

Начальное значение скорости частиц среды на рис. 4 и рис. 5:  $V(\theta, r) = \sin(\theta + kr^2)$ . На рис. параметр  $Z$  принимает значения  $z = 0, 0,5, 1$ . На рис. 1 более темным цветом изображена исходная функция скорости частиц среды при  $z = 0$ , а более светлым – функция скорости частиц при  $z = 0,5$ . Видно, что с ростом  $Z$  амплитуда волны увеличивается и происходит усиление сигнала за счет фокусировки.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чистякова Т.А.* Дискретная конечно-разностная модель распространения волновых пучков, описываемая квазилинейным уравнением параболического типа // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 118-129.
2. *Кузнецов В.П.* Исследования нелинейных и параметрических процессов в акустике океана. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – М., 2005.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989.

**Савицкий Олег Анатольевич**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: osav66@mail.ru.

347932 г. Таганрог, ул. Ломоносова, 57/1, кв. 57.

Тел.: 88634315638; 89034354049.

**Чистякова Татьяна Алексеевна**

E-mail: a\_tanya84@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371606.

**Savitsky Oleg Anatoljevich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: osav66@mail.ru.

57/1, Lomonosov street, sq. 57, Taganrog, 347932, Russia.

Phone: +78634315638; +79034354049.

**Chistyakova Tatyana Alexeevna**

E-mail: a\_tanya84@mail.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371606.

УДК 539.3

**Т.В. Домашенкина, А.В. Наседкин, А.Н. Рыбнянец**

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ФОКУСИРУЮЩЕГО  
УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПЬЕЗОИЗЛУЧАТЕЛЯ В РЕЖИМЕ  
УСТАНОВИВШИХСЯ КОЛЕБАНИЙ**

*Рассмотрена связанная задача акустопьезоэлектричества о возбуждении в акустической среде ультразвуковых волн сферическим пьезоэлектрическим излучателем с цилиндрическим отверстием. Отмечены особенности конечно-элементного моделирования рассматриваемой задачи в пакете ANSYS. Продемонстрирована эффективность конечно-элементных моделей для расчетов ультразвуковых акустических волн в фокальной зоне.*

*Метод конечных элементов; связанные задачи; пьезоэлектричество; ультразвуковые излучатели.*

T.V. Domachenkina, A.V. Nasedkin, A.N. Rybyanets

**FINITE ELEMENT HARMONIC ANALYSIS OF FOCUSING ULTRASONIC DEVICE**

*Harmonic finite element analysis for focusing spherical device, loaded on the acoustic medium, are carried out using finite element package ANSYS. The focal zone is determined on acoustic medium for the thickness resonant frequency. The calculations of this real piezoelectric transducer have shown the efficiency of the proposed techniques.*

*Finite element method; coupled problems; piezoelectricity; ultrasonic devices.*

Пьезоизлучатели и пьезоприемники акустических волн широко используются во многих современных технических устройствах, и в частности, в приборах медицинской техники. При этом при разработке ряда медицинских приборов в рабочей акустической среде (которой можно считать мягкие ткани тела человека) необходимо получать ярко выраженные фокальные зоны с достаточно большой интенсивностью возбуждаемого поля. Это важно, например, для сканеров и других устройств, создающих концентрированные динамические воздействия.

Для анализа акустических полей подобных устройств в дальней зоне обычно используется параксиальное приближение или приближение Френеля [1]. Для прямых же численных расчетов акустических полей наиболее эффективен, по видимому, метод граничных элементов (МГЭ), тем более что фундаментальные решения уравнений линейной акустики имеют явный и достаточно простой вид. Если же в задаче необходим единый "сквозной" расчет излучателя и акустической среды, а излучатель имеет сложную форму и/или является анизотропным телом с пьезоэлектрическими свойствами, то, по крайней мере, для моделирования работы излучателя логично использовать метод конечных элементов (МКЭ).

Методология связанного конечно-элементного (КЭ) расчета упругих, пьезоэлектрических и акустических сред успешно реализована в КЭ пакете ANSYS [2]. Математические модели пьезоэлектрических сред в ANSYS включают систему дифференциальных уравнений электроупругости со специфическим способом учета затухания. В тензорной форме записи эту систему можно представить следующим образом:

