Разобьем поверхность S радиально на M участков шириной $\Delta\varphi$, таких, что $M\Delta\varphi = 2\pi a$, на каждом элементарном участке должно выполняться граничное условие (2):

$$E_{1z} - ZH_{1\varphi} = -(E_{0z} - ZH_{0\varphi})$$

или с учетом того, что $\frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega\mu_a H_\varphi$, получим граничные условия следующего вида:

$$E_{1z} + \frac{iZ}{\omega\mu_a}\frac{\partial E_{1z}}{\partial r}\Big|_{r=a} = -(E_{0z} + \frac{iZ}{\omega\mu_a}\frac{\partial E_{0z}}{\partial r})\Big|_{r=a}. \qquad (15)$$

Таким образом, необходимо найти решение краевой задачи третьего рода (со смешанными граничными условиями), включающей уравнение (14), граничное условие (15) и условия излучения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. *Лагарьков А.Н., Погосян М.А.* Фундаментальные проблемы стелс-технологий // Вестник российской академии наук. – 2003.– Т. 73, № 9.
2. *Сухинов А.И.* Двумерные схемы расщепления и некоторые их приложения. – М.: МАКС Пресс, 2005. – 408 с.
3. *Гамолина И.Э.* О некоторых подходах к построению математических моделей рассеяния электромагнитной волны в ближней зоне // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 240-241.
4. *Петров Б.М.* Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Радио и связь, 2000. – 558 с.

Гамолина Ирина Эдуардовна
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: iegam@rambler.ru.
347928, Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371606.

Gamolina Irina Eduardovna
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: iegam@rambler.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371606.

УДК 517.958:550.3 + 27.41.77

А.С. Черепанцев

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ УПРУГИХ БЛОКОВ

Представленная работа имеет целью развитие исследований по построению дискретной механической блоковой модели, в которой взаимодействие элементов определяет возникновение самоорганизованного критического состояния. Показано, что критическое состояние в двумерной системе возникает при обязательном выполнении условия равенст-

ва величин передаваемой при сбросе энергии соседним блокам для всех имеющихся направлений параметра, определяющего предельное устойчивое состояние.

Математическое моделирование дискретных систем; эволюционное моделирование; самоорганизованное критическое состояние; геодинамические процессы.

A.S. Cherepantsev

DEVELOPMENT AND RESEARCH OF TWO-DIMENTIONAL EVOLUTION MODEL OF INTERACTING ELASTIC BLOCKS.

The submitted work continue researches on design discrete mechanical block models in which interaction of elements determines occurrence of the self-organized critical state. It is shown, that the critical state in two-dimentional system arises at obligatory performance equality of drop energy transmitted to the near blocks for all available directions of the parameter determining a critical steady condition.

Mathematical modeling of discrete systems; the evolutionary modeling; the self-organized critical state; geodynamic processes.

Как показано в работе [1], механическая модель с межблоковым связями в виде пружин [2] демонстрирует существование критических режимов поведения лишь при определенных направлениях действующей внешней силы, либо, что то же самое, при определенной организации решетки блоков. Такая избирательность не наблюдается в экспериментальных наблюдениях и свидетельствует об ограниченности исследуемой модели. В качестве такого ограничения рассматриваемой механической модели можно, например, предположить необходимость учета деформационных свойств реального упругого блока. В отличие от реального упругого блока, коэффициент Пуассона в рассматриваемой механической модели $\nu = \dfrac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$ равен нулю, т.е. сжатие пружины по оси OX оставляет сжатие пружины по OY неизменным. Ниже представлена модель, учитывающая этот эффект. Рассмотрим построение модели динамики системы упругих блоков с нормальными напряжениями.

Пусть имеется система упругих блоков на квадратной решетке $N \times N$. Изменение напряженно-деформированного состояния отдельного блока передается соседним блокам в соответствии с линейной моделью упругости и приводит к изменению упругого состояния не только соседних элементов, но и всей системы элементов в целом. Рассмотрим процесс взаимодействия, обусловленный лишь нормальными напряжениями на границе, считая, что на границах блоков происходит скольжение без трения и тангенциальные напряжения на границе отсутствуют: $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$. В двумерной решетке упругих элементов блоков и плоского напряженного состояния $\sigma_z = 0$.

