

Раздел V. Математическое моделирование технологических и экономических процессов

УДК 681.511.8

С.А. Бутенков, Н.С. Кривша, В.В. Кривша

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ В МОДЕЛЯХ ГРАНУЛИРОВАНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ

В статье рассматриваются вопросы реализации принципов гранулирования многомерных данных, которые были заложены в новых работах L. Zadeh. Они основаны на моделировании восприятий (перцепций) человека (в терминах, предложенных L. Zadeh). Предложенная в данной статье алгебраическая модель канонической формы представления данных применима к широчайшему набору возможных типов данных различной размерности.

Информационная грануляция; интеллектуальные методы; мягкие вычисления; канонические представления; топологические отношения.

S.A. Butenkov, N.S. Krivsha, V.V. Krivsha

TOPOLOGICAL SPACE RELATIONS FOR MULTIVARIATE DATA GRANULATION MODELS

Presented paper deals with the new approach to the Theory of Information Granulation, proposed by L. Zadeh. Most of mentioned theoretical results are generalized and examined in the presented paper on base of Zadeh's canonical presentations fro perceptual data. As a result, a few universal algorithms for intelligent data analysis may be designed by mean of incapsulated data presentation.

Information granulation; intelligent techniques; soft computing; canonical presentations; topological relations.

Что касается меня, то все различные пути, на которых я находился, приводили меня к Analysis Situs.

A. Пуанкаре

Введение. В работе рассматриваются вопросы реализации основных идей принципа гранулирования многомерных данных, которые были заложены в ряде работ L. Zadeh [1–3]. Интеллектуальная обработка многомерных данных (например, изображений, широко применяемых в различных областях) является сложным многоэтапным процессом, начинающимся с отделения изображений *объектов интереса* от изображений *фона* (который может быть неоднородным и не менее сложным, чем объекты) и завершающимся описанием взаимного положения объектов (анализ сцены) [4]. Классические методы анализа изображений основаны на введении объектов евклидовой геометрии, что можно представить как попытку борьбы с неопределенностью, размытостью (vagueness) с помощью введения неуверенности (uncertainty), поскольку объекты евклидовой геометрии не встречаются в реальном мире. Многие исследователи делают вывод о необходимости использования неточных (“мягких” в терминологии Л. Заде [5]) методов интеллектуального анализа, основанных на основополагающей теории информационной грануляции [3]. В ряде работ ([6,7] и т.д.) были введены методы, позволяющие произ-

водить оптимальное гранулирование многомерных данных на примере изображений. В настоящей работе эти результаты распространяются на стадию анализа данных (изображений). В статье систематически вводятся бинарные топологические отношения [8] *нечеткого взаимного положения* и *нечеткого взаимного расстояния* между гранулами, основанные на грассмановских идеях в геометрии и использовании покрытий данных топологически регулярными гранулами. В отличие от аналогичных работ [9], предложенные методы не требуют приближенного вычисления криволинейных интегралов, что повышает их вычислительную эффективность. В силу актуальности задачи описания взаимного положения неопределенных объектов (встречающейся в анализе изображений, анализе многомерных данных ГИС и т.п.) исследователи уделяли ей значительное внимание ([6-11] и др.). Наиболее распространенным подходом является использование бинарных *топологических отношений* [12], а также основанных на них *систем нечетких предикатов* [13]. Эта группа методов дает, скорее, логическое описание, чем количественное, хотя для некоторых предикатов введены числовые меры [14]. Дополнительной к ним является группа методов, основанных на использовании проекций некоторых величин на плоскости на двумерные объекты, наиболее развитым из которых является метод *F-гистограмм* [9]. В настоящей работе предложен метод построения отношений взаимного положения гранул с использованием мер на инкапсулирующих декартовых гранулах [1,6]. Подобные методы имеют линейную вычислительную сложность благодаря использованию геометрического подхода, основанного Грассманом [7,15]. Введенные лингвистические отношения имитируют восприятие положения и ориентации (перцепции) человека.

Работа организована следующим образом: в разд. 1 вводятся основные положения теории регуляризации применительно к неопределенным объектам, в разд. 2 описывается методология теории информационной грануляции, в разд. 3 вводятся лингвистические отношения взаимного положения на гранулах, в разд. 4 – лингвистические отношения взаимной ориентации на гранулах, в заключении намечается направление дальнейших исследований.