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i + \alpha_d \rho \dot{u}_i, \quad D_{j,j} = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E (\varepsilon_{kl} + \beta_d^{(m)} \dot{\varepsilon}_{kl}) - e_{kij} E_k, \quad (2)$$

$$D_j = e_{jkl} \varepsilon_{kl} + \varepsilon_{jk}^S E_k, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{kl} = (u_{k,l} + u_{l,k})/2, \quad E_k = -\varphi_{,k}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{kl}$  – компоненты тензоров механических напряжений и деформаций;  $D_j$  и  $E_k$  – компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля;  $\rho$  – плотность;  $f_i$  – компоненты вектора массовых сил;  $u_i$  – компоненты вектора перемещений;  $\varphi$  – электрический потенциал;  $c_{ijkl}^E$ ,  $e_{kij}$ ,  $\varepsilon_{jk}^S$  – компоненты тензоров упругих модулей, пьезомодулей и диэлектрических проницаемостей соответственно;  $\alpha_d$  и  $\beta_d^{(m)}$  – коэффициенты демпфирования, при-

чем коэффициенты  $\beta_d^{(m)}$  можно задавать различными для каждой области  $\Omega_m$ , а коэффициент  $\alpha_d$  должен быть единым для всех областей.

Акустические среды в ANSYS описываются уравнениями:

$$\frac{1}{\rho c^2} \dot{p} + v_{j,j} = 0; \quad r \dot{v}_i = s_{ij,j}; \quad \sigma_{ij} = -p \delta_{ij}, \quad (5)$$

где в (5) все величины относятся к акустической среде;  $C$  – скорость звука;  $p$  – избыточное давление;  $v_i$  – компоненты вектора акустической скорости;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

В ANSYS для сопряжения упругих и пьезоэлектрических сред с акустической средой используются специальные поверхностные элементы, учитывающие условия на границе контакта. Бесконечные акустические области моделируются импедансными граничными условиями и/или конечными "бесконечными" акустическими элементами на искусственных границах.

В настоящей работе представлены расчеты в ANSYS акустических полей, возбуждаемых гармонически колеблющимся сферическим пьезоизлучателем, выполненным из пористой радиально поляризованной пьезокерамики.

Рассмотрим сферический пьезоизлучатель с технологическим цилиндрическим отверстием в центре. Аналогично [3], в силу осевой симметрии сферического пьезоизлучателя и окружающей его рабочей акустической среды, задачу можно рассматривать в осесимметричной постановке, моделируя геометрию в меридиональном сечении (рис. 1).

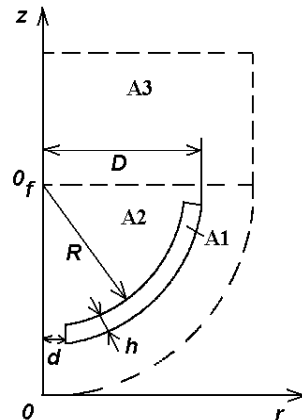


Рис. 1

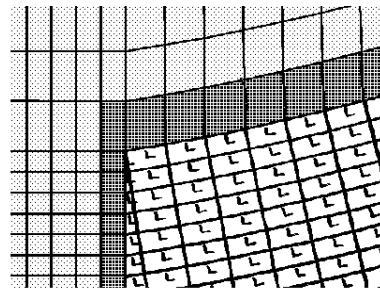


Рис. 2

На рис. 1 показано меридиональное сечение рассматриваемого сферического пьезоизлучателя в цилиндрической системе координат  $Or\varphi z$ . Область A1 занимает сферический пьезоизлучатель толщины  $h$  с внутренним радиусом  $R$ . Пьезоизлучатель выполнен из пьезокерамики, поляризованной вдоль радиального направления в соответствующей сферической системе координат, связанной с фокальной точкой  $O_f$ . Акустическая среда заполняет области A2 и A3. Геометрические размеры для пьезоизлучателя задавались следующими:  $R=54 \cdot 10^{-3}$  (м);  $d=8,5 \cdot 10^{-3}$  (м);  $D=60,5 \cdot 10^{-3}$  (м);  $h=7 \cdot 10^{-3}$  (м). Область A2 занимала размеры по высоте и по ширине,

равные  $80 \cdot 10^{-3}$  (м), область А3 по высоте равнялась  $50 \cdot 10^{-3}$  (м). Размеры акустической области были выбраны так, чтобы фокальная зона целиком помещалась в данной области, а импедансные условия на внешней границе области не давали отраженных волн, существенных для фокальной области.