Эволюция напряженного состояния в модели определяется существованием постоянного внешнего воздействия $F_{ij}\ (i, j = 1, \dots, N)$, прикладываемого к каждому блоку решетки и конечной величиной силы сцепления каждого отдельного блока с поверхностью $f_{ij}\ (i, j = 1, \dots, N)$, на которой он расположен. На рис. 1 представлены схематично силы, действующие на отдельный блок.

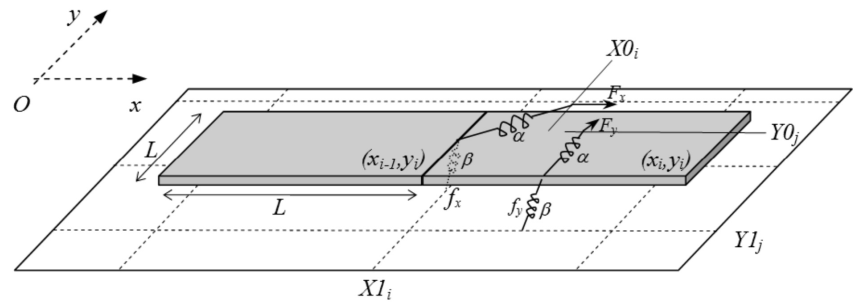


Рис. 1. Схема сил, действующих на (i, j) *блок*

α, β представляют собой коэффициенты пропорциональности между прилагаемыми к границам блоков силами F и f и вызванными ими нормальными напряжениями σ_F и σ_f. Равновесие блока (i, j) определяется из условий:

$$\sigma_{ij}^x-\sigma_{i,j-1}^x=\alpha\left(x_{ij}-X0_{ij}\right)+\beta\left(x_{ij}-X1_{ij}\right), \qquad \sigma_{ij}^y-\sigma_{i,j-1}^y=\alpha\left(y_{ij}-Y0_{ij}\right)+\beta\left(y_{ij}-Y1_{ij}\right),$$

$$\varepsilon_{ij}^x=\frac{1}{E}\left(\sigma_{ij}^x-\nu\sigma_{ij}^y\right), \qquad \varepsilon_{ij}^y=\frac{1}{E}\left(\sigma_{ij}^y-\nu\sigma_{ij}^x\right), \tag{1}$$

где

$$\varepsilon_{ij}^x=\frac{\left(x_{i,j+1}-x_{i,j}\right)-L}{L}, \quad \varepsilon_{ij}^y=\frac{\left(y_{i+1,j}-y_{i,j}\right)-L}{L}.$$

Диссипативность рассматриваемой модели обусловлена возможностью сброса накапливаемой упругой энергии в блоковых элементах и пружинах связи с внешней силой $F_{x,y}$ и неподвижного основания $f_{x,y}$. При достижении критического значения деформации пружиной связи блока (i, j) и основания происходит разрыв данной связи, далее перераспределение упругой энергии в системе и затем образования новой координаты связи ($X1_{i,j}$ или $Y1_{i,j}$) блока (i, j) в точке нового равновесия левой или нижней границы данного блока.

Описанный процесс сброса напряжений в отдельном блоке может носить лавинообразный характер. Сброс напряжения отдельного блока приводит к добавке напряжений соседних блоков, которые за счет нее могут также сбрасывать накопленные напряжения и, в свою очередь, добавляя напряжение новым соседям и т.д. Рассмотрим систему относительно параметра модели, определяющего сброс накапливаемой упругой энергии, – сил натяжения упругих элементов связи блоков с основанием f_{ij}^x, f_{ij}^y : $i=0,...,N-2$, $j=1,...,N-2$:

$$\begin{gathered}\frac{2E+L(1-\nu^2)(\alpha+\beta)}{E}f_{ij}^x-f_{i,j-1}^x-f_{i,j+1}^x+\nu\left(f_{ij}^y-f_{i,j-1}^y+f_{i+1,j-1}^y-f_{i+1,j}^y\right)=\\=-\beta\frac{2E+\alpha L(1-\nu^2)}{E}X1_{ij}+\beta\left(X1_{i,j+1}+X1_{i,j-1}\right)+\nu\beta\left(Y1_{i+1,j}-Y1_{i+1,j-1}+Y1_{i,j-1}-Y1_{i,j}\right)+\\+\frac{\alpha\beta L(1-\nu^2)}{E}X0_{ij};\end{gathered} \tag{2}$$

$$i = N-1;\ j = 2,...,N-2:$$

$$\frac{2E+L(\alpha+\beta)}{E} f^x_{N-1,j} - f^x_{N-1,j-1} - f^x_{N-1,j+1} = -\beta\frac{2E+\alpha L(1-\nu^2)}{E} X1_{N-1,j} +$$

$$+\beta\left(X1_{N-1,j+1} + X1_{N-1,j-1}\right) + \frac{\alpha\beta L}{E} X0_{N-1,j};$$

$$i = 1,...,N-2;\ j = 0:$$

$$\frac{E+L(1-\nu^2)(\alpha+\beta)}{E} f^x_{i,0} - f^x_{i,1} + \nu\left(f^y_{i,0} - f^y_{i+1,0}\right) = -\beta\frac{E+\alpha L(1-\nu^2)}{E} X1_{i,0} +$$

$$+\beta X1_{i,1} + \nu\beta\left(Y1_{i+1,0} - Y1_{i,0}\right) - \frac{\beta L(1+\nu)}{E}\left(E + (1-\nu)\left(\sigma_L - \alpha X0_{i,0}\right)\right);$$

$$i = 1,...,N-2;\ j = N-1:$$

$$\frac{E+L(1-\nu^2)(\alpha+\beta)}{E} f^x_{i,N-1} - f^x_{i,N-2} + \nu\left(f^y_{i+1,N-2} - f^y_{i,N-2}\right) = -\beta\frac{E+\alpha L(1-\nu^2)}{E} X1_{i,N-1} +$$

$$+\beta\cdot X1_{i,N-2} + \nu\beta\left(Y1_{i,N-2} - Y1_{i,N-1}\right) + \frac{\beta L}{E}(1+\nu)\left(E + (1-\nu)\left(\alpha X0_{i,N-1} + \sigma_R\right)\right);$$

$$-\frac{L(\alpha+\beta)}{E} f^x_{0,0} + f^x_{0,1} + \frac{\nu(\alpha+\beta)L}{E} f^y_{0,0} = \beta\left(1+\frac{\alpha L}{E}\right) X1_{0,0} - \beta X1_{0,1} - \frac{\alpha\beta\nu L}{E} Y1_{0,0} +$$

$$+\beta\frac{L}{E}\left(E + \sigma_L - \nu\sigma_D - \alpha X0_{0,0} + \nu\alpha Y0_{0,0}\right);$$

$$\frac{E+L(1-\nu^2)(\alpha+\beta)}{E} f^x_{0,N-1} - f^x_{0,N-2} + \nu\left(f^y_{1,N-2} - f^y_{0,N-2}\right) = \beta\cdot X1_{0,N-2} -$$

$$-\beta\left(1+\frac{\alpha L\left(1-\nu^2\right)}{E}\right) X1_{0,N-1} + \nu\beta\left(Y1_{0,N-2} - Y1_{1,N-2}\right) + \frac{\beta L(1+\nu)}{E}\left(E + (1-\nu)\left(\alpha X0_{0,N-1} + \sigma_R\right)\right);$$

$$\frac{E+L(\alpha+\beta)}{E} f^x_{N-1,0} - f^x_{N-1,1} = -\beta\frac{E+\alpha L}{E} X1_{N-1,0} + \beta X1_{N-1,1} + \frac{L}{E}\left(-E + \nu\sigma_U - \sigma_L + \alpha X0_{N-1,0}\right);$$