1. Неопределенные объекты в многомерных данных и регуляризация.

В контексте анализа многомерных данных ГИС, изображений и т.д. часто встречаются объекты, которые имеют достаточно сложную форму, плохо описываемую средствами аналитической геометрии. Часто для них применяется топологическое описание, связанное с описанием границы, отделяющей объект интереса от фона. Для подобных объектов в [16] введено топологическое определение понятия *неопределенного объекта* (*vague region*). Пусть X – множество объектов и T – совокупность подмножеств X , удовлетворяющая следующим аксиомам:

$$X \in T, \emptyset \in T, U \in T, V \in T \Rightarrow U \cap V \in T, S \subseteq T \Rightarrow \bigcup_{U \in S} U \in T. \quad (1)$$

Пара (X, T) называется *топологическим пространством*, а множества $U \in T$ называются *открытыми множествами* данного пространства, тогда элементы $x \in X$ называются *точками топологического пространства*. Пусть $Y \subseteq X$ – подмножество топологического пространства. Тогда *внутренностью* Y , обозначаемой как Y° , называется объединение всех открытых множеств, содержащихся в Y . *Замыканием* Y , обозначаемым как \bar{Y} , называется пересечение всех замкнутых множеств, которые содержат Y . *Внешностью* Y , обозначаемой как Y^- , называется объединение всех открытых множеств, не содержащих Y . *Гра-*

ницей Y , обозначаемой как ∂Y , называется пересечение замыкания Y и замыкания дополнения Y , так что $\partial Y = \bar{Y} \cap \overline{X - Y}$. Отношения между этими топологическими структурами задаются в виде

$$Y^\circ \cap \partial Y = \emptyset, Y^\circ \cup \partial Y = \bar{Y}, Y^- \cap \partial Y = \emptyset, Y^\circ \cup Y^- = \emptyset. \quad (2)$$

Согласно [14] назовем подмножество топологического пространства Y регулярно замкнутым, если выполняется условие

$$Y = \overline{Y^\circ}. \quad (3)$$

Для объектов, не являющихся регулярно замкнутыми, в [16] введена топологическая операция регуляризации, приводящая к следующему результату в обозначениях (1) – (3):

$$reg(Y) = \overline{Y^\circ}. \quad (4)$$

Объекты, не являющиеся регулярно замкнутыми, должны подвергаться операции регуляризации $reg(Y) = \overline{Y^\circ}$, реализующей (4). Пример регуляризации приведен на рис. 1.

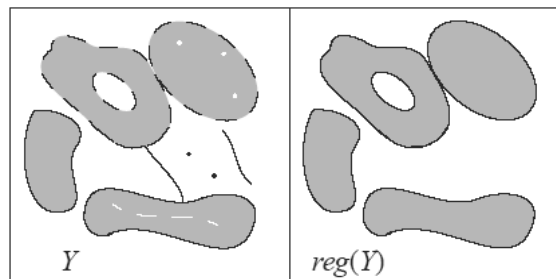


Рис. 1. Неопределённые объекты на плоскости до и после выполнения операции регуляризации [16]

Исходное множество Y включает в себя точки, линии и площадные объекты. Часть из них содержат только часть собственной границы, а также имеют “выколотые” точки. После регуляризации все точки и линии удаляются в соответствии с (5), а “выколотые” точки дополняются. То же происходит с “вырезанными” участками границы. В ряде наших работ был предложен иной подход к регуляризации моделей данных, основанный идеях представления неопределенных объектов путем покрытия регулярными элементами (декартовыми произведениями подмножеств в ортогональных системах координат), также приводящий в результате к регулярному в смысле (3) результату [6]. На рис. 2 показан результат покрытия дискретного представления неопределенных объектов (подмножеств плоскости, имеющих различную размерность) топологически регулярными элементами (декартовыми гранулами по L. Zadeh).