Материалом пьезоизлучателя (область А1 на рис. 1) была взята пористая пьезокерамика ПКР-8 (20 % пористости), поляризованная по толщине, со следующими константами (представлены в обозначениях Фойхта): плотность  $\rho = 6,24 \cdot 10^3$  (кг/м<sup>3</sup>); упругие модули (Н/м<sup>2</sup>)  $c_{11}^E = 8,02 \cdot 10^{10}$ ;  $c_{12}^E = 3,84 \cdot 10^{10}$ ;  $c_{13}^E = 3,43 \cdot 10^{10}$ ;  $c_{33}^E = 7,18 \cdot 10^{10}$ ;  $c_{44}^E = 1,91 \cdot 10^{10}$ ;  $c_{66}^E = (c_{11}^E - c_{12}^E)/2$ ; пьезомодули (Кл/м<sup>2</sup>)  $e_{31} = -4,31$ ;  $e_{33} = 9,66$ ;  $e_{15} = 7,57$ ; диэлектрические проницаемости  $\epsilon_{11}^S = 579 \epsilon_0$ ;  $\epsilon_{33}^S = 518 \epsilon_0$ ; где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  (Ф/м) – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Отметим, что пористая пьезокерамика предпочтительна для разработки пьезоизлучателя, нагруженного на акустическую среду, по причине хорошего согласования ее импеданса с импедансом акустической (жидкой) среды. Модули пористой пьезокерамики были рассчитаны по методологии [4].

Затухание задавалось по классической схеме учета демпфирования по Релею через добротность материала пьезокерамики  $Q=30$ , через которую, следуя [5], определялись параметры демпфирования  $\alpha_d$  и  $\beta_d^{(m)}$  из (1), (2) для интервала частот [200, 300] (кГц).

Данные для акустической среды (области А2 и А3 на рис. 1) были выбраны соответствующими материальным параметрам парафинового масла: плотность  $\rho = 0,835 \cdot 10^3$  (кг/м<sup>3</sup>); скорость звука  $c = 1,42 \cdot 10^3$  (м/с).

При расчетах для моделирования пьезоэлектрических сред в ANSYS были выбраны четырехугольные восьмиузловые конечные элементы (КЭ) PLANE13 с опциями пьезоэлектрического анализа, а для акустических сред – акустические КЭ FLUID29 и аналогичные КЭ FLUID29 с опциями контакта с твердотельной структурой. Все элементы использовались с опциями осесимметричного анализа.

Особенности создания конечно-элементной (КЭ) сетки демонстрируются на рис. 2, где показана укрупненная картинка КЭ разбиения в зоне, включающей границы пьезоизлучателя и технологического отверстия. Пьезоэлектрические конечные элементы показаны на рис. 1 белым цветом, причем внутри у них изображены элементные системы координат. Эти элементные системы координат, задаваемые программно, и обеспечивают радиальную поляризацию пьезоэлектрического материала излучателя. Акустические КЭ на рис. 2 заштрихованы, причем более темным цветом показаны КЭ с опциями контакта с твердотельной структурой.

Отметим, что плотность конечно-элементной сетки выбиралась из условия сходимости расчетов при измельчении сетки, а также из условия, чтобы на характерную длину волны при резонансных колебаниях приходилось не менее 10 КЭ. Отметим, что поскольку здесь исследуются высокочастотные колебания, то для корректности расчетов требовалась достаточно мелкая сетка. Там область А1 пьезоизлучателя разбивалась на 80 КЭ вдоль радиального направления и на 16 КЭ по толщине, а количество узлов во всей модели равнялось 11870.

Для полноты постановки задачи опишем граничные условия. Для пьезоэлектрической среды граничные поверхности одинакового радиуса считались электродированными. На поверхности меньшего радиуса электрический потенциал  $V$  полагался равным  $V = V_0 \exp(2i\pi ft)$ , где  $V_0 = 100$  (В);  $f$  – частота колебаний, а на поверхности большего радиуса потенциал  $V$  равнялся нулю. Пьезоизлучатель считается контактирующим с акустической средой по всей его границе. На внешних грани-

цах акустической среды ставились импедансные граничные условия полного поглощения. На оси  $Oz$  задавались условия симметрии.

В результате решений задач на собственные значения и задач об установившихся колебаниях для отдельного пьезоизлучателя и для пьезоизлучателя, погруженного в акустическую среду, были получены разнообразные численные результаты. Опишем некоторые из характеристик решений и полученных результатов.

Основные рабочие частоты толщинных резонансов и антирезонансов оказались равными 248 (кГц) и 275 (кГц). На рис. 3 сплошной кривой показан график зависимости мнимой части адмиттанса для свободного сферического пьезоэлемента из пористой керамики, а пунктирной кривой – для пьезоэлемента с учетом акустической среды. Естественно, что учет акустической среды понижает общую добротность системы и приводит к небольшому увеличению резонансных частот. Например, основная частота толщинных колебаний становится равной 248,8 (кГц).

