которое целесообразно решать конечно-разностными методами. На втором этапе решается уравнение, описывающее процесс дисперсии, которое решается методом гармоник. Установлено, что при данном подходе можно получить устойчивую конечно-разностную модель. Разностные схемы, полученные путем непосредственной аппроксимации уравнения ХЗК, не принадлежат семейству, для которого применим принцип максимума, и, как правило, являются неустойчивыми. Выбор метода решения данной задачи, основанного на схемах расщепления по физическим процессам, обусловлен необходимостью выполнения устойчивости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чистякова Т.А.* Дискретная конечно-разностная модель распространения волновых пучков, описываемая квазилинейным уравнением параболического типа // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 118-129.
2. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989.

Чистякова Татьяна Алексеевна
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: a_tanya84@mail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371606.

Chistyakova Tatyana Alexeevna
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".
E-mail: a_tanya84@mail.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: 88634371606.

УДК 681.518

С.А. Бутенков

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ПАРАМЕТРИЗОВАННЫХ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ И НЕЧЕТКИХ ОПЕРАЦИЙ

В работе рассматривается новый подход к моделированию классов параметризованных функций. В результате открывается возможность построения универсальных модулей, настраивающихся на решение широкого круга задач без изменения общей структуры реализуемого ими алгоритма.

Нечеткие множества; параметризованные функции принадлежности; нечеткие операторы; аналитическая геометрия; R -функции, программируемые логические схемы.

S.A. Butenkov

GEOMETRICAL APPROACH TO PARAMETERIZED MEMBERSHIP FUNCTIONS DESIGN BY PARAMETERIZED OPERATIONS

The common interest to all facets of applied fuzzy modeling, inspired by recent works of L. Zadeh, are presented at contemporary investigations, because of outstanding properties of fuzzy logic systems to approximate the multivariate functions. Presented paper deals with the new approach to geometrical modeling of parameterized classes of membership functions of fuzzy sets, based on common geometric approach, established by V. Rvatchev R -functions. As a result, very *useful techniques for software and hardware solutions for fuzzy deduction hybrid systems was founded. Presented common solutions may be used for FPGA hybrid hardware in the different areas of intelligent data processing.*

Fuzzy sets; parameterized membership functions; fuzzy operations; analytical geometry; R -functions, FPGA.

Введение. Технология мягких вычислений, введенная в работах L. Zadeh и развитая в многочисленных работах его последователей [1-3], основывается на представлении модели объекта или процесса в виде совокупности правил для системы нечеткого логического вывода [2]. Дальнейшие шаги в этом направлении связываются с созданием строгих, гибких и практически полезных математических методов исследования нечетко определенных объектов [4]. На начальных этапах моделирования необходимо построить модели соответствия значений переменных некоторым нечетким понятиям, при этом обычно используются типовые виды функций принадлежности, удовлетворяющие условиям нормировки [2]. В процессе нечеткого логического вывода используются нечеткие конъюнкции, которые затем агрегируются в выходные значения [5]. Таким образом, система нечеткого вывода может быть использована, например, для интеллектуальной аппроксимации входных данных [6]. При этом оптимальная аппроксимация может быть получена как в результате оптимизации функций принадлежности, присутствующих в правилах, так и в результате оптимизации операций над ними. В обоих случаях желательно иметь возможность использования целых классов параметризованных функций принадлежности и операций [7]. Еще одной важнейшей проблемой, возникающей при использовании систем нечеткого вывода, является проблема нормализации функций принадлежности [2]. Обычно они отображают значения принадлежности в интервал $[0,1]$, хотя функция принадлежности может принимать свои значения и в интервале $[-1,+1]$ (тогда граничное значение полной непринадлежности равно –1, а 0 берется как точка перехода нечеткого множества [2]), на числовой прямой R, а также в различных множествах, наделенных некоторой структурой. Например, в [8] область значений функции принадлежности $\mu : X \to (-\infty,+\infty)$ состоит из трех участков: *а*) $\mu(x)>0$, *б*) $-1 \le \mu(x) < 0$ и *в*) $\mu(x) < -1$. При интерпретации X как множества деталей подмножество $\{x \in X \mid \mu(x) > 0\}$ охватывает все годные детали, не выходящие за пределы требуемых допусков, подмножество $\{x \in X \mid -1 \le \mu(x) < 0\}$ – негодные детали, подлежащие восстановлению, а $\{x \in X \mid \mu(x) < -1\}$ – бракованные детали.