С точки зрения практического применения, модели дискретных неопределенных объектов, введенные в [16] и использующие математический аппарат клеточных комплексов (*point sets*), являются в значительной степени информационно избыточными. Например, для хранения данных о двумерном клеточном комплексе, связанном с декартовой гранулой, необходимо использовать в базе данных

структуру, которая сохраняет координаты вершин комплекса, а также его сторон и данные о внутренности комплекса. В пространстве R^N объем хранимых данных будет оцениваться снизу как $N^{1+2+\dots+N-1} = N^{\frac{N(N-1)}{2}} \approx N^{N^2}$. Очевидно, что для практических целей модели гранул в пространстве высокой размерности на основе клеточных комплексов мало пригодны. В то же время, для используемых нами покрытий прямоугольниками объем данных растет только как N^4 [6].

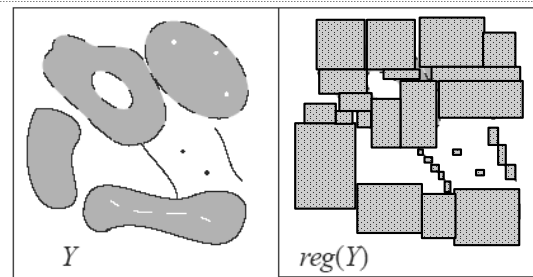


Рис. 2. Неопределённые объекты на плоскости до и после выполнения операции регуляризации покрытием по [6]

2. Основы информационной грануляции. Нами предложена общая система регулярного представления для неопределенных объектов, основанная на использовании понятия инкапсулирующей гранулы по L. Zadeh [2]. Рассмотрим основные определения, связанные с этим понятием.

Информационной гранулой называется подмножество универсума U , на котором определено отношение сходства, неразличимости и т.п. [1]. Множество гранул, которое содержит все объекты универсума, называется *гранулированием универсума*. Подмножество $A \subseteq U$ называется *составной* (не элементарной) *гранулой*, если оно представляет собой объединение *атомарных гранул* [3]. Определив на плоскости проекции произвольной гранулы G , обозначаемые как $pr_x G$ и $pr_y G$, зададим *инкапсулирующую декартову гранулу* для произвольного G как $G^+ = pr_x G \times pr_y G$. Гранула G^+ является точной верхней гранью конечного множества всех гранул, содержащих G . Мереологическое определение информационной гранулы широко обсуждалось в работах Л. Задэ [1,2]. Введем ряд определений для общих процедур грануляции. Пусть G_1, \dots, G_n – гранулы в U_1, \dots, U_n соответственно, тогда гранула $G = G_1 \times \dots \times G_n$ – это декартова гранула. Для простоты будем предполагать, что $n=2$ (рис. 3), что соответствует определению математической модели изображения [2]. Важность понятия декартовой гранулы происходит в большой степени от ее роли в процессе, называемом *инкапсуляцией информации*. Рассмотрим гранулу G , для которой G_x и G_y обозначают проекции G на U и V областей X и Y соответственно. Таким образом, $\mu_{G_x}(u) = \sup_v \mu_G(u, v)$, $u \in U, v \in V$, $\mu_{G_y}(v) = \sup_u \mu_G(u, v)$. Тогда декартова гранула G^+ , определяемая как

$$G^+ = G_x \times G_y, \tag{5}$$

инкапсулирует исходную произвольную гранулу G в том смысле, что является точной верхней гранью декартовых гранул, которые содержат G (рис. 3).

