

Кравченко Юрий Алексеевич

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: krav-jura@yandex.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371651.

Kravchenko Yuriy Alekseevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: krav-jura@yandex.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371651.

УДК 330.43

Р.Р. Рзаев, Р.А. Кулиев

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ИДЕНТИФИКАЦИИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ
ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ**

В целях моделирования потребительского спроса и последующей оптимизации потребительского поведения на рынке товаров и услуг предлагается нейро-нечёткий подход для построения функции полезности, основанный на применении метода нечёткого вывода. Для выборочных наборов товаров и услуг, удовлетворяющих заданным ограничениям по доходам и рыночным ценам, вычисляются соответствующие значения функции полезности. На основе полученной выборки вида «набор товаров – полезность» проведена нейронная идентификация функции полезности.

Потребительская полезность; функция полезности; пространство товаров; нечёткое множество; рекуррентная нейронная сеть.

R.R. Rzaev, R.A. Kuliev

**ABOUT ONE APPROACH TO IDENTIFICATION OF THE CONSUMER
UTILITY FUNCTION**

With a view of modelling a consumer demand and the subsequent optimization of consumer behaviour on a commodity market and services it is offered the fuzzy approach for construction of the utility function based on application of a fuzzy logic. For sample sets of the goods and the services satisfying given set of constraints on incomes and market prices, corresponding values of utility function are calculated. On the basis of the received sample “set of goods – utility” it is carried out neuron identification of utility function.

Consumer utility; utility function; space of the goods; fuzzy set; fuzzy rules; feedforward neural network.

Введение. Традиционные модели прогнозирования спроса не учитывают неметризуемые факторы, обуславливаемые, прежде всего, поведением потребителей. Существенное влияние этих факторов на потребительский спрос является неоспоримым. По существу, их наличие не позволяет с большим основанием считать приемлемой модель временных рядов. Поэтому, чтобы понять основы спроса и получить его адекватную кривую, необходимо исследовать одну из самых важных, трудно формализуемых, характеристик потребительского поведения, каковой является полезность (степень удовлетворённости) от потребляемого набора товаров и услуг.

При исследовании полезности необходимо иметь в виду, что, во-первых, потребители обладают всей полной информацией, относящейся к их потребительским решениям (информация об ассортименте товаров и способности каждого из них обеспечить необходимую полезность, о ценах на товары, а также о собственных доходах) и, во-вторых, потребители способны ранжировать все мыслимые наборы товаров на основе способности каждого набора обеспечить полезность. Потребитель всегда пытается максимизировать свой уровень удовлетворённости или, как называют экономисты, *полезность*, которая определяется как индивидуальное восприятие удовлетворённости от потребляемого какого-нибудь специфического набора товаров и услуг.

С математической точки зрения поведение потребителя выражается в выборе некоторой точки из «пространства товаров». Если предположить наличие n товаров, то количество каждого из них, приобретённое потребителем, характеризуется *набором товаров* $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где x_i обозначает количество i -го блага, приобретённого потребителем. Будем считать, что все товары обладают свойством произвольной делимости, т.е. может быть куплено любое неотрицательное количество каждого из них. Поэтому все возможные наборы образуют замкнутое выпуклое векторное пространство $S=\{X_1, X_2, \dots, X_n \mid X_k \geq 0, k=1 \div n\}$, которое является слабо упорядоченным и непрерывным [1]. Последнее позволяет утверждать, что на этом пространстве товаров существует непрерывная действительная функция $U(\cdot)$, называемая *функцией полезности*, для которой имеет место неравенство $U(X) \geq U(Y)$ при предпочтительности товара X над Y . Если U является некоторым индексом полезности, то значение этого индекса зависит от потребляемых количеств товаров x_i .

В настоящей работе предлагается нейро-нечёткий подход для построения функции полезности, основанный на применении метода нечёткого логического вывода и нейронной идентификации. Отправным является то, что основные величины задачи потребления (доходы потребителей и рыночные цены на товары) принимают интервальные значения, а значения соответствующей им функции полезности и вовсе имеют весьма условную природу. Для выборочных наборов товаров и услуг, удовлетворяющих заданным ограничениям по доходам и рыночным ценам, вычисляются соответствующие значения полезности и на основе полученных наборов вида «набор товаров – полезность» производится нейронная идентификация функции полезности. Данный подход реализуется с применением инструментов пакета прикладных программ MATLAB.