Таким образом, необходимо разрабатывать универсальный математический аппарат, позволяющий аналитически описывать, нормировать, модифицировать и находить конъюнкции для функций принадлежности, заданных на различных областях значений [6].

Решение этого комплекса задач в аналитической форме может быть найдено с помощью геометрического подхода к моделированию функций принадлежности [3], основанного на использовании математического аппарата *R*-функций, введенных в работах В.Л. Рвачева [9]. В отличие от алгебраического подхода, принятого в основной части работ по этой теме [1, 2, 4-8], геометрический подход позволяет аналитически решить все поставленные выше основные задачи нечеткого вывода.

Работа организована следующим образом: в разд. 1 вводятся основные положения теории мягких вычислений, в разд. 2 описывается методология *R*-функций, в разд. 3 описывается применение методов аналитической геометрии, использующих R-функции, к конструированию параметризованных ФП, в заключении намечается направление дальнейших исследований.

1. Основы мягких вычислений. Согласно [2] нечеткое множество (НМ) определяется математически как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x универсального множества X и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$, где универсальным множеством называется область определения функции принадлежности (ФП) μ_A. Поскольку функция принадлежности является исчерпывающей характеристикой НМ, в дальнейшем будем полностью отождествлять его с его ФП μ_A. Возможные виды функций μ_A вводятся алгебраически из числа функций, удовлетворяющих условиям *нормальности*, *выпуклости*, *монотонности* и т.д. [6]. Среди типовых ФП часто встречаются трапециевидные (и их частный случай – треугольные ФП). Ниже в качестве примера приведена стандартизованная параметризованная функция принадлежности нечеткого числа с параметрами (a,b,c,d) [6].

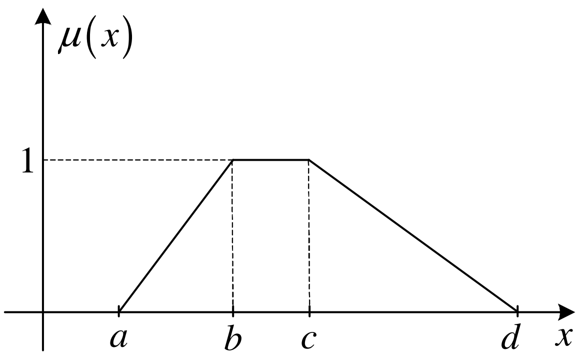

Рис. 1. Четырехпараметрическая функция принадлежности нечеткого числа

В общепринятой алгебраической форме уравнения ФП записываются с помощью ряда условий в виде [6]

$$\mu(x)=\begin{cases}1, & b\le x\le c,\\ \dfrac{1}{b-a}\cdot x-\dfrac{a}{b-a}, & a<x<b,\\ \dfrac{-1}{d-c}\cdot x+\dfrac{d}{d-c}, & c<x<d,\\ 0, & (x\le a)\vee(x\ge d).\end{cases} \qquad (1)$$

Очевидно, что выражение (1) не является аналитическим. С его помощью нельзя изучать зависимость свойств ФП от ее параметров [3].

В качестве операций нечеткой конъюнкции и нечеткой дизъюнкции традиционно используются T-нормы T и T-конормы S соответственно [4]. С алгебраической точки зрения T-нормы определяются как функции $T:[0,1]\to[0,1]\times[0,1]$, удовлетворяющие свойствам *ассоциативности*, *коммутативности* и *монотонности*: $T(x,y)\le T(u,v)$, если $x\le u$, $y\le v$, а также условию $T(x,1)=x$. Простейшими примерами T-норм являются [4]:

$$T_c\left(x,y\right)=\min\left(x,y\right),\ T_b\left(x,y\right)=\max\left(0,x+y-1\right),\ T_d\left(x,y\right)=\begin{cases}x, if\ \ y=1;\\ y, if\ \ x=1;\\ 0\ othervise.\end{cases}\quad(2)$$