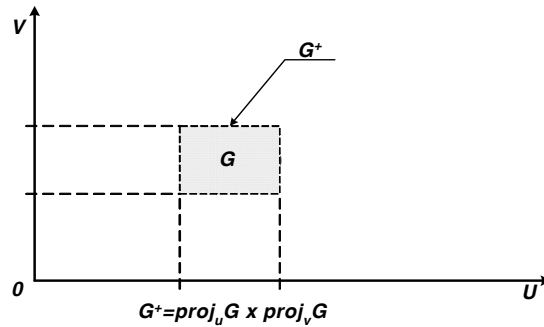


Рис. 3. Гранула G , ее проекции и инкапсулирующая гранула G^+

Таким образом, G^+ может использоваться как верхняя аппроксимация для G [1]. В более общей постановке мы можем построить цилиндрическое расширение G [2]. Более конкретно цилиндрическое расширение G_α^+ гранулы G в направлении α является цилиндрическим нечетким множеством, таким что $\mu_{G_\alpha^+} = \sup(G \cap R(p; \alpha))$, где $R(p; \alpha)$ – луч, т.е. прямая, проходящая через точку p в направлении α , $\alpha = (\Theta_1, \Theta_2)$, где Θ_1 и Θ_2 – углы, определяющие α . С помощью такого построения G_α^+ инкапсулирует G . С понятием *инкапсулирующей гранулы* тесно связано фундаментальное понятие *аппроксимирующего графика отношения*. Согласно [2], график на плоском множестве задается как $f^* = A_1^x \times A_1^y + \dots + A_n^x \times A_n^y = \sum_i A_i^x \times A_i^y$, $i = 1, \dots, n$, где операция "+" означает дизъюнкцию в широком смысле слова [2]. Отметим, что в настоящей работе речь идет о декартовых координатах в отличие от лингвистических переменных.

2. Построение топологических отношений взаимного положения на гранулах. Основы описания неопределенных объектов пока не развиты для описания пространственных отношений между неопределенными объектами. В ряде работ предлагаются подходы, основанные на различных свойствах объектов для получения информации о взаимном положении [13]. В [14] исследовались меры сходства множеств двумерных данных и были введены топологические отношения для указанных объектов. Моделирование с помощью гранул требует, чтобы объекты были регулярно замкнуты, так как процесс грануляции предполагает покрытие сплошными гранулами, т.е. содержимое гранулы не рассматривается. Применив операцию регуляризации [6], получаем регулярно замкнутые гранулы:

$$G_1 = \text{reg}(G_1) = \overline{G_1}, \quad G_2 = \text{reg}(G_2) = \overline{G_2}. \tag{6}$$

Результаты регуляризации покрытием декартовыми гранулами для нерегулярных подмножеств плоскости изображены на рис. 4.

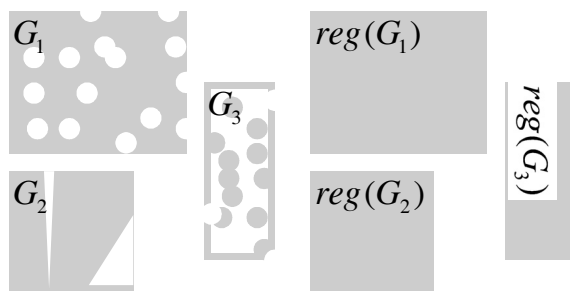


Рис. 4. Декартовы гранулы на плоскости до и после регуляризации

В соответствии с определениями (1) – (4), при построении бинарного отношения между покрывающими гранулами G_1 и G_2 также можно охарактеризовать множествами внутренней области G_1° , границей ∂G_1 и внешней областью G_1^- [7]:

$$\begin{pmatrix} G_1^\circ \cap G_2^\circ & G_1^\circ \cap \partial G_2 & G_1^\circ \cap G_2^- \\ \partial G_1 \cap G_2^\circ & \partial G_1 \cap \partial G_2 & \partial G_1 \cap G_2^- \\ G_1^- \cap G_2^\circ & G_1^- \cap \partial G_2 & G_1^- \cap G_2^- \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Поскольку в нашем подходе внутренность и границы покрывающих гранул отдельно не рассматриваются, то матрица, характеризующая топологические отношения между гранулами, значительно упрощается:

$$\begin{pmatrix} \bar{G}_1 \cap \bar{G}_2 & \bar{G}_1 \cap G_2^- \\ \bar{G}_2 \cap G_1^- & G_1^- \cap G_2^- \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Здесь $\bar{G}_1 = G_1^\circ \cup \partial G_1$, $\bar{G}_2 = G_2^\circ \cup \partial G_2$ – регулярные замыкания гранул G_1 и G_2 – $reg(G_1)$. Две произвольные гранулы G_1 и G_2 можно инкапсулировать одной общей гранулой G^+ , являющейся точной верхней гранью (см. рис. 3). Тогда внешнюю область G^- гранулы G можно описать с помощью инкапсулирующей гранулы G^+ как

$$G^- = G^+ / \bar{G}. \quad (9)$$

Тогда матрица, описывающая топологические отношения между гранулами, с учетом (8) и (9) примет вид

$$\begin{pmatrix} G_1 \cap G_2 & G_1 \cap G^+ / G_2 \\ G_2 \cap G^+ / G_1 & G^+ / (G_1 \cup G_2) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Таким образом, взаимные отношения двух гранул G_1 и G_2 с помощью третьей (инкапсулирующей) гранулы G^+ можно описать, в общем случае, следующими четырьмя базовыми множествами: $G_1 \cap G_2$, $G_1 \cap G^+ / G_2$,