Постановка задачи. Пусть для потребительского рынка пространством всевозможных наборов потребительских товаров будет замкнутое и выпуклое векторное гиперпространство S . Тогда на множестве ограниченных доходов потребителей различных категорий и множестве рыночных цен на товары из рассматриваемого набора, заданных в виде интервальных оценок, построим функцию полезности от потребляемого набора и идентифицируем её параметры.

Нечёткая модель потребительской полезности. При оптимизации своего выбора каждый потребитель может пользоваться так называемой картой кривых безразличия, каждая из которых в классической интерпретации представляет собой геометрическое место точек (наборов товаров) в пространстве, размерность которого определяется числом потребляемых товаров. Очевидно, что в силу ограниченности своих доходов среди этих кривых безразличия только одна кривая располагает точкой (набором), в которой потребителем достигается максимальная полезность от потребления соответствующего набора товаров. В многомерном случае это точка касания соответствующей кривой безразличия с гиперплоскостью доходов потребителя в пространстве цен на товары.

Для определения полезности в каждом конкретном случае необходимо иметь в виду, что в условиях динамично развивающегося рынка и конкурентной среды, цены на товары и доходы потребителей не могут оставаться строго фиксированными. Как правило, они варьируются в определённых пределах и на краткосрочном периоде характеризуются усреднёнными значениями. В конечном итоге это приводит к погрешностям, которые порой не обеспечивают требуемой адекватности решения. Поэтому для описания рыночных цен товаров (услуг) и доходов потребителей целесообразно использовать лингвистические переменные, значениями которых служили бы нечёткие терм-множества [2]. Более того, само понятие «полезность» является скорее качественной категорией, нежели количественной, поэтому в качестве критерия полезности можно также использовать лингвистическую переменную, принимающую нечёткие значения.

Функциональную зависимость полезности определим путём построения нечётких логических правил, где лингвистическую переменную «полезность» будем считать эндогенной величиной, а «доход потребителя» и «рыночные цены» на товары и услуги будем рассматривать в качестве экзогенных лингвистических величин. В конечном итоге нашей задачей является построение семейства нечётких уровней полезности от потребляемых наборов товаров и услуг, дефазифицированные значения которых будем считать условными альтернативными значениями искомой функции полезности.

Предположим, что мы имеем дело с сегментом потребительского рынка, где пространством возможных продовольственных наборов и определённых услуг является замкнутое выпуклое и непрерывное пространство $C = \{X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_k \geq 0, k=1 \div n\}$, в котором x_k обозначает условное количество k -го товара (услуги), приобретённого потребителем. Далее, разобьём всех потребителей на q лингвистические категории по уровням нечётких доходов \tilde{r}_i ($i=1 \div q$), часть из которых они готовы или способны потратить на покупки товаров из данного сегмента. Тогда, учитывая «размытые» (нечёткие) значения цен \tilde{p}_k на товары из набора X , функциональную зависимость полезности представим в виде набора m нечётких правил [3]:

$$\text{если } I = \tilde{r}_i \text{ и } P_1 = \tilde{p}_1 \text{ и } P_2 = \tilde{p}_2 \text{ и } \dots \text{ и } P_n = \tilde{p}_n, \text{ тогда } U = \tilde{u}_j, \quad (1)$$

где I – лингвистическая переменная «доходы потребителя»; P_k ($k=1 \div n$) – лингвистическая переменная «цена на k -ый товар (услуги)»; U – лингвистическая переменная «полезность»; \tilde{r}_i ($i=1 \div q$) – нечёткий i -ый уровень доходов потребителей; \tilde{p}_k ($k=1 \div n$) – нечёткий уровень цены на k -ый товар из набора X ; \tilde{u}_j ($j=1 \div 5$) – j -ое нечёткое значение функции полезности.