T-конорма S определяется как ассоциативная, коммутативная, монотонная операция, удовлетворяющая условию $S\left(x,0\right)=x$. Как известно, *T*-нормы и *T*-конормы могут быть получены друг из друга с помощью операции нечеткого отрицания, например в виде $N\left(x\right)=1-x$, на основе закона де Моргана. Тогда двойственными *T*-конормами для *T*-норм (2) будут [4]:

$$S_c\left(x,y\right)=\max\left(x,y\right),\ S_b\left(x,y\right)=\min\left(1,x+y\right),S_d\left(x,y\right)=\begin{cases}x, if\ \ y=0;\\ y, if\ \ x=0;\\ 1\ othervise.\end{cases}\quad(3)$$

Для произвольных *T*-норм T и *T*-конорм S с практической точки зрения необходимо выполнение следующих неравенств:

$$T_d\left(x,y\right)\le T\left(x,y\right)\le T_c\left(x,y\right)\le S_c\left(x,y\right)\le S\left(x,y\right)\le S_d\left(x,y\right),\quad(4)$$

так как эти неравенства устанавливают границы возможного варьирования операций T и S [7].

Согласно идеям [10] *T*-нормы как ассоциативные функции могут быть получены несколькими способами, например использованием обратных функций φ^{-1} от произвольных возрастающих биекций $\varphi:\left[0,1\right]\to\left[0,1\right]$ при дополнительных ограничениях $\varphi(0)=0$, $\varphi(1)=1$, применяемых к произвольным *T*-нормам. Однако при практическом использовании этого метода порождения классов параметризованных *T*-норм из-за весьма строгих ограничений, указанных выше, удается подобрать небольшое количество подходящих классов, некоторые из которых приводятся в [2,7]. Кроме того, параметрические классы получаются достаточно сложными из-за необходимости вычисления обратных функций, поскольку только ограниченные классы функций допускают аналитические выражения для обратных функций [7].

Эти ограничения существенно осложняют оптимизацию систем нечеткого вывода по параметрам ФП и нечетких операций с учетом (4). Следовательно, для практических целей было бы очень важно иметь математически единый аппарат построения и нормировки классов ФП и операций над ними, допускающих аналитическую запись и использование более широких классов функций. Основы такого подхода были заложены харьковским математиком В.Л. Рвачевым в работах по теории и методам применения *R*-функций примерно в тот же период, когда формировался аппарат мягких вычислений [5,9].

2. Основные положения метода *R*-функций. Теория *R*-функций возникла как метод распространения идей многозначной логики, позволившей перейти к произвольному множеству значений истинности (трехзначная логика Лукасевича, k-значная логика Поста, бесконечнозначная логика) на область аналитической геометрии. В качестве методологической основы метода *R*-функций была выбрана *обратная задача аналитической геометрии*, которая требует по известным аналитическим представлениям простых геометрических объектов (ГО) таких, как точки, линии, алгебраические кривые и т.п., получать аналитические выражения для описания сложного (составного) геометрического объекта. Теория *R*-функций применялась в основном к краевым задачам математической физики для объектов, имеющих сложную границу (искусственных объектов), хотя известны и другие ее приложения [11-13]. В фундаментальной работе [9] было введено более общее понятие *R*-отображения. Введем необходимые определения согласно [9].

Пусть дано некоторое множество $\aleph$, содержащее не менее k элементов. Если задано сюръективное отображение $S_k : \aleph \to B_k$, $B_k = \{0,1, ..., k\}$, то говорят, что задано разбиение исходного множества $\aleph$ на k подмножеств, называемых качественными градациями на $\aleph$, соответствующими отношению S_k . Теперь мы можем ввести отображение $S_k^n : \aleph^n \to B_k^n$, где $S_k^n(x) = \left(S_k(x_1), ..., S_k(x_n)\right)$. Из множества возможных отображений $f : \aleph^n \to \aleph^m$ R -отображениями будем называть те, для которых существует функция k-значной логики $F : B_k^n \to B_k^m$, которая вместе с отображением f образует коммутативную диаграмму, изображенную на рис. 2.

$$\begin{tikzcd}
\aleph^n \arrow[r, "f"] \arrow[d, "S_k^n"'] & \aleph^m \arrow[d, "S_k^m"] \\
B_k^n \arrow[r, "F"] & B_k^m
\end{tikzcd}$$