$G_2 \cap G^+ / G_1, G^+ / (G_1 \cup G_2)$. Представление базовых множеств в виде эйлеровых диаграмм представлено на рис. 5. В отличие от метода [14], информацию о бинарном отношении на гранулах G_1 и G_2 несут все четыре меры на гранулах в матрице (10).

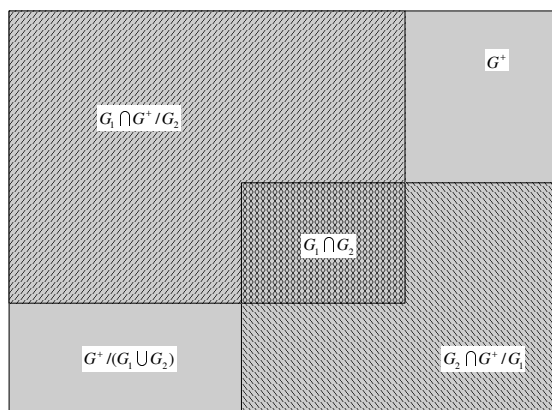


Рис. 5. Базовые множества для построения топологических отношений на гранулах G_1 и G_2

После нормировки для получения описания взаимного положения объектов возможны $2^4=16$ возможных комбинаций, ряд из которых не имеет смысла [17]. Обозначим в (10) непустые подмножества как 1, а пустые как 0. Тогда можно привести таблицу всех возможных значений по матрице (10).

Таблица 1

Анализ возможных взаимных отношений декартовых гранул

№	$G_1 \cap G_2$	$G_1 \cap G^+ / G_2$	$G_2 \cap G^+ / G_1$	$G^+ / (G_1 \cup G_2)$	Лингвистическое описание взаимного положения гранул
1	0	0	0	0	–
2	0	0	0	1	–
3	0	0	1	0	Одна гранула
4	0	0	1	1	–
5	0	1	0	0	Одна гранула
6	0	1	0	1	–
7	0	1	1	0	Гранулы касаются стороной
8	0	1	1	1	Гранулы не пересекаются или касаются в точке
9	1	0	0	0	Гранулы совпадают
10	1	0	0	1	–
11	1	0	1	0	Гранула G_1 содержится в грануле G_2
12	1	0	1	1	–

Окончание табл. 1

№	$G_1 \cap G_2$	$G_1 \cap G^+ / G_2$	$G_2 \cap G^+ / G_1$	$G^+ / (G_1 \cup G_2)$	Лингвистическое описание взаимного положения гранул
13	1	1	0	0	Гранула G_1 содержит гранулу G_2
14	1	1	0	1	–
15	1	1	1	0	Гранулы пересекаются ($G^+ = G_1 \cup G_2$)
16	1	1	1	1	Гранулы пересекаются (общий вид)

После анализа матрицы (10) мы получим взаимосвязь топологических характеристик взаимного положения гранул в виде, представленном на рис. 6.