$$\frac{E+L(\alpha+\beta)}{E} f^x_{N-1,N-1} - f^x_{N-1,N-2} = -\beta\frac{E+\alpha L}{E} X1_{N-1,N-1} + \beta X1_{N-1,N-2} +$$

$$+\frac{\beta L}{E}\left(\alpha X0_{N-1,N-1} + \sigma_R - \nu\sigma_U\right).$$

В случае если в процессе эволюции системы упругая связь с основанием некоторого блока (k,l) достигает предельного значения, происходит разрыв упругой связи и изменение $X1_{kl}, Y1_{kl}$, такое , что новые значения: $f^x_{kl} = f^y_{kl} = 0$. Перераспределение упругих сил связи в соседних упругих элементах можно рассматривать как передачу сброшенной упругой энергии соседним упругим элементам, принятое в моделях возникновения самоорганизованного критического состояния [3].

Для исследования возможности возникновения критического состояния в модели (2), оценим аналитически приращение параметров связи f_x, f_y в блоках, окружающих сброшенный.

Рассмотрим первое приближение сходящейся итерационной последовательности решений (2). Условия равновесия (1) представляют собой систему уравнений, для элементов матрицы которой справедливо диагональное преобладание. То есть справедливо:

$$q = 4\nu \Big/ \frac{L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}{E} < 1. \tag{3}$$

Условие (3) с учетом оценок $\Delta\sigma \approx E \cdot \frac{\Delta X1}{L(1-\nu^2)}$, $\Delta f_{упр} \approx (\alpha+\beta)\Delta X1$ можно представить как $\Delta f_{упр} > 2\Delta\sigma$. Тогда:

$$\begin{aligned}
\Delta f_{ij}^{x} = {} & \frac{E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\left(\Delta f_{i,j+1}^{x} + \Delta f_{i,j-1}^{x} + \nu\left(\Delta f_{i+1,j}^{y} + \Delta f_{i,j-1}^{y} - \Delta f_{i,j}^{y} - \Delta f_{i+1,j-1}^{y}\right)\right) - \\
& - \frac{\beta\left(2E+\alpha L(1-\nu^2)\right)}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\Delta X1_{i,j} + \\
& + \frac{\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\left(\Delta X1_{i,j+1} + \Delta X1_{i,j-1} + \nu\left(\Delta Y1_{i+1,j} - \Delta Y1_{i+1,j-1} + \Delta Y1_{i,j-1} - \Delta Y1_{i,j}\right)\right).
\end{aligned} \tag{4}$$

При начальном приближении $\Delta f_{k\cdot N+l,i\cdot N+j}^{0x} = \delta_{kl,ij}\beta \cdot \Delta X1_{kl}$, $\Delta f_{l\cdot N+k,i\cdot N+j}^{0y} = \delta_{kl,ij}\beta \cdot \Delta Y1_{kl}$, значений приращения упругих связей по x-координате при изменении положения упругой связи (k,l) элемента с основанием на $\Delta X1, \Delta Y1$:

$$\begin{aligned}
\Delta f_{kl}^{1x} &= -\beta\left(1 - \frac{\beta L(1-\nu^2)}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\right)\Delta X1 - \frac{\nu\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\Delta Y1, \\
\Delta f_{k,l-1}^{1x} &= \frac{2\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\Delta X1, \\
\Delta f_{k,l+1}^{1x} &= \frac{2\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}(\Delta X1 + \nu\Delta Y1), \\
\Delta f_{k-1,l}^{1x} &= \frac{2\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\nu\Delta Y1, \\
\Delta f_{k-1,l+1}^{1x} &= \frac{-2\beta E}{2E+L(\alpha+\beta)(1-\nu^2)}\nu\Delta Y1, \\
\Delta f_{k+1,l}^{1x} &= \Delta f_{k-1,l-1}^{1x} = \Delta f_{k+1,l-1}^{1x} = \Delta f_{k+1,l+1}^{1x} = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