Рис. 2. Коммутативная диаграмма R-отображения

В соответствии с [9], функция k-значной логики $F : B_k^n \to B_k^m$, соответствующая данному *R*-отображению в смысле коммутативности диаграммы (рис. 2), называется сопровождающей для f . Множество всех *R*-отображений обозначим как $\Re\left(\aleph, S_k\right)$. В частности, если $\aleph$ – числовое множество, то $\Re\left(\aleph, S_k\right)$ называется множеством *R*-функций. В частности, *R*-функции, заданные на множестве $\aleph = (-\infty, \infty)$ и сопровождаемые функциями двузначной и трехзначной логики, позволяют решить задачу получения аналитических описаний сложных геометрических объектов. Для решения этой задачи введем разбиение числовой оси на интервалы $(-\infty, 0)$ и $[0, \infty)$. Теория *R*-функций использует при построении уравнений сложных объектов логические операции над простыми объектами, называемыми опорными. Для опорных объектов существуют известные уравнения $f = 0$ или неравенства $f \geq 0$. В дальнейшем можно перейти к предикатному заданию опорных объектов, вводя предикаты двузначной логики вида $S_2 = \begin{cases} 0, \textit{при } x < 0; \\ 1, \textit{при } x \geq 0. \end{cases}$ С помощью опорных предикатов мы можем построить предикат сложного объекта, составленного из опорных. Для этого необходимо сконструировать логическую (в данном случае – булевскую) функцию, принимающую значение, равное 1, когда произвольная точка принадлежит сложному объекту. Дальнейший переход от предикатного уравнения объекта к аналитическому осуществляется с помощью формальной процедуры замены логических операций на так называемые *R*-операции, образующие функционально полные системы [9]. Обозначения *R*-операций обычно соответствуют обозначениям логических функций. В настоящей работе рассмотрим одну из возможных функционально полных систем операций, параметризованную с помощью произвольной ограниченной функции:

$$x \wedge_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha}\left(x+y-\sqrt{x^2+y^2-2\alpha xy}\right) \quad R\text{-конъюнкция},$$

$$x \vee_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha}\left(x+y+\sqrt{x^2+y^2-2\alpha xy}\right) \quad R\text{-дизъюнкция}, \tag{5}$$

$$\bar{x} \equiv -x \quad R\text{-отрицание}.$$

где α – произвольная ограниченная функция, удовлетворяющая условию $-1 \le \alpha \le 1$. Такая R -система обозначается $\Re_{\alpha}$ [9].

В результате применения системы (5) к базовым предикатам мы получаем аналитическое описание в виде неявной функции вида $\mu(\mathbf{x},\alpha)=0$, где $\mathbf{x}$ – вектор координат исходного пространства. В частности, в работах, связанных с распознаванием изображений, размерность вектора 3 или 5 [13]. Основной особенностью сконструированной ФП является то, что, в соответствии с заданным разбиением числового множества, $\mu: X \to (-\infty,+\infty)$ принимает положительное значение внутри геометрического объекта, нулевое – на его поверхности и отрицательное – вне объекта. Таким образом, метод R -функций фактически позволяет строить ФП заданного геометрического объекта (ГО) подобно подходу, предложенному в [8].

3. Применение параметризованных *R*-операций. В работах по применению теории *R*-функций был предложен двухэтапный подход в моделировании ГО различной размерности, использующий аналитичность получаемых в результате применения операций (5) ФП ГО [13]. Фактически геометрический подход сводится к манипулированию ФП ГО, хотя явно в работах по теории *R*-функций понятие ФП не упоминается [11]. При наличии аналитического решения основной задачи, ее применение может быть реализовано как простейшими алгоритмическими модулями, реализующими операции (5), так и нейросетевой структурой, реализованной либо в многопроцессорной системе, либо аппаратно на программируемом устройстве ПЛИС [3,14].

Исследование введенной выше параметризованной системы операций $\Re_{\alpha}$ показывает, что условия нормировки [15], связанные с (4), выполняются только для частной системы (5) при выборе $\alpha \equiv 1$ [16]. Такая система обозначается как R_1 и для $\mu: X \to (-\infty,+\infty)$ записывается в виде

$$x \wedge_1 y \equiv \frac{1}{2}\left(x+y-|x-y|\right) \equiv \min(x,y),$$

$$x \vee_1 y \equiv \frac{1}{2}\left(x+y+|x-y|\right) \equiv \max(x,y), \tag{6}$$

$$\bar{x} \equiv -x.$$

Очевидно, что (6) удовлетворяет требованиям к нечетким операциям, изложенным в разд. 1.