Теперь, в качестве сегмента потребительского рынка выберем перечень товаров и услуг, потребление которых является необходимым и относительно достаточным для нормального развития человека. Пусть это будут следующие товары и услуги, на которые потребитель тратит значительную часть своего дохода в течение месяца, чтобы получить от них необходимое для себя удовлетворение:

a_1 – хлебобулочные изделия по цене за одну условную единицу в пределах \$0.1÷\$0.5;

a_2 – мясные продукты по цене за одну условную единицу в пределах \$2.00÷\$10;

a_3 – молочные продукты по цене за одну условную единицу в пределах \$0.70÷\$1.50;

a_4 – фрукты и овощи по цене за одну условную единицу в пределах \$0.10÷\$2;

a_5 – кондитерские изделия по цене за одну условную единицу в пределах \$0.50÷\$10;

a_6 – напитки по цене за одну условную единицу в пределах \$0.40÷\$10;

a_7 – табачные изделия по цене за одну условную единицу в пределах \$0.30÷\$1.50;

a_8 – услуги бытового и культурно-массового обслуживания по цене за одну условную единицу в пределах \$1.00÷\$50;

a_9 – транспортные услуги по цене за одну условную единицу в пределах \$0.10÷\$2.50.

Как видно из этого перечня, цена на условную единицу товара может варьироваться в соответствующих пределах. Поэтому для каждого k -го товара она может принимать, скажем, \tilde{p}_k^{bot} – «низкое», \tilde{p}_k^{avr} – «среднее» и \tilde{p}_k^{top} – «высокое» значения. Изменения в уровнях цен в ту или иную сторону делает потребителя соответственно «богаче» или «беднее» в рамках его неизменного дохода. Это, в свою очередь, позволяет ему испытать соответственно «большее» или «меньшее» удовлетворение от потребляемых продуктов. Далее, отправляясь от предполагаемого денежного эквивалента нижнего прожиточного минимума, разобьем потенциальных потребителей по уровням доходов на следующие нечёткие категории: \tilde{r}_1 – с «низким» уровнем доходов (\$70÷\$150), \tilde{r}_2 – с уровнем доходом «ниже среднего» (\$151÷\$300), \tilde{r}_3 – со «средним» уровнем доходов (\$301÷\$500), \tilde{r}_4 – с уровнем доходов «выше среднего» (\$501÷\$900) и \tilde{r}_5 – с высоким уровнем доходов (\$901 и выше).

Для установления функциональной зависимости между нечёткой категорией «полезность» от потребляемых наборов, принимающей нечёткие значения \tilde{u}_j ($j=1÷5$): «низкий», «ниже среднего», «средний», «выше среднего» и «высокий», и выбранными нечёткими величинами «цена на товары» и «уровень доходов» на подобии (1) построены 14 нечётких лингвистических правила. Реализацию этих правил можно осуществить в программной среде MATLAB/Fuzzy Logic Toolbox, где для фаззификации входных нечётких терм-множеств можно выбрать гауссов-

скую функцию вида $\mu_{\tilde{r}}(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\sigma^2}}$ (t_0 – центр, σ^2 – плотность распределения),

а дефаззификацию нечётких выводов (нечётких уровней полезности) осуществить на основе центроидного метода. В частности, при фиксированных ценах на товары и услуги из рассматриваемого перечня установлены дефаззифицированные уровни (значения) полезности от потребления 15-ти произвольных наборов потребителями с различными уровнями доходов (табл. 1).

В дополнение следует отметить, что произвольный выбор наборов все же подчинено единственному ограничению:

$$P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + \dots + P_n \cdot x_n = I,$$

где P_k ($k=1÷n$) – фиксированная цена на k -ый товар (услуги), задающего рамки оптимального поведения потребителей на потребительском рынке товаров и услуг.