С учетом (3), (5), погрешность приближения определяется [4] величиной:

$$\left\|\Delta f^{x} - \Delta f^{1x}\right\| \le \frac{q}{1-q}\left\|\Delta f^{1x} - \Delta f^{0x}\right\| \le 4\beta \cdot \frac{8EL(\alpha+\beta)}{3L(\alpha+\beta)-16\nu E} \cdot \frac{\beta L + 4{,}5E}{8E+3L(\alpha+\beta)}. \tag{6}$$

Возникновение самоорганизованного критического состояния требует выполнения условий равнораспределений части сброшенной величины параметра упругой связи в (k,l) блоке между соседними блоками $(k,l\pm1),(k\pm1,l)$ и диссипативности такого перераспределения, при котором общее приращение параметров в соседних блоках должно быть меньше сброшенного значения. Как следует из (5), в общем случае данные условия не выполняются. Величины приращения параметров упругой связи в ряде блоков определяются величиной независимого параметра сброса по ортогональной координате, а в соседнем блоке $\Delta f_{k+1,l}^{1x}$ имеют нулевое приращение.

Рассмотрим частный случай приближения поведения системы к свойствами водонасыщенной среды. Пусть блок представляет собой элемент с отличными от нуля и равными между собой только нормальными компонентами напряжений: $\sigma_{ij}^x=\sigma_{ij}^y=p_{ij}$, $i,j=1,\dots,N$. В линейном приближении плоской модели:

$$p_{ij}=-K\frac{\Delta S_{ij}}{L^2}\approx-\frac{K}{L}\left(x_{i,j+1}-x_{i,j}+y_{i+1,j}-y_{i,j}-2L\right), \qquad (7)$$

где K – модуль всестороннего сжатия.

С учетом действующих сил $f_{ij}^x=\beta_{ij}\left(X1_{ij}-x_{ij}\right)$, $f_{ij}^y=\beta_{ij}\left(Y1_{ij}-y_{ij}\right)$,

$$\begin{aligned} p_{ij}-p_{i,j-1}&=\alpha\left(X0_{ij}-x_{ij}\right)+f_{ij}^x,\\ \sigma_{ij}-\sigma_{i,j-1}&=\alpha\left(Y0_{ij}-y_{ij}\right)+f_{ij}^y, \end{aligned} \qquad (8)$$

и значений напряжений на левой σ_L, нижней σ_D, верхней и правой границах σ_{UR}, дискретная модель системы представляется

$$i=0,\dots N-2;\ j=1,\dots,N-2:$$

$$\frac{2K+\left(\alpha+\beta_{ij}\right)L}{K\beta_{ij}}f_{ij}^x-\frac{1}{\beta_{i,j+1}}f_{i,j+1}^x-\frac{1}{\beta_{i,j-1}}f_{i,j-1}^x-\frac{1}{\beta_{i+1,j}}f_{i+1,j}^y+\frac{1}{\beta_{i,j}}f_{i,j}^y-\frac{1}{\beta_{i,j-1}}f_{i,j-1}^y+\frac{1}{\beta_{i+1,j-1}}f_{i+1,j-1}^y=$$
$$=\left(2+\frac{\alpha L}{K}\right)X1_{ij}-X1_{i,j+1}-X1_{i,j-1}-Y1_{i+1,j}+Y1_{i,j}-Y1_{i,j-1}+Y1_{i+1,j-1}-\frac{\alpha L}{K}X0_{ij},$$

$$i=0,\dots,N-2;\ j=0:$$

$$\frac{K+\left(\alpha+\beta_{i,0}\right)L}{K\beta_{i,0}}f_{i,0}^x-\frac{1}{\beta_{i,1}}f_{i,1}^x-\frac{1}{\beta_{i+1,0}}f_{i+1,0}^y+\frac{1}{\beta_{i,0}}f_{i,0}^y=$$
$$=\left(1+\frac{\alpha L}{K}\right)X1_{i,0}-X1_{i,1}-Y1_{i+1,0}+Y1_{i,0}-\frac{\alpha L}{K}X0_{i,0}-\frac{L}{K}\sigma_L+2L,$$