Отметим, что в работах по теории *R*-функций для проектирования ФП ГО использовались системы *R*-операций одного типа [9]. Однако, в силу необходимости соблюдения условий нормировки, при конструировании ФП НМ мы предлагаем ввести двухуровневую модель ФП, основанную на иерархическом использовании систем *R*-операций. На первом уровне используются параметризованные по α операции системы (5), что позволяет модифицировать стандартную ФП НМ, задаваемую с использованием (1) и (5). На втором уровне с помощью операций (6) вводятся ограничения, обеспечивающие выполнение условий нормировки. Эта составляющая геометрической модели ФП НМ будет стандартной для всех типов моделей.

Построим модель четырехпараметрической ФП нечеткого числа, основанную на применении метода R-функций к (1). Для этого введем уравнения параметризованных базовых геометрических объектов, образующих ФП [14]:

$$f_1\left(x,a,b,c,d\right)=\frac{x-a}{b-a} \text{ – левый склон ФП,} \tag{7}$$

$$f_2\left(x,a,b,c,d\right)=\frac{d-x}{d-c} \text{ – правый склон ФП.} \tag{8}$$

В соответствии с предлагаемой нами методикой запишем уравнения ФП с использованием (5) в виде

$$f_{trap}\left(x,a,b,c,d,\alpha\right) = f_1(\cdot) \wedge_\alpha f_2(\cdot). \tag{9}$$

Результаты параметризации (8) по α с учетом (5) позволяют построить семейства ФП $\mu : X \to (-\infty,+\infty)$, пример которой изображен на рис. 3. Здесь параметр операции α используется для модификации ФП, определяемой (7),(8), с параметрами $a=0, b=1, c=3, d=4$.

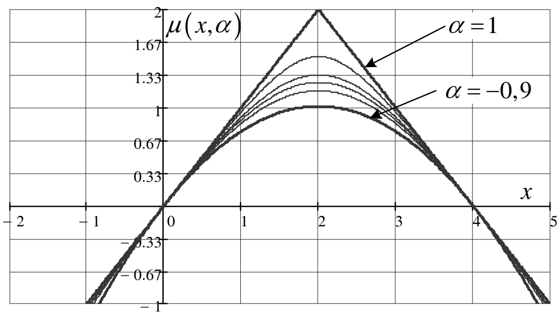

Рис. 3. Ненормированная геометрическая модель пятипараметрической ФП нечеткого числа, параметризованная по α

Для получения нормированной ФП НМ введем еще два базовых геометрических примитива, задающих границы области значений ФП:

$$f_3\left(x,a,b,c,d\right)=A \text{ – нижняя граница нормированной ФП,} \tag{10}$$

$$f_4\left(x,a,b,c,d\right)=B \text{ – верхняя граница нормированной ФП.} \tag{11}$$

В соответствии с предлагаемой нами методикой запишем уравнения нормированной ФП в виде

$$f_{trap}\left(x,a,b,c,d,\alpha\right) = f_4(\cdot) \wedge_1 \left(f_3(\cdot) \vee_1 \left(f_1(\cdot) \wedge_\alpha f_2(\cdot)\right)\right). \tag{12}$$

На рис. 4 показан результат введения (10), (11) при стандартных значениях $A \equiv 0$ и $B \equiv 1$ для параметров $a=0, b=1, c=3, d=4$ в зависимости от значения параметра операции $-1<\alpha\le 1$.

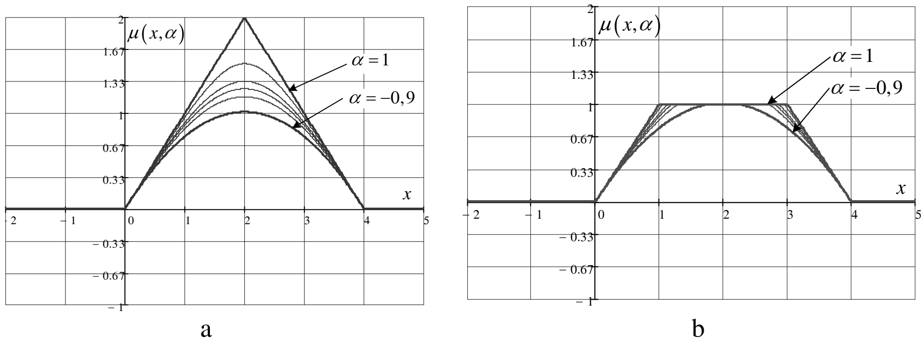

Рис. 4. Нормированная сверху (a) и снизу (b) геометрическая модель пятипараметрической ФП нечеткого числа, параметризованная по α