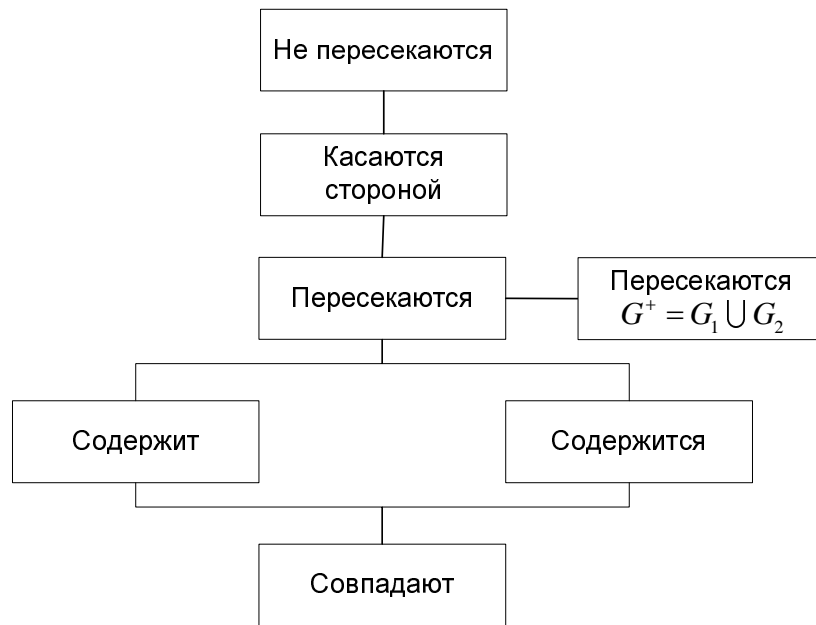


Рис. 6. Бинарные топологические отношения на объектах

Отметим, что в данной системе отношений описываются и отношения между не пересекающимися подмножествами плоскости (гранулами), что существенно отличается от полученных в [14] результатов, применимых только для пересекающихся подмножеств.

3. Построение топологических отношений направления на гранулах. Используя введенные выше методы регуляризации и описания декартовых гранул, распространим этот подход на типовую задачу анализа геометрической информации (взаимного направления между объектами). Эта задача является типовой при анализе сцен на изображениях [4], географической информации в ГИС [8] и т.д.

В соответствии с [17] введем основные определения операций на декартовых инкапсулирующих гранулах. Пусть мы имеем уравнения, описывающие декартовы гранулы в виде грассмановых элементов

$$G^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 & y_1^1 & 1 \\ x_2^1 & y_1^1 + h^1 & 1 \\ x_1^1 + w^1 & y_1^1 & 1 \end{pmatrix}, G^2 = \begin{pmatrix} x_1^2 & y_1^2 & 1 \\ x_2^2 & y_1^2 + h^2 & 1 \\ x_1^2 + w^2 & y_1^2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Тогда координаты инкапсулирующей гранулы находятся как [17]

$$G^+(G^1, G^2) = \begin{pmatrix} \min(x_1^1, x_1^2) & \min(y_1^1, y_1^2) & 1 \\ \min(x_2^1, x_2^2) & \max(y_1^1 + h^1, y_1^2 + h^2) & 1 \\ \max(x_1^1 + w^1, x_1^2 + w^2) & \min(y_1^1, y_1^2) & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

а разность двух гранул найдем как

$$G^+ - G^1 = \begin{pmatrix} \min(x_1^1, x_1^2) - x_1^1 & \min(y_1^1, y_1^2) - y_1^1 & 0 \\ \min(x_2^1, x_2^2) - x_1^1 & \max(y_1^1 + h^1, y_1^2 + h^2) - (y_1^1 + h^1) & 0 \\ \max(x_1^1 + w^1, x_1^2 + w^2) - (x_1^1 + w^1) & \min(y_1^1, y_1^2) - y_1^1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Введем по аналогии с (10) матрицу взаимных направлений между двумя топологически регулярными объектами (гранулами) в виде [8]

$$Dir = \begin{pmatrix} \min(x_2^1, x_2^2) - x_1^1 & \max(y_1^1 + h^1, y_1^2 + h^2) - (y_1^1 + h^1) \\ \max(x_1^1 + w^1, x_1^2 + w^2) - (x_1^1 + w^1) & \min(y_1^1, y_1^2) - y_1^1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Используя стандартные обозначения ориентации на плоскости [13], введем лингвистические обозначения для элементов матрицы направлений в виде

$$\begin{aligned} N &= \max(y_1^1 + h^1, y_1^2 + h^2) - (y_1^1 + h^1), \\ S &= \min(y_1^1, y_1^2) - y_1^1, \\ W &= \min(x_2^1, x_2^2) - x_1^1, \\ E &= \max(x_1^1 + w^1, x_1^2 + w^2) - (x_1^1 + w^1). \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда мы можем переписать ее в новых обозначениях как

$$Dir = \begin{pmatrix} W & N \\ E & S \end{pmatrix}. \quad (16)$$

По аналогии с (10) будем обозначать пустые подмножества как 0, а непустые как 1. Тогда мы можем использовать (4) для формирования матрицы взаимного положения (16) в лингвистических терминах (15).

