнения близких нечётких чисел зависит от выбранного способа сравнения. Предложен интегральный индекс, устойчивый к особенностям конкретного индекса ранжирования.

Нечёткое число треугольного вида; сравнение; индекс ранжирования.

S.V. Skorokhod

THE ANALYSIS OF TRIANGULAR FUZZY NUMBERS RANKING INDEXES

The problem of triangular fuzzy numbers comparison is considered. Nine known indexes of ranking are analyzed. The conclusion is made: the outcome of comparison of close fuzzy numbers depends on the chosen mode of comparison. The integrated index which is steady against singularities of a concrete index of ranking is offered.

Triangular fuzzy number; comparison; ranking index.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу выбора из двух альтернатив, оценки предпочтительности которых выражаются нечёткими числами (НЧ) треугольного вида [1]. Треугольное НЧ *A* задаётся на множестве действительных чисел тройкой: $A = < a_l, a, a_r >$ и удовлетворяет условиям: $a_l <= a <= a_r$; $\mu_A(a_l) = \mu_A(a_r) = 0$; $\mu_A(a) = 1$. Если $a_l > 0$, $a > 0$, $a_r > 0$, НЧ *A* называется положительным.

Полагая, что оценка предпочтительности альтернативы всегда является положительной, задача выбора наилучшей альтернативы сводится к сравнению двух положительных НЧ для выявления большего из них. Общий подход к сравнению НЧ заключается в использовании некоторого индекса ранжирования, сопоставляемого НЧ или паре сравниваемых НЧ. По значению индекса (пары противоположных индексов) делается окончательный вывод. Поскольку большинство индексов ранжирования сформулированы для случая НЧ общего вида, задачей настоящей работы является их применение к условиям треугольных НЧ. Второй задачей является выработка интегрального критерия, позволяющего учесть при сравнении большинство известных индексов ранжирования.

Индексы Дюбуа-Прада. Дюбуа и Прад описали в [1] четыре индекса ранжирования. Полагая, что носители НЧ разделены на непересекающиеся подмножества $S_A = S_{\underline{A}} \cup S_{\overline{A}}$ и $S_B = S_{\underline{B}} \cup S_{\overline{B}}$, где $S_{\underline{A}}$ и $S_{\underline{B}}$ – области меньших значений НЧ *A* и *B* (левее максимума функции принадлежности), а $S_{\overline{A}}$ и $S_{\overline{B}}$ – области больших значений (правее максимума), имеем формулы общего вида для индексов ранжирования:

$$I_1(A,B) = \sup_{x>y,\, x\in S_{\overline{A}},\, y\in S_B} \min(\mu_A(x), \mu_B(x)),$$

$$I_2(A,B) = \inf_{x>y,\, x\in S_{\overline{A}},\, y\in S_{\overline{B}}} \max(\mu_A(x), 1-\mu_B x)),$$

$$I_3(A,B) = \inf_{x>y,\, x\in S_{\underline{A}},\, y\in S_B} \max(1-\mu_A(x), \mu_B x)),$$

$$I_4(A,B) = \sup_{x>y,\, x\in S_{\underline{A}},\, y\in S_{\underline{B}}} \min(\mu_A(x), \mu_B(x))..$$

Если предположить, что *A* и *B* являются треугольными: $A=<a_l,a,a_r>$, а $B=<b_l,b,b_r>$, получим более простые формулы для вычисления $I_1 - I_4$:

$$I_1(A,B)=\begin{cases}1, & a>b\\ 0, & b>a_r\\ \dfrac{b_l-a_r}{a-a_r-b+b_l}, & иначе\end{cases},\quad I_2(A,B)=\begin{cases}1, & a>b_r\\ 0, & b>a_r\\ \dfrac{b-a_r}{a-a_r-b_r+b}, & иначе\end{cases},$$

$$I_3(A,B)=\begin{cases}1, & a_l>b\\ 0, & b_l>a\\ \dfrac{b_l-a}{a_l-a-b+b_l}, & иначе\end{cases},\quad I_4(A,B)=\begin{cases}1, & a_l>b_r\\ 0, & b>a\\ \dfrac{b_r-a_l}{a-a_l-b+b_r}, & иначе\end{cases}.$$

Сравнение НЧ *A* и *B* выполняется по правилу: $I_n(A,B)>I_n(B,A)\Rightarrow A>B, n=\overline{1,4}$.

Другие индексы. В работах [2,3] анализируются другие подходы к сравнению НЧ. Первый подход использует в качестве индекса ранжирования интеграл от функции, вычисляющей середину носителя α-уровня НЧ:

$$I_5(A)=\int_0^1\frac{a^-(\alpha)+a^+(\alpha)}{2}d\alpha,\ a^-(\alpha)=\inf_{x\in A_\alpha}x, a^+(\alpha)=\sup_{x\in A_\alpha}x.$$

Выполнив интегрирование для случая треугольного НЧ *A*, получим компактную формулу для I_5: $I_5(A)=\dfrac{a_l+2a+a_r}{4}$.