Таблица 1

Полезности от потребления произвольных наборов товаров и услуг

Доходы потребителей (\$)	Произвольные наборы товаров и услуг									Полезность (у.е.)
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	
88,09	14,01	2,00	20,00	20,0	9,00	3,00	2,0	1,00	10,00	0,261
719,14	14,98	6,00	20,00	28,0	12,00	13,00	12,0	20,00	20,00	0,590
840,62	16,22	6,00	20,00	50,0	15,00	30,00	15,0	66,00	60,00	0,662
295,51	14,52	5,00	16,00	20,0	15,00	15,00	15,0	10,00	20,00	0,420
852,10	16,32	6,00	16,00	47,0	15,00	25,00	15,0	60,00	50,00	0,707
652,51	18,00	6,00	16,00	40,0	15,00	25,00	15,0	46,00	37,00	0,582
488,89	15,73	6,00	16,00	34,0	15,00	20,00	15,0	16,00	21,00	0,493
609,52	16,14	5,00	13,00	15,0	15,00	16,00	15,0	10,00	25,00	0,607
324,46	14,03	6,00	15,00	15,0	15,00	13,00	14,0	3,00	5,00	0,418
705,52	16,81	6,00	15,00	15,0	15,00	13,00	14,0	20,00	25,00	0,612
104,54	13,70	4,00	5,00	5,0	5,00	5,00	5,0	0,50	4,00	0,307
931,37	17,38	6,00	25,00	50,0	40,00	50,00	20,0	85,00	83,00	0,721
198,65	18,61	5,00	25,00	15,0	15,00	15,00	15,0	1,00	15,00	0,417
187,36	16,70	5,00	12,00	10,0	10,00	10,00	10,0	0,50	10,00	0,363
271,30	15,20	6,00	12,00	11,0	10,00	13,00	15,0	2,00	15,00	0,391

Нейронная идентификация функции полезности. Полученную на основе реализации нечётких правил (1) произвольную выборку 15-ти пар вида «набор товаров – полезность» можно использовать для аппроксимации функции полезности на основе не рекуррентной (feedforward) нейронной сети с одним нелинейным «скрытым» слоем. В частности, сгенерированная в программной среде MATLAB/Neural Network Toolbox нейронная сеть (рис. 2) после успешного обучения (рис. 1) позволяет добиться получения вполне адекватных значений для функции полезности.

Обучение нейронной сети осуществляется на основе критерия среднеквадратического отклонения в блоке сравнения (рис. 1):

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{15} (u_j - u_j^{net})^2 \quad (2)$$

и градиентного алгоритма «егог backpropagation» в блоке обучения. Выбирая допустимую идентификационную ошибку e , после обучения можно получить оптимальные значения для весов входных и выходных синоптических связей и порогов нелинейных нейронов из «скрытого» слоя нейронной сети.

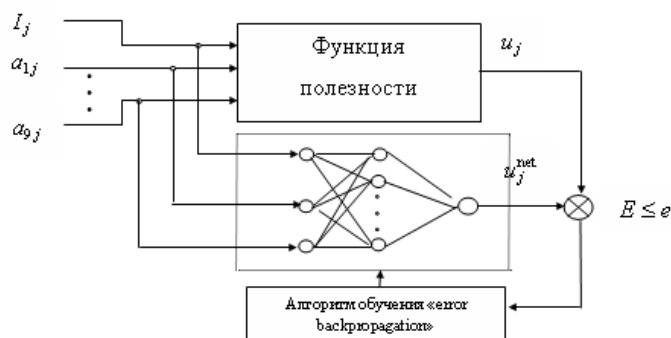


Рис. 1. Нейронная идентификация функции полезности

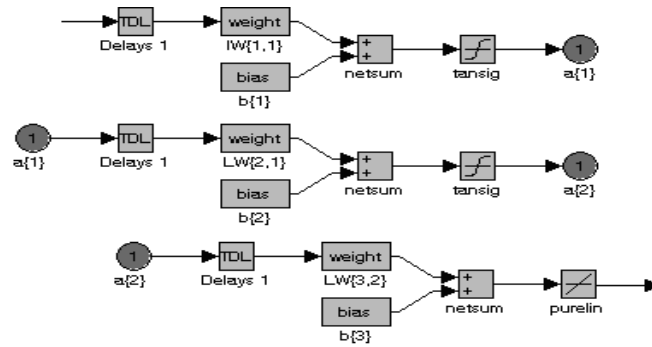


Рис. 2. Feedforward нейронная сеть в нотации MATLAB

По завершении обучения нейронной сети в качестве функции полезности можно принять конструкцию следующего вида:

$$u^{\text{net}} = \sum_{i=1}^m c_i^* \varphi \left(\sum_{k=1}^{10} \omega_{ik}^* a_{k-1} - \theta_i^* \right), \quad (3)$$