На рис. 4 показано, что уравнение нормированной модели ФП нечеткого числа (12) сохраняет общую структуру трапециевидной ФП при изменении параметра α во всей области определения [16], а иерархическое использование *R*-операций $\wedge_\alpha$ и $\vee_\alpha$, $\wedge_1$ и $\vee_1$ позволяет удовлетворять условиям нормировки ФП для любой области значений, задаваемой параметрами A и B при произвольных значениях параметра α. Полученная в результате аналитическая модель (12) может использоваться для оптимизации построенных на ее основе гибридных систем различного назначения [9,10].

Системы *R*-операций (5) и (6) реализуются на различных аппаратных средствах, что позволяет строить структуры нечетких сетевых гибридных систем с использованием базовых модулей, реализующих единый набор функций (5)-(11) для произвольных структур нечетких систем [17]. В частности, подобный подход представляется естественным для реализации на ПЛИС, в которых благодаря современным средствам визуального проектирования [20] можно создавать библиотеки стандартных модулей, из которых впоследствии формируется общая структура нечеткой системы [4,5].

Заключение. Полученные в настоящей работе результаты представляют один из подходов к построению методов *нечеткой геометрии*, введенной в работах A. Rosenfeld [18]. Мы вводим метод описания ФП нечетких геометрических объектов, формально конструируемых из геометрических примитивов более широких классов, чем введенные в работах Rosenfeld [18]. Эти результаты открывают возможность нечеткого обобщения основных геометрических понятий для распространения теории информационной грануляции L, Zadeh [19] и методов “ вычислений словами” на область “вычислений фигурами” [20] в задачах анализа данных, имеющих геометрический смысл (естественный или приданный искусственно – когнитивная научная графика).

В качестве перспектив развития данного метода следует указать возможность аналитического описания целых классов “ мягких ” в смысле параметризации [15] операторов, в том числе – нечеткой импликации. Это открывает возможность аналитического изучения и оптимизации гибридных систем, построенных на основе моделей (5)-(12), которые могут применяться в различных прикладных задачах [3,17,20].

С точки зрения технического применения введенных математических моделей можно отметить, что они открывают возможности построения универсальных настраиваемых модулей для организации структур гибридных нейросетевых систем, позволяющих обрабатывать данные высокой размерности. Эти модули могут реализовываться в составе встроенных аппаратных систем обработки данных на основе ПЛИС [16,17], что позволит значительно ускорить процессы обработки таких данных и сохранить гибкость настройки аппаратно реализованных модулей за счет введения дополнительных параметров настройки. В дальнейшем возможно более гибкое использование различных типов *R*-операций для повышения такой возможности параметризации гибридных нечетких систем.

