

Раздел III. Математическое моделирование в биологии

УДК 519.63:532.55

А.В. Никитина

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ТОКСИЧНЫХ ВОДОРΟΣЛЕЙ В ТАГАНРОГСКОМ ЗАЛИВЕ

Предложены математические модели динамики токсичных сине-зеленых водорослей, учитывающие флуоресценцию фитопланктона, неоднородность пространственного распределения зоопланктона, биогенных веществ. Устойчивость полученного численного решения задачи позволила проводить вычислительные эксперименты в широком диапазоне значений управляющих параметров. Результаты показали, что кинетика сине-зеленых водорослей оказывает влияние на функционирование экологической системы Таганрогского залива.

Математическая модель; сине-зеленые водоросли; биологическая кинетика; Таганрогский залив; алгоритм.

A.V. Nikitina

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF TOXIC ALGAE DYNAMICS IN TAGANROG BAY

A mathematical model of the toxic blue-green algae dynamics, taking into account the phytoplankton fluorescence, the heterogeneity of zooplankton spatial distribution, and nutrients. The numerical solution stability allowed carry out computational experiments in a wide range of control parameters values. The results showed that the kinetics of blue-green algae has an impact on the functioning of the ecological system of the Taganrog Bay.

Mathematical model; blue-green algae; biology kinetic; Taganrog bay; algorithm.

Цель работы заключалась в построении вычислительно-устойчивых алгоритмов реализации модели динамики сине-зеленых водорослей, учитывающих движение водной среды, микротурбулентную диффузию, температурный и кислородный режимы, соленость, флуоресценцию, таксис зоопланктона в реальной области сложной формы – Таганрогский залив [2].

В качестве основного объекта моделирования была выбрана популяции сине-зеленых водорослей *Microcystis* в виду нескольких причин. Сине-зеленые водоросли типичны преимущественно для Таганрогского залива, в котором образуется 80-90% биомассы фитопланктона Азовского моря. При максимальном развитии афанисоменон дает 5-6 млн. особей в 1 м³ воды. Из фитопланктона наибольшее значение в питании пелагических рыб имеют некоторые виды диатомовых водорослей (скелетонема, талассиозира), сине-зеленые водоросли (микроцистис), из зоопланктона – акарция, каланипеда, планктонные личинки морских желудей, двустворчатых и брюхоногих моллюсков.

Концентрация биогенов в Таганрогском заливе и собственно Азовском море практически никогда не достигает аналитического нуля, поэтому азот и фосфор постоянно присутствуют в форме, доступной для микроводорослей. В Таганрогском заливе сложились все условия для “цветений воды”, кислород, образующийся в воде в процессе фотосинтеза, в воде не удерживается, но микроводоросли расходуют его больше, чем производят. Водоем изначально “заряжен” на замор.

Кроме того, многие виды сине-зеленых водорослей определенно токсичны. При отмирании микроводоросли сами по себе могут быть причиной заболеваний и гибели гидробионтов. Щетинки *Chaetoceros* Ehr., клетки *Pseudosolenia* Sundström, колонии *Skeletonema* Grev. вызывают отек жабр рыб и, как результат, – удушье.

Сине-зеленые водоросли *Microcystis aeruginosa*, *Aphanizomenon flosaquae*, *Anabaena* spp. вызывают “цветения” в опресненной зоне Таганрогского залива. При отмирании этих организмов в воде появляется анатоксины, действующие на нервную систему. Представители рода *Microcystis* Lemm. и *Nodularia* Mert. ex Born. et Flah. синтезируют циклические пентапептиды, которые разрушают клетки печени. Микроцистин – яд, выделенный из *Microcystis*, вызывает изменения в двигательной активности рыб, что негативно сказывается на их кормовом и репродуктивном поведении. Длительное поступление токсинов микроцистиса и нодулярий в организм человека приводит к онкологическим заболеваниям [3]. То же действие оказывают токсины *Nostoc Vaucher* ex Bornet et Flah. и *Oscillatoria Vaucher* ex Gomont. Микроцистин накапливается в клетках и появляется в воде в конце лета, и по срокам вспышка «цветения воды», вызванная *Microcystis aeruginosa*, приходится на наиболее опасный период. Учитывая, что титр данного токсина находится в прямой зависимости от биомассы *Microcystis*, Таганрогский залив, безусловно, относится к районам возможного экологического бедствия, так как количественное развитие *M. aeruginosa* здесь экстремально, и в отдельные годы может достигать 400 г/м³ [4].

Многие виды рыб собираются в местах концентрации пищи — планктонных организмов. По-видимому, они могут пользоваться при этом не только зрением (устремляясь туда, где скопились особи своего и других видов), но и обонянием. Известно, что рыбы могут использовать в качестве сигнального вещества, помогающего им находить скопления планктона, диметилсульфониопропионат (ДМСП). Это вещество выделяют планктонные и бентосные водоросли, когда их поедают, а также питающиеся водорослями планктонные организмы, когда, в свою очередь, поедают их.

Модель строится в предположении, что на численность популяции сине-зеленой водоросли *Microcystis* влияют сезонные колебания температуры, солёности, движение водной среды и протекающие в ней диффузионные процессы. В модели также учитывается взаимодействие самих водных популяций фито и зоопланктона, влияние метаболита, выделяемого фитопланктоном. В качестве биогенного вещества, стимулирующего рост сине-зеленых водорослей, может быть рассмотрен азот или фосфор. Значения солёности, температуры, поле скоростей водного потока являются входными данными.