где $u^{\text{net}}: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}$ – собственно, функция полезности; a_{k-1} ($k=1 \div 10$) – входы в нейронную сеть, причём $a_0 = I$; ω_{ik}^* и c_i^* – настроенные значения весов соответственно входных и выходных связей; θ_i^* – пороги нелинейных нейронов из «скрытого» слоя; $\varphi(\cdot)$ – нелинейная функция активации нейронов из «скрытого» слоя. В качестве активации нелинейных нейронов из «скрытого» слоя в программной симуляции использована сигмоидная функция вида:

$$\varphi(t) = \frac{1}{1 + e^{-(t-\theta)}}.$$

Выводы. В работе на произвольном сегменте потребительского рынка предложен нейро-нечёткий подход для построения потребительской функции полезности. Авторами предпринята попытка преодолеть сложности, связанные с формализацией категории *полезности*, которая скорее является продуктом субъективных суждений самих потребителей, нежели отражает объективные предпосылки рыночных отношений. Предлагаемый метод не претендует на оптимальность, т.к. набор реализованных в нотации MATLAB правил (1) и параметры гауссовских функций, используемых при фаззификации термов входных лингвистических переменных, выбраны на основе субъективных суждений авторов. Однако реализация предлагаемого подхода методом «погружения» механизма нечёткого вывода в нейро-сетевой логических базис (Neural Network based Fuzzy Inferences System), позволит получить достаточно адекватные результаты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. Пер. с англ. / Под ред. А.А. Конюса. – М.: Прогресс, 1975. – 606 с.
2. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. Математика. Новое в зарубежной науке: Пер. с англ. / Под ред. Н.Н. Моисеева и С.А. Орловского – М.: Мир, 1976. –166 с.

Кулиев Ровшан Агакиши оглы

Азербайджанский государственный экономический университет.

E-mail: movludf@mail.ru.

AZ1001, г. Баку, ул. Истиглалият, 6.

Тел.: +994124371970; +994125698436.

Рзаев Рамин Рза оглы

Институт кибернетики национальной Академии Наук Азербайджана.

E-mail: raminrza@yahoo.com.

AZ1141, г. Баку, ул. Ф. Агаева, 9.

Тел.: +994124390151; +994124742045; +994557777506

Kuliev Rovshan Agakishi ogly'

Azerbaijan State Economic University.

E-mail: movludf@mail.ru.

6, Istiglaliyat street, Baku, AZ1001, Azerbaijan.

Phone: +994124371970; +994125698436.

Rzaev Ramin Rza ogly'

Institute of cybernetics of a national Academy of sciences of Azerbaijan.

E-mail: raminrza@yahoo.com.

9, F. Agaeva street, Baku, AZ1141, Azerbaijan.

Phone: +994124390151; +994124742045; +994557777506

УДК 51:519.2

А.Ю. Погибельский

**СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С НЕЧЕТКО
ЗАДАННЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ С КУПОЛООБРАЗНОЙ
ФУНКЦИЕЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ**

Рассматривается статическая модель управления запасами с нечеткими начальными условиями. Данная модель позволяет вычислять функцию затрат. Статическая модель управления запасами с нечеткими начальными условиями представляет ожидаемые потери в более естественном виде и позволяет избавиться от некоторых неточностей.

Статическая модель; управление запасами; нечеткие числа; функция затрат.

A.Y. Pogibelskiy

**STATIC MODEL OF INVENTORY MANAGEMENT WITH FUZZY SPECIFIED
INITIAL DATA WITH A DOMED MEMBERSHIP FUNCTION**

This article is about of static model of inventory management with fuzzy initial conditions. This model allows to calculate cost function. Static model of inventory management with fuzzy initial conditions represent the expected loss in more natural form and allows to dispose of some inaccuracies.

Static model; inventory management; fuzzy number; cost function.

Обеспечение потребностей в различных сферах деятельности человека является одной из важнейших задач. Для того чтобы все потребности были обеспечены оптимальным образом всем необходимым необходимо использовать теорию управления запасами. В зависимости от ситуации необходимо использовать определенную математическую модель управления запасами. В общем, модели управ-