$$i=0,\dots,N-2;\ j=N-1$$

$$\begin{aligned} &\frac{K+\left(\alpha+\beta_{i,N-1}\right)L}{K\beta_{i,N-1}}f_{i,N-1}^x-\frac{1}{\beta_{i,N-2}}f_{i,N-2}^x-\frac{1}{\beta_{i,N-2}}f_{i,N-2}^y+\frac{1}{\beta_{i+1,N-2}}f_{i+1,N-2}^y=\\ &=\left(1+\frac{\alpha L}{K}\right)X1_{i,N-1}-X1_{i,N-2}-Y1_{i,N-2}+Y1_{i+1,N-2}+\frac{L}{K}\left(\sigma_{UR}-\alpha X0_{i,N-1}\right)-2L, \end{aligned} \qquad (9)$$

$$i = N-1;\ j = 1,\ldots,N-1,$$
$$\frac{1}{\beta_{N-1,j}} f_{N-1,j}^{x} = -\frac{\alpha}{\alpha+\beta_{N-1,j}}\left(X0_{N-1,j} - X1_{N-1,j} \right),$$
$$\frac{1}{\beta_{N-1,0}} f_{N-1,0}^{x} = -\frac{1}{\alpha+\beta_{N-1,0}}\left(\sigma_{UR} - \sigma_{L} - \alpha\left(X0_{N-1,j} - X1_{N-1,j} \right)\right),$$

Особенностью решения задачи эволюции системы (9) при осуществлении на каждом шаге приращения внешней силы $\Delta F_{i,j}^{x} \approx \alpha\Delta X0_{ij}$, $\Delta F_{i,j}^{y} \approx \alpha\Delta Y0_{ij}$ путем сдвига значений $X0_{i,j}, Y0_{i,j}$ и соответственного увеличения $\Delta f_{i,j}^{x}, \Delta f_{i,j}^{y}$ является расчет системы уравнений равновесия системы блоков при достижений одним из блоков критического предельного значения, его сброса в новое положение $\left(\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij}\right)$, при котором $\tilde{f}_{i,j}^{x} = 0, \tilde{f}_{i,j}^{y} = 0$ является изменение вида системы уравнений. При отсутствии сбросов на каждом шаге эволюции (9) разрешается относительно $f_{i,j}^{x}, f_{i,j}^{y}$. При возникновении сброса в (i,j) уравнении системы, оно разрешается относительно $\tilde{X}1_{ij}, \tilde{Y}1_{ij}$ при $\tilde{f}_{i,j}^{x} = 0, \tilde{f}_{i,j}^{y} = 0$. Такое изменение вида системы приводит к усложнению алгоритма при формировании и решении новой системы уравнений и соответственно увеличению временных затрат при расчете. С целью оптимизации времени счета рассмотрен следующий алгоритм.

Сброс отдельного блока и установление нового положения равновесия в системе можно представить эквивалентной процедурой ослабления связи (i,j) сбрасываемого блока с основанием $\tilde{\beta}_{ij} \approx 0$, расчетом положений равновесия в системе блоков, расчетом эквивалентных смещений $\Delta X1_{ij}, \Delta Y1_{ij}$, приводящих к данному состоянию в исходной системе с $\beta_{ij} > 0$. Запишем (9) в виде

$$\begin{cases} A\cdot f_x + B\cdot f_y = C\cdot X1 + D\cdot Y1 + G1\left(X0, Y0, \sigma_L, \sigma_R, \sigma_D, \sigma_U\right), \\ A'\cdot f_y + B'\cdot f_x = C\cdot Y1 + D\cdot X1 + G2\left(X0, Y0, \sigma_L, \sigma_R, \sigma_D, \sigma_U\right), \end{cases}$$