Второй подход к сравнению НЧ *A* и *B* связан с построением НЧ $D=\dfrac{A}{A+B}$ и последующим вычислением индекса ранжирования I_6:

$$I_6(A,B)=\int_0^{0,5}(1-\mu_D(x))dx+\int_{0,5}^1\mu_D(x)dx.$$

При $I_6(A,B)>0,5$ считается, что $A>B$.

Для случая треугольных НЧ *A* и *B* НЧ *D* также имеет треугольный вид: $D=<d_l,d,d_r>$, $d_l=\dfrac{a_l}{a_r+b_r}$, $d=\dfrac{a}{a+b}$, $d_r=\dfrac{a_r}{a_l+b_l}$. Вычисление $I_6(A,B)$ сводится к вычислению площади, отмеченной штриховкой на рис. 1,a, а условие $I_6(A,B)>0,5$ – к условию $S_2>S_1$, где S_1 и S_2 – площади фигур, обозначенных штриховкой на рис. 1,b.

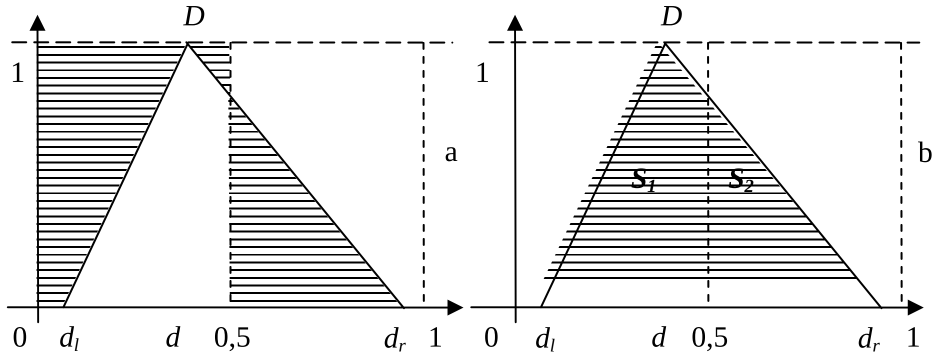

Рис. 1. Вычисление индекса I_6

Тогда эквивалентом $I_6(A,B)$ является формула $I_6(A,B) = S_2(A,B) - S_1(A,B)$, при этом $I_6(A,B) > 0 \Rightarrow A > B$. Проанализируем величины $S_1(A,B)$ и $S_2(A,B)$. При $d_r \le 0,5$ $S_2(A,B) = 0$, а $S_1(A,B)$ равна площади функции принадлежности НЧ *D*. Без ограничения общности примем $S_1(A,B) = 0,5$. При $d_l \ge 0,5$, наоборот, $S_1(A,B) = 0$, а $S_2(A,B)$ примем равным 0,5. Вычислив величины площадей $S_1(A,B)$ и $S_2(A,B)$ для остальных случаев, получим:

$$S_1(A,B) = \begin{cases} 0,5, \ d_r \le 0,5 \\ 0, \quad d_l \ge 0,5 \\ \dfrac{(0,5-d_l)^2}{2(d-d_l)}, \ (d_l < 0,5 < d_r) \& (d > 0,5) \\ \dfrac{d_r(d_l-1) + d(d_r-d_l) + 0,25}{2(d-d_r)}, (d_l < 0,5 < d_r) \& (d < 0,5), \end{cases}$$

$$S_2(A,B) = \begin{cases} 0, \ d_r \le 0,5 \\ 0,5, \quad d_l \ge 0,5 \\ \dfrac{(d_r-0,5)^2}{2(d_r-d)}, \ (d_l < 0,5 < d_r) \& (d < 0,5) \\ \dfrac{d_l(1-d_r) + d(d_r-d_l) - 0,25}{2(d-d_l)}, (d_l < 0,5 < d_r) \& (d > 0,5). \end{cases}$$

Отметим, что при сравнении этим способом НЧ *A* и *B*, одно из которых близко к нулю, следует сравнивать НЧ *A+1* и *B+1*, чтобы избежать чрезмерного размытия НЧ, неизбежного при делении на значения из интервала (0;1).

Третий способ основан на вычислении математического ожидания случайной величины, распределение вероятностей которой вычисляется с использованием функции принадлежности НЧ: $I_7(A) = \dfrac{\int_{S_A} x\mu_A(x)dx}{\int_{S_A} \mu_A(x)dx}$, где S_A – носитель НЧ *A*.

Выполнив интегрирование для случая треугольного НЧ *А*, получим:

$$I_7(A)=\frac{2a^3+a_l^3-3a_la^2}{3(a_r-a_l)(a-a_l)}+\frac{3a_ra^2-2a^3-a_r^3}{3(a-a_r)(a_r-a_l)}.$$

Четвёртый подход использует в качестве индекса ранжирования элемент носителя НЧ, в котором его функция принадлежности принимает максимальное значение: $I_8(A)=\arg\sup_{x\in S_A}\mu_A(x)$. Если $A=<a_l,a,a_r>$, имеем: $I_8(A)=a$.