С точки зрения развития теоретической базы предложенного метода моделирования и реализации систем мягких вычислений, перспективным представляется использование в них более общих геометрических моделей опорных объектов, например, основанных на использовании базовых геометрических элементов Грассмана [17]. В результате того, что элементы Грассмана могут моделировать различные геометрические объекты заданной размерности, гибкость разрабатываемых систем значительно повысится [21].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Zadeh L.A.* Outline of a new approach the analysis of complex systems and decision processes // IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics SMC-3. – 1973. – P. 28-44.
2. *Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф., Силов В.Б., Тарасов В.Б.* Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986.
3. *Бутенков С.А.* О построении нечетких отображений с помощью аналитических моделей // Новости искусственного интеллекта. – М., – 2000. – Вып. 3. – С. 134-138.
4. *Батыршин И.З., Недосекин А.О., Стецко А.А., Тарасов В.Б., Язенин А.В., Ярушкина Н.Г.* Нечеткие гибридные системы. Теория и практика // Под ред. Н.Г. Ярушкиной – М.: Физматлит, 2007.
5. *Babuska R.* Construction of Fuzzy Systems – Interplay between Precision and Transparency. // Proc. of ESIT-2000, September 2000, Aachen, Germany.
6. *Klir J., Yuan B.* Fuzzy Sets and fuzzy Logic: Theory and Applications. – Prentice Hall, 2002.
7. Батыршин И.З. Параметрические классы нечетких конъюнкций в задачах оптимизации нечетких моделей // Исследования по информатике. – М., 2000. – Т. 2. – С. 63-70.
8. Cai Wen Introduction of extension set // BUSEFAL, Ete No 19, Man and Cybernetics SMC-3, 1984. – P. 49-57.
9. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения.– Киев: Наукова думка, 1982.
10. *Schweizer B, Sklar A.* Probabilistic metric spaces, Amsterdam: North-Holland, 1983.
11. *Куценко Л.Н.* Машинная графика в задачах проекционной природы. – М.: Знание, 1990.
12. *Бутенков С.А., Семерий О.С.* Оптимизационный метод распознавания изображений с помощью аналитических моделей в параллельных системах // Сб. тр. Международной конференции “Интеллектуальные многопроцессорные системы-99”. – Таганрог, 1999. – С. 190-196.
13. *Sergey A. Butenkov. Alexander A. Karkishchenko, Oleg S.* Semery Analytical Parameterized Models in Computer Vision // In Proc. 6th International Conference on Control, Robotics and Vision (ICARCV 2000), Singapore, 5-8 December 2000.
14. *Бутенков С.А., Джинави Я.А.* Аналитические параметризованные модели функций принадлежности в гибридных нечетких системах // Сб. тр. Научной сессии МИФИ. – М.: МИФИ, 2010.
15. *Батыршин И.З.* Обобщенные операции в моделях мягких вычислений // Сб. трудов III Международного научно-практического семинара “Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте”. – Коломна, 2005. – С. 18-23.
16. *Жинави Я.А.* Нелокальные явления в нейронных сетях и их представление в гранулирующих сетях // Сб. тр. Международного Российско-Абхазского симпозиума “Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики”. – Нальчик, 2009. – С. 270-272.

17. *Бутенков С.А., Жуков А.Л., Жинави Я.А.* Искусственные нейронные сети на базе нейронов Грассманна // Сб. тр. Международной научно-технической конференции „Интеллектуальные системы” (AIS’09). – М., 2009. – Т. 2. – С. 82-89.
18. *Rosenfeld A.* Fuzzy geometry: An updated overview // Elsevier Information Sciences, 110, 127-133, 1998 (Invited paper).
19. *Zadeh L.A.* Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic // Fuzzy Sets and Systems. – 1997. – Vol. 90. – P. 111-127.
20. *Бутенков С.А.* Развитие парадигмы интеллектуального анализа многомерной информации применительно к теории информационной грануляции // Сб. тр. IV Международного научно-практического семинара “Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте”. – Коломна, 2007. – Т. 1. – С. 188-194.
21. *Липчанский А.И., Лесовик У.И., Зидат Хабес.* Синтез заданной нейронной сети в программируемую логику // Радіоелектроника. Інформатика. Управленія. – 2004. – № 1. – С. 122-126.

Бутенков Сергей Андреевич
Технологический институт Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: saab@tsure.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371668.

Butenkov Sergey Andreevich
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: saab@tsure.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371668.

УДК 519.6

В.Е. Долгой

ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫМИ МАТРИЦАМИ

Исследуется вопрос о применимости итерационных методов типа сопряжённых градиентов для решения плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений. Однако для некоторого важного класса задач, имитирующих разложение функций по неортогональной системе, рассматриваемые методы могут давать до 5-6 верных знаков, тогда как прямые методы не дают ни одного.

Итерационный метод; метод сопряженных градиентов; плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений.

V.E. Dolgoy

CONSTRUCTION OF EFFECTIVE ITERATIVE ALGORITHMS FOR THE DECISION OF SYSTEMS OF THE LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS WITH BADLY CAUSED MATRIXES

The question of application of iterative conjugate gradients methods to solve ill-conditioned linear algebraic equations is discussed in this work. Nevertheless for one main class that imitated non-orthogonal system expansion of function the concerned methods may get 5-6th order of accuracy while direct ones can’t get at least 1st.