где: $A = A(\beta)$, $B = B(\beta)$ - матрицы системы: $\beta_{ij} = 0$, $A' = A\left(\beta^{T}\right)$, $B' = B\left(\beta^{T}\right)$. Тогда

$$f_x = \left(B' - A'B^{-1}A\right)^{-1}\left(C\cdot Y1 + D\cdot X1 + G2 - A'B^{-1}\left(C\cdot X1 + D\cdot Y1 + G1\right)\right),$$
$$f_y = \left(A' - B'A^{-1}B\right)^{-1}\left(C\cdot Y1 + D\cdot X1 + G2 - B'A^{-1}\left(C\cdot X1 + D\cdot Y1 + G1\right)\right).$$

Решая (9) при известных f_x, f_y относительно $X1, Y1$, получаем новые значения координат упругих элементов связи блоков с основанием, отличающиеся от $X1, Y1$ лишь для (i,j) блока.

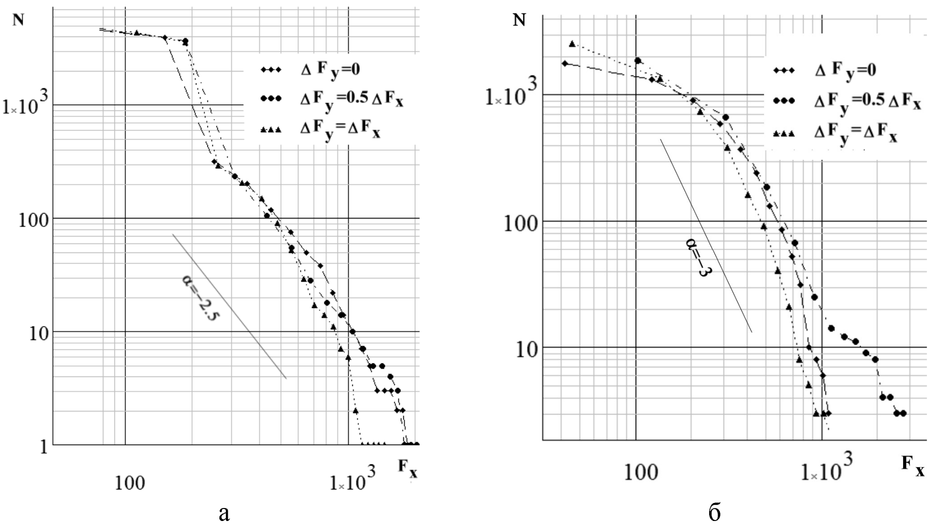
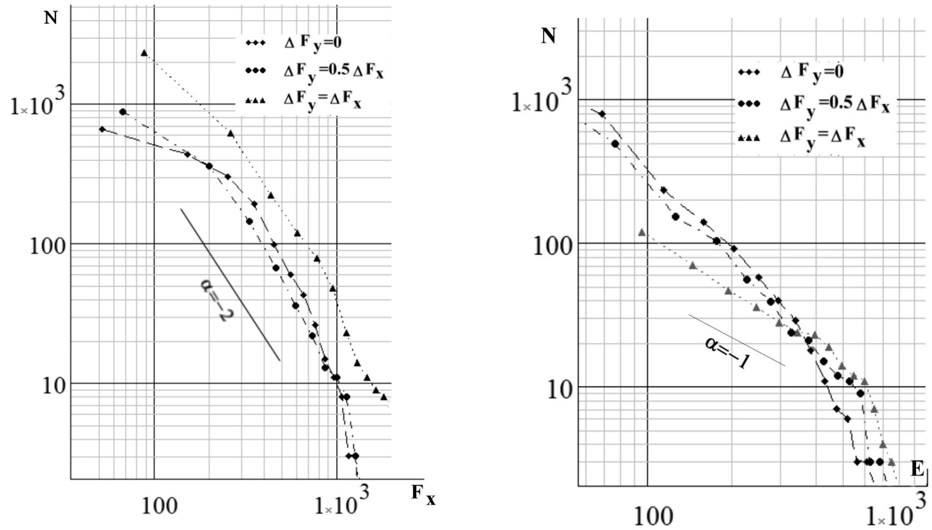