Последний из рассмотренных индексов использует элемент носителя НЧ, который делит площадь функции принадлежности пополам:

$$I_9(A)=x^*,\ \int_{-\infty}^{x^*}\mu_A(x)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x).$$

Для треугольного НЧ x^* является решением одного из квадратных уравнений:

$$(a_r-a)(a-a_l)+(a-2a_l+x)(a-x)-(x-a_l)^2=0,\ \text{если}\ a>\frac{a_r-a_l}{2}\ \text{и}$$

$$(a-a_l)(a-a_r)+(a-2a_r+x)(x-a)+(x-a_r)^2=0,\ \text{если}\ a<\frac{a_r-a_l}{2}.$$

Сравнение НЧ с использованием индексов 5, 7-9 выполняется по принципу: $I_n(A)>I_n(B)\Rightarrow A>B, n=7,8,9.$

Интегральный индекс ранжирования. Рассчитаем значения индексов 1-9 на примере близких друг к другу НЧ *А* = <1,8,10> и В = <5,7,14>. Результаты вычислений приведены в табл. 1.

Таблица 1

I_n	Прямой индекс	Обратный индекс	Итог	I_n	Прямой индекс	Обратный индекс	Итог
I_1	I_1(A,B)=1	I_1(B,A)=0,93	A>B	I_6	I_6(A,B)=0,73	I_6(B,A)=0,38	A=B
I_2	I_2(A,B)=0,33	I_2(B,A)=0,67	B>A	I_7	I_7(A)=6,33	I_7(B)=8,67	B>A
I_3	I_3(A,B)=0,33	I_3(B,A)=0,67	B>A	I_8	I_8(A)=8	I_8(B)=7	A>B
I_4	I_4(A,B)=0,93	I_4(B,A)=0	A>B	I_9	I_9(A)=6,61	I_9(B)=8,39	B>A
I_5	I_5(A)=6,75	I_5(B)=8,25	B>A				

Анализ табл. 1 показывает значительный разброс выводов, сделанных по значениям разных индексов ранжирования. Так, вывод *A*>*B* можно сделать по индексам 1, 4, 5, 7. Вывод *B*>*A* – по 2, 3, 5, 7, 9. Индекс 6 утверждает, что *A*=*B*. Таким образом, результат сравнения близких НЧ зависит от выбранного индекса ранжирования.

Следует признать, что по результатам вычисления всех показателей, предпочтение следует отдать НЧ *В*, поскольку большинство (5 против 4 у *А*) свидетельствуют о том, что *B* > *A*. Построим интегральный индекс ранжирования, учитывающий все описанные выше показатели. Его использование существенно повысит устойчивость сравнения от влияния конкретных особенностей конкретного индекса.

Обозначим:

$$Z_n(A,B)=\begin{cases}1, & по\,индексу\,I_n\,вывод: A>B\\ 0, & по\,индексу\,I_n\,вывод: A=B\\ -1, & по\,индексу\,I_n\,вывод: A<B\end{cases},\ n=\overline{1,9}\,.$$

Интегральный индекс $I_\Sigma(A,B)$ будем вычислять по формуле:

$$I_\Sigma(A,B)=\sum_{n=1}^{9} Z_n(A,B)\,.$$

Тогда $I_\Sigma(A,B)>0$ означает, что *A*>*B*, $I_\Sigma(A,B)=0$ – *A*=*B*, а $I_\Sigma(A,B)<0$ – *A*<*B*. Для рассмотренного примера по данным табл. 1, имеем $I_\Sigma(A,B)<0$, что подтверждает интуитивно сделанное предположение о том, что *B*>*A*.

Выводы. В работе проведён анализ существующих индексов ранжирования НЧ применительно к треугольным НЧ. Выведены формулы их вычисления. Сделан вывод о том, что результат сравнения близких НЧ зависит от выбранного индекса. Для повышения устойчивости результата сравнения к особенностям конкретного показателя предложен интегральный индекс ранжирования, учитывающий сумму показаний нескольких индексов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей. Применение к представлению знаний в информатике.– М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
2. Обработка нечёткой информации в системах принятия решений / Борисов А.Н., Алексеев А.В., Меркурьева Г.В. и др. – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.
3. *Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П.* Принятие решений на основе нечётких моделей: примеры использования. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.

Скороход Сергей Васльевич
Таганрогский институт управления и экономики.
E-mail: sss64@mail.ru.
347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 45.
Тел.: 88634648891.

Skorokhod Sergery Vasil'evich
Taganrog management and economic Institute.
E-mail: sss64@mail.ru.
45, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia.
Phone: 88634648891.

УДК 681.3.06: 519.6

А.Б. Корякин, Я.Е. Ромм

ПОСТРОЕНИЕ ПРИЗНАКОВ РАСПОЗНАВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ СОРТИРОВКИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Изложен метод идентификации и классификации реверберации и полезных сигналов на основе экстремальных признаков с помощью модифицированной сортировки слиянием. Результаты сравниваются с идентификацией на основе спектральных свойств реверберации, полученных с помощью преобразования Фурье. Представлен численный и программный эксперимент, показывающий возможность распознавания реверберации в случаях слабых спектральных отличий от полезного сигнала.

Классификация; экстремальные признаки; сортировка.