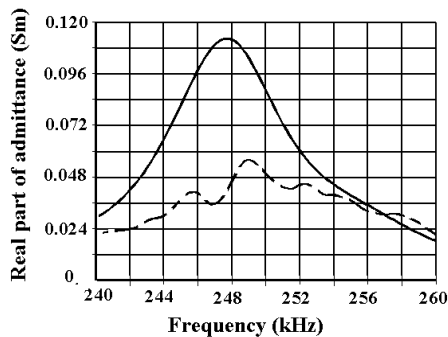


Рис. 3

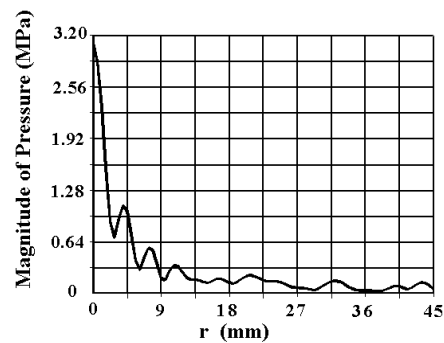


Рис. 4

Распределение модуля акустического давления на резонансной частоте  $f \approx 248,8$  (кГц) вдоль пути  $z = \text{const} = z(O_z)$  в области, занимаемой акустической средой, показано на рис. 4. Из рис. 4 видна сильная фокусировка акустических волн, имеющая место как в режиме установившихся колебаний на резонансной частоте.

Итак, результаты решения задачи об установившихся колебаниях показывают эффективную фокусировку волн в изначально предполагаемой фокальной точке и служат подтверждением эффективности рассмотренной модели сферического пьезоизлучателя из пористой пьезокерамики. Проведенные конечно-элементные расчеты позволяют детально оценить характеристики создаваемого в акустической среде волнового поля, размеры фокального пятна, интенсивность акустического давления в фокусе и пр. Отметим, что относительно небольшой радиус кривизны пьезоизлучателя и рабочие частоты до 1 МГц приводят к появлению фокальных пятен в ближней зоне, что позволяет использовать меньшие размерности конечно-элементной модели по сравнению с [3].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кайно Г. Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. – М. Мир, 1990.
2. ANSYS. Theory. Rel. 11. Ed. P. Kothnke. ANSYS Inc.
3. Наседкин А.В., Рыбьянец А.Н. Конечно-элементный расчет в ANSYS акустического пучка, генерируемого сферическим фокусирующим пьезоизлучателем // Сб. тр. II конф. пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 17-18 апр. 2002). Под ред. А.С. Шадского. – М.: Изд-во Барс, 2002. – С. 312-317.

4. *Nasedkin A., Rybjanets A., Kushkuley L., Eshel Y., Tasker R.* Different approaches to finite element modelling of effective moduli of porous piezoceramics with 3-3 (3-0) connectivity. Proc. 2005 IEEE Ultrason. Symp., Rotterdam, Sept. 18 -21, 2005. – P. 1648-1651.
5. *Белоконь А.В., Наседкин А.В.* Моделирование пьезоизлучателей ультразвуковых волн с использованием программного комплекса ANSYS // Известия ТРТУ. – 1998. – № 4 (10). – С. 147-150.

**Домашенкина Татьяна Викторовна**

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет».

E-mail: d-toma-v@yandex.ru.

344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1.

Тел.: 89508458883.

**Наседкин Андрей Викторович**

E-mail: nasedkin@math.sfedu.ru.

344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а.

Тел.: 88632975282.

**Рыбьянец Андрей Николаевич**

E-mail: arybyanets@gmail.com.

344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 194.

Тел.: 88632932910.

**Domachenkina Tatyana Victorovna**

Southern Federal University.

E-mail: d-toma-v@yandex.ru.

200/1, Stachki street, Rostov on Don, 344090, Russia.

Phone: +79508458883.

**Nasedkin Andrey Victorovich**

E-mail: nasedkin@math.sfedu.ru.

8a, Miltchakova street, Rostov on Don, 344090, Russia.

Phone: +78632975282.

**Rybyanets Andrey Nikolaevich**

E-mail: arybyanets@gmail.com.

194, Stachki street, Rostov on Don, 344090, Russia.

Phone: +78632932910.

УДК 621.3.045.21

**С.Н. Иващенко**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА  
В НАНОСТРУКТУРАХ**

*Рассмотрен один из основных физических эффектов, используемых в нанoeлектронике, – резонансное туннелирование. Проведено математическое моделирование резонансного туннелирования в полупроводниковых наноструктурах.*

*Разработанная модель позволяет вычислять коэффициенты прохождения через двухбарьерную структуру и отражения от неё носителей заряда в зависимости от их энергии.*

*Резонансно-туннельный эффект; двухбарьерные структуры; наноструктуры.*