Рис. 2. Распределение сбросов по величине силы упругой связи с подстилающей плитой при различных режимах приращения внешней воздействующей силы: а – случай модели нормально упругой связи с $\nu = 0,4$ и критическим параметром силы упругой связи F_x, F_y; б – случай модели нормально упругой связи в приближении водонасыщенной среды

На рис. 2,а представлены расчетные оценки распределения величины сбросов силы упругой связи F_x для модели (2) упругосвязанных блоков с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,4$. Зависимость представляет собой соотношение $N(F_0 > F) = A \cdot 10^{-\delta(F-F_0)}$. Параметры системы: $N \times N = 20 \times 20$, $L = 1$, $\alpha = \beta = 100$, $E = 100$, $\Delta x = 4 \cdot 10^{-3}$, $F_{пред.} = 100$. Как следует из полученных зависимостей, критического состояния система не достигает. Это следует из оценки наклона графика повторяемости, составляющего величину $\delta \approx -2.5$. Для систем в критическом состоянии эта величина должна быть близка к 1. Таким образом, модельный расчет подтверждает полученные аналитические оценки (5), в соответствии с которыми самоорганизованное критическое состояние в данной модели не возникает.

Результаты расчета модели (9) в приближении водонасыщенной среды представлены на рис. 1,б. Данная модель также демонстрирует отсутствие предельного критического состояния. В данном случае зависимость не носит степенной характер. Возможная причина отсутствия критического состояния заключается в следующем. В соответствии с базовой клеточной моделью требуется не только равнораспределения приращений сброшенной силы по соседним блокам, что в данном случае выполняется, но и выполнения условия равенства направлений приращений сил в соседних блоках. Это условие оказывается нарушенным, так как при сбросе в (i, j) блоке x-компоненты силы ΔF, соседние блоки $(i, j \pm 1)$ получают приращения x-компонент, а соседние блоки $(i \pm 1, j)$ получают приращения y-компонент.



а б

Рис. 3. Распределение числа сбросов в модели нормально упругой среды в приближении водонасыщенной среды при различных режимах приращения внешней воздействующей силы и критическим параметром упругой энергии: а – распределение величин сброса сил связи F_x; б – распределение величин сброса упругой энергии связи E

С целью проверки справедливости данного предположения рассмотрим модель, аналогичную предыдущей, но с единственным принципиальным отличием: условие сброса определим не достижением силой упругой связи с плитой основания F_x, F_y предельного значения $F_{пред.}$, а скалярной функции этих аргументов – упругой энергии связи блока (i, j) с плитой основания – $\mathrm{E} = \left(Fx^2 + Fy^2\right) / 2\beta$. В данном случае условие равенства приращений в соседних блоках параметра системы (энергии) оказывается справедливым.

На рис. 3,а, 3,б представлены полученные зависимости распределений сбросов величин сил F_x и энергий E. Критическое состояние достигается в случае предельного параметра энергии при равных приращениях на каждой итерации сил F_x, F_y для параметра упругой энергии. При этом для сбросов по отдельным проекциям упругих сил $F_x \sim E^{1/2}$ такое поведение отсутствует. Следует заметить также, что при различных величинах приращений по каждой координате упругой энергии, нарушается условие симметрии приращений энергии для соседних упругих блоков $(i \pm 1, j \pm 1)$ и соответственно наклон графика повторяемости имеет более крутой спад ($\delta \approx 2$), по сравнению с критическим случаем $\delta \approx 1$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Черепанцев А.С.* Анализ критического состояния в модели блоков с вязкоупругими связями // Изв. высш. учебн. заведений. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. – 2009. – № 5. – С. 65-71.

2. *Burridge R., Knopoff L.*, Model and Theoretical Seismicity, Bull. Seism Soc. Am. 57, 341-371, 1967.
3. *Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K.*, Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, Phys.Rev. Lett. 68, 1244-1247. 1992.
4. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

Черепанцев Александр Сергеевич
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: s6319a@mail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371606.

Cherepantsev Alexandr Sergeevich
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".
E-mail: s6319a@mail.ru.
44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371606.