Покажем применение бинарных отношений взаимной ориентации на примерах. Для двух непересекающихся гранул, изображенных на рис. 7, найдем лингвистическое описание их взаимной ориентации.

Согласно (14) найдем непустые подмножества значений матрицы направлений (15) и запишем ее в виде

$$Dir = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ E & S \end{pmatrix}. \quad (17)$$

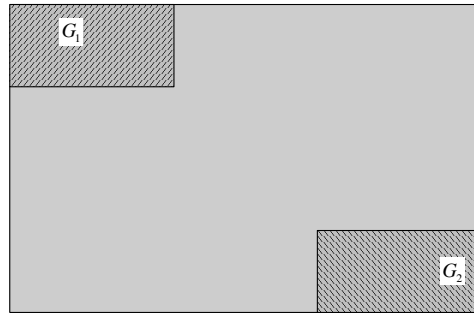


Рис. 7. Взаимная ориентация непересекающихся гранул

Вывод: объект находится на юго-востоке относительно заданного (референтного). Отметим, что в отличие от методов [8,9] введенные отношения описывают взаимную ориентацию непересекающихся объектов.

Рассмотрим еще один пример, который не может быть выполнен с помощью методов, введенных в работах [9–14] – оценка ориентации касающихся гранул, изображенных на рис. 8.

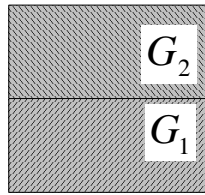


Рис. 8. Взаимная ориентация касающихся гранул

Согласно (14) найдем непустые подмножества значений матрицы направлений (15) и запишем ее в виде

$$Dir = \begin{pmatrix} 0 & N \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Вывод: объект находится на севере относительно референтного объекта.

Лингвистическая интерпретация матриц отношений (17) и (18) позволяет использовать эти отношения для описания взаимной ориентации объектов в пространстве произвольной размерности, при замене уравнений гранул на уравнения грасмановых элементов произвольной размерности [17].

В настоящем разделе введены новые типы пространственных топологических отношений на парах декартовых гранул, позволяющие анализировать взаимное положение и взаимную ориентацию для объектов различной размерности (за счет унифицированного представления гранулами), а также для объектов, не имеющих пересечений, что является новым результатом в сравнении с известными [14]. Отметим также, что для вычисления всех параметров отношений используются одни и те же подмножества гранул, что значительно упрощает вычисления.

Заключение. Используя основные результаты ранних работ, мы обобщили полученные ранее отдельные результаты по регулярному представлению и лин-

гвистической интерпретации бинарных топологических отношений на регулярных объектах. В результате создана теоретическая база для нечисловых операций над сложными наборами многомерных данных, названная нами “вычисления фигурами” (computing with shapes) по аналогии с “вычислениями словами” (computing with words), введенными L. Zadeh [2].

Важнейшей практически полезной особенностью предложенного подхода является его “антиасимптотичность”, которая заключается в том, что регулярные представления в виде гранул и алгоритмы их обработки корректны при уменьшении размеров гранул до 1, т.е. могут выполняться для отдельных пикселей [4].

