УДК 621.306

Ю.Н. Макаров, А.А. Строцев

ВЫБОР ВАРИАНТА СИСТЕМЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО МОНИТОРИНГА С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ НА НЕЁ СТОХАСТИЧЕСКИХ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ ФАКТОРОВ

Массовое развитие различных направлений мониторинга технического состояния обусловлено переходом к стратегии эксплуатации сложных технических систем по их фактическому состоянию. Одним из таких направлений является функциональный мониторинг [1], [2]. На основе теоретико-игрового подхода предложена методика выбора структуры систем функционального мониторинга на этапе проектирования сложных технических систем с учётом влияния на них в процессе эксплуатации стохастических и неопределённых факторов.

Функциональный мониторинг; теоретико-игровая оптимизация; матричные игры с ограничениями.

Yu.N. Makarov, A.A. Strocev

CHOICE OF THE VARIANT OF FUNCTIONAL MONITORING SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT INFLUENCE ON IT OF STOCHASTIC AND UNCERTAIN FACTORS

Mass development of various directions of a technical condition monitoring is caused by transition to operation strategy of difficult technical systems on their actual state. One of such directions is functional monitoring [1], [2]. On the basis of the game-theoretical approach the technique of a structure choice of functional monitoring systems at a design stage of difficult technical systems taking into account influence on them while in service stochastic and uncertain factors is offered.

Functional monitoring; game-theoretical optimization; matrix games with contingencies.

Внедрение стратегии эксплуатации сложных технических систем (СТС) по их фактическому состоянию на основе функционального мониторинга в настоящее время затрудняется рядом ограничений системного характера. Прежде всего, таким ограничением является отсутствие соответствующих средств оценивания технического состояния в составе СТС, спроектированных до принятия новой стратегии эксплуатации, что не позволяет охватить весь необходимый спектр измерений [3].

Действительно, во время проектирования невозможно учесть все факторы, так как заранее неизвестно в каких условиях будет функционировать сама СТС и система функционального мониторинга её технического состояния. Ряд факторов могут быть учтены как детерминированные, однако большинство из них являются неопределёнными и стохастическими. Стохастический или неопределённый их характер может определяться не только с технической надёжностью и другими показателями качества, но и характеристиками, связанными с действиями конкурентов, т.е. учитывающих конкурентную среду.

С другой стороны, так как следует учитывать неопределённые факторы, то модель рассматриваемой проблемной ситуации является моделью принятия решений в условиях конфликта (игры с природой или конкурентом). Ограничимся рассмотрением двух сторон конфликтной ситуации и наличия конечного числа стратегий у них. Формализация рассмотренной вербальной постановки задачи может быть проведена на основе применения классической модели смешанного расширения матричных игр с ограничениями в виде равенств и неравенств. Примеры построения таких моделей для задач поиска и устранения неисправностей приведены, например, в [4], [5].

Среди класса СТС рассмотрим такие, для которых характерно малое (ограниченное) число повторений условий принятия решений (что может быть связано с их малым числом, разными условиями функционирования отдельных групп СТС и т.д.). Примером таких СТС является уникальные агрегаты механического оборудования стартового комплекса – компонента наземной инфраструктуры космического комплекса.

Следовательно, при построении методики теоретико-игрового синтеза систем функционального мониторинга СТС следует учесть малое число реализации игровой ситуации, что, например, возможно на основе построения моделей смешанного расширения матричных игр неклассического типа, теоретические основы которого рассмотрены в [6], [7].

Таким образом, разработка методики теоретико-игрового синтеза систем функциональной диагностики СТС на основе построения и применения моделей смешанного расширения матричных игр неклассического типа с ограничениями является актуальной задачей.

Рассмотрим процесс проектирования СТС, на котором необходимо учесть влияние стохастических и неопределённых факторов при работе системы её функционального мониторинга.

Пусть *A* – матрица игры, элементы которой a_{ij}, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$ характеризуют эффективность процесса функционального мониторинга.

При этом строки матрицы характеризуют стратегии лица, принимающего решение (ЛПР), в части структур системы функционального мониторинга СТС, рассматриваемых на этапе её проектирования. В частности, на этом этапе необходимо провести обоснование объёма и вида информации для адекватного оценивания технического состояния подсистем СТС. Подходы к решению этой проблемы для оценивания технического состояния уникального механического оборудования стартовых комплексов в процессе длительной эксплуатации в детерминированной постановке раскрыты, например, в [3]. Отметим, что стратегиями ЛПР на этапе проектирования могут быть связаны ограничения, учитывающие известные требуемые значения вероятностей применения ряда структур построения СТС.