Рассмотрим систему уравнений, описывающую процесс динамики численности водных популяций фито и зоопланктона в некоторой трехмерной области G , представляющей собой замкнутый бассейн, ограниченный невозмущенной поверхностью водоема Σ_o , дном $\Sigma_H = \Sigma_H(x, y)$ и цилиндрической боковой поверхностью σ для временного интервала $0 < t \leq T$:

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot X) = \mu_X \Delta X + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_x \frac{\partial X}{\partial z} \right) + (\alpha_X \psi - k_X Z) X - \varepsilon_X X, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot Z) = \mu_Z \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_z \frac{\partial Z}{\partial z} \right) + \alpha_Z XZ - \varepsilon_Z Z, \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot S) = \mu_S \Delta S - \varphi X S + B(S' - S) + f, \quad (3)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u} \cdot M) = \mu_M \Delta M + kX - \varepsilon M. \quad (4)$$

В системе (1) – (4) приняты обозначения:

X, Z, S, M – концентрации фитопланктона, зоопланктона, биогенного вещества и метаболита соответственно; $\bar{u} = (u, v, w)$ – поле скоростей водного потока; $\mu_X, \mu_Z, \mu_S, \mu_M, \nu_X, \nu_Z, \nu_S$ – коэффициенты диффузии X, Z, S, M в горизонтальном и вертикальном направлениях; α_X, α_Z – скорости роста X, Z соответственно; C – концентрация солености; $\varepsilon_X(C), \varepsilon_Z$ – коэффициенты элиминации X, Z соответственно; k_X – коэффициент убыли X за счет выедания зоопланктоном; B – удельная скорость поступления загрязняющего вещества; S' – предельно возможная концентрация загрязняющего вещества; $f(x, y, z)$ – функция источника загрязнения; k – коэффициент экскреции; ε – коэффициент разложения метаболита; Δ – двумерный оператор Лапласа; T – температура; $\psi(T, S)$ – коэффициент, учитывающий влияние температуры и концентрации биогенного вещества на рост концентрации фитопланктона. Положим вначале $\psi(T, S) = S$.

К системе (1) – (4) необходимо добавить начальные условия:

$$\begin{aligned} X(x, y, z, 0) &= X_0(x, y, z), Z(x, y, z, 0) = Z_0(x, y, z), \\ S(x, y, z, 0) &= S_0(x, y, z), \\ M(x, y, z, 0) &= M_0(x, y, z), (x, y, z) \in \bar{G}, t = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть n – вектор внешней нормали к поверхности $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_H \cup \sigma$,

u_n – нормальная по отношению к Σ составляющая вектора скорости водного потока.

Зададим граничные условия:

$$\begin{aligned} X = Z = S = M = 0, \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n < 0; \\ \frac{\partial X}{\partial n} = 0, \frac{\partial Z}{\partial n} = 0, \frac{\partial S}{\partial n} = 0, \frac{\partial M}{\partial n} = 0, \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n \geq 0; \\ \frac{\partial X}{\partial z} = 0, \frac{\partial Z}{\partial z} = 0, \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \frac{\partial M}{\partial z} = 0, \text{ на } \Sigma_0; \\ \frac{\partial X}{\partial z} = -\gamma X, \frac{\partial Z}{\partial z} = 0, \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \frac{\partial M}{\partial z} = 0 \text{ на } \Sigma_H, \end{aligned} \quad (6)$$

где γ – неотрицательное постоянное, учитывающее опускание водорослей на дно и их затопление.

При задании граничных условий учитывался водообмен Таганрогского залива с Азовским морем.

Область G покроем кубами, согласованными с границами области. Совокупность всех кубов определяет сеточную область G^h с границей Σ^h , соответствующие исходной области G и границе Σ .

Для решения пространственно-неоднородной, нелинейной задачи взаимодействия фито и зоопланктона (1) – (6) был осуществлен переход от непрерывной модели к дискретной. Проведено исследование дискретной модели динамики токсичных сине-зеленых водорослей в Таганрогском заливе. Определены условия устойчивости неявной схемы, реализующей построенную модель [1].

Подобраны оптимальные значения параметров, входящих в модель. Проведен анализ возможности распараллеливания вычислительного метода, используемого для решения задачи с использованием библиотеки MPI на кластере распределенных вычислений.

Модели биологической кинетики могут использоваться научно-исследовательскими институтами и рыбными хозяйствами с целью уменьшения затрат на натурные эксперименты. С помощью построенных моделей можно провести оценку, анализ и прогнозирование экологического состояния мелководных водоемов – Азовского моря и Таганрогского залива. В России они наиболее опасны, с точки зрения развития ядовитых видов фитопланктона. Наша задача – не только наблюдать, но и стараться предотвратить ущерб здоровью людей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Латун В.С.* Устойчивость системы фитопланктон-зоопланктон-рыба.
2. Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь, – 2004. – № 10. – С. 211-218.
3. *Никитина А.В.* Модели таксиса, стабилизирующие экологическую систему Таганрогского залива // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 7 (96). – С. 173-177.
4. *Матишов Г.Г.*, *Фуштей Т.В.* К проблеме вредоносных «цветений воды» в Азовском море // Электронный журнал «Исследовано в России», – 2003, – С. 213-225.
5. *Ластивка Т.В.* Сезонная динамика фитопланктона // Современное развитие эстуарных экосистем на примере Азовского моря. Апатиты, 1999. – С.73-95.
6. *Попов И.В.*, *Фрязинов И.В.*, *Станиченко М.Ю.*, *Тайманов А.В.* Разностные схемы на треугольных и тетраэдральных сетках для уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости // Математическое моделирование. – 2009. – № 10. – С. 94-106.

Никитина Алла Валерьевна

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: alla@vm.tsure.ru.

347928, Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371606.

Nikitina Alla Valer'evna

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: alla@vm.tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371606.