Полученные в наших работах основные теоретические и практические результаты могут служить основой для построения эффективных систем анализа данных высокой размерности (например, цветных изображений и т.п.), а также предоставляют средства компенсации и учета НЕ-факторов [6] (в результате применения регуляризации данных).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zadeh L.A. Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1997. – Vol. 90. – P. 111–127.
2. Zadeh L.A. From Computing with Numbers to Computing with Words - From Manipulation of Measurements to Manipulation of Perceptions // *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. – 1999. – Vol. 45. – P. 105-119.
3. Zadeh L.A. Toward a Generalized Theory of Uncertainty // *Information Sciences – Informatics and Computer Science*. – 2005. – Vol. 172. – P. 1-40.
4. Câmara, G., Egenhofer, M., Fonseca, F., and Monteiro A.M.V. What's in an Image // *International Conference COSIT '01 – Santa Barbara – CA, 2001*. In: Montello, D. R., (Ed.), *Spatial Information Theory – A Theoretical Basis for GIS*. – P. 14-28.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets and Information Granularity // In “*Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*”, M. Gupta, R. Ragade, and R. Yager, Eds. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland. – 1979. – P. 3-18.
6. Бутенков С.А., Кривша В.В. Регуляризация представления и обработки плохо структурированных изображений методами гранулированных вычислений // *Сб. трудов Международной конференции IEEE AIS'04*. – М.: Физматлит, 2004. Т. 2. – С. 104-113.
7. Бутенков С.А. Вычисления со словами в задачах интеллектуальной обработки многомерной информации // *Сб. трудов III Международного семинара “Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте”*. – Коломна, 2005. – С. 133-139.
8. Egenhofer M. A formal definition of binary topological relationships // *Proc. of the Third International Conference on the Foundation of Data Organization and Algorithms*. – Paris, 1989.
9. Matsakis P., Laurent W. A New Way to Represent the Relative Position between Aerial Objects // *IEEE Trans. On “Pattern Analysis and Machine Intelligence”*. 2001. – Vol. 21. – № 7. – P. 634-643.
10. Baltasavias E., Hahn M. Integration of Image Analysis and GIS // Fritsch D. (Editor) *ISPRS Commission IV Symposium “GIS – between Vision and Applications”*, Stuttgart, Germany, 1999. – P. 669-676.
11. Baldwin J., Martin T., and Shanahan L. Fuzzy logic methods in vision recognition // *Fuzzy Logic: Applications and Future Directions Workshop*, London, UK, 1997. – P. 300-316.
12. Yao Y. Rough sets, neighborhood systems, and granular computing. In *Proc. of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Edmonton, Canada, May 9-12, 1999, Meng, M. (Ed.), IEEE Press. – P. 1553-1558.
13. Zimmerman K., Freksa C. Qualitative Spatial Reasoning Using Orientation, Distance, and Path Knowledge // *Proc. of Workshop on Spatial Reasoning of the Int. Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-93)*. Chambéry, France, 1993.
14. Winter S. Location-based similarity measures of regions // Fritsch D. (Editor) *ISPRS Commission IV Symposium “GIS – between Vision and Applications”*, Stuttgart, Germany, 1999. – P. 669-676.

15. *Butenkov S.* Granular Computing in Image Processing and Understanding // In Proc. of IASTED International Conf. on AI and Applications "AIA-2004", Innsbruck, Austria, February 10-14, 2004.
16. *Erwig M., Schneider M.* Vague Regions// 5th Int. Symp. on Advances in Spatial Databases (SSD). – 1997. – LNCS 1262. – P. 298-320.
17. *Бутенков С.А.* Алгебраические модели в задачах интеллектуального анализа многомерных данных // Математическая теория систем 2009 (МТС-2009). Сборник научных трудов международной научно-технической конференции. – М., 2009. – С. 93-101.

Бутенков Сергей Андреевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: saab@tsure.ru.

347928, Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371668.

Кривша Наталья Сергеевна

E-mail: vit@tsure.ru.

Тел.: 88634371606.

Кривша Виталий Владимирович

Butenkov Sergey Andreevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".

E-mail: saab@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371668.

Krivsha Natal'ya Sergeevna

E-mail: vit@tsure.ru.

Phone: +78634371606.

Krivsha Vitaliy Vladimirovich

УДК 621.383.734: 621.9.048.7

Е.В. Луговой, С.Н. Петров, П.В. Серба

**РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТЕКОЛ,
МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОННЫМ ЛУЧОМ**

Исследовались оптические характеристики поверхности стекла СТК 19 после электронно-лучевой обработки методами лазерной эллипсометрии. Установлено, что поверхность образцов после обработки характеризуется как стекло с более высоким показателем преломления, благодаря появлению в модифицированной поверхности метаборитов лантана, повышающих показатель преломления на 3 %.

Электронно-лучевая обработка; эллипсометрия; модификация.

E.N. Lugovoy, S.N. Petrov, P.V. Serba

**THE CALCULATION OF GLASS OPTIC CHARACTERISTICS, MODIFIED
BY ELECTRON BEAM**

Optical characteristics of the glass STK 19 surface of after electron beam treatment using laser ellipsometric were investigated. It is established that the surface of samples after processing