Столбцы матрицы характеризуют условия функционирования СТС, определяемые действиями случайных и неопределённых факторов. Под случайным понимается фактор, который имеет вероятностное описание, а под неопределённым – фактор, не имеющий вероятностного описания. При этом ряд случайных факторов могут иметь области неопределённости вероятностного описания.

В отличие от моделей, построенных в [4], [5], в качестве базовой выберем модель смешанного расширения матричной игры неклассического типа $\overline{\Gamma}_A(HL_\beta^2) = < \mathrm{M}_\xi, \mathrm{M}_\eta, \overline{H}_{HL^2} >$, для которой, в соответствии с [6]:

- функция выигрыша первого игрока, которую второй игрок стремиться минимизировать:

$$\overline{H}_{HL^2}(X,Y,\beta) = \beta\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\eta_j a_{ij}\xi_i + (1-\beta)\sum_{j=1}^{m}\eta_j \max_i a_{ij}, \qquad (1)$$

где β – параметр критерия Ходжа-Лемана (критерий HL) ($\beta \in [0,\ 1]$, при предельных значениях весового коэффициента β модель предпочтения ЛПР соответствует или критерию Байеса-Лапласа (критерий *BL*), или минимаксному (*ММ*) (максиминному) критерию для каждого из игроков; выбор промежуточного значения коэффициента β обеспечивает построение модели предпочтения ЛПР, учитывающей ориентацию как на средний результат, так и на получение наилучшего гарантированного результата, что обеспечивает учёт числа реализаций игровой ситуации;

- множества $\mathrm{M}_{\xi} \in R^n$ и $\mathrm{M}_{\eta} \in R^m$ являются множествами смешанных стратегий $X = (\xi_1\ \xi_2 ... \xi_n)^T$, $Y = (\eta_1\ \eta_2 ... \eta_m)^T$ в исходной матричной игре соответственно для первого и второго игроков, т.е. M_{ξ} и M_{η} представляют собой симплексы:

$$\mathrm{M}_{\xi} = \left\{ X = (\xi_1 ... \xi_n)^T : \xi_i \geq 0,\ i = \overline{1,n},\ \sum_{i=1}^{n} \xi_i = 1 \right\}, \tag{2}$$

$$\mathrm{M}_{\eta} = \left\{ Y = (\eta_1 ... \eta_m)^T : \eta_j \geq 0,\ j = \overline{1,m},\ \sum_{j=1}^{m} \eta_j = 1 \right\}. \tag{3}$$

Пусть заданы вероятности функционирования СТС в ряде условий (т.е. задано вероятностное описание случайных факторов), области неопределённости вероятностного описания некоторых случайных факторов и требуемые значения вероятностей применения ряда структур построения СТС. Без ограничения общности будем полагать:

$$\eta_j \geq \eta_j^{гр},\ j = \overline{m'+1, m''},\ \eta_j = \eta_j^{гр}\ j = \overline{m''+1, m},\ m' \leq m'', \tag{4}$$

$$\xi_i = \xi_i^{гр},\ i = \overline{n'+1, n}. \tag{5}$$

Задача заключается в определении для неопределённых факторов модели таких элементов смешанных стратегий: $\eta_j = \eta_j^*$, $j = \overline{1, m''}$, $m'' \leq m$, $\xi_i = \xi_i^*$, $i = \overline{1, n'}$, $n' \leq n$, которые обеспечивали выполнение условия

$$\max_{\substack{\xi_i, \\ i=\overline{1,n'}}} \min_{\substack{\eta_j, \\ j=\overline{1,m''}}} \left(\beta \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \eta_j a_{ij} \xi_i + (1-\beta) \sum_{j=1}^{m} \eta_j \max_i a_{ij} \right) =$$

$$= \min_{\substack{\eta_j, \\ j=\overline{1,m''}}} \max_{\substack{\xi_i, \\ i=\overline{1,n'}}} \left(\beta \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \eta_j a_{ij} \xi_i + (1-\beta) \sum_{j=1}^{m} \eta_j \max_i a_{ij} \right), \tag{6}$$

при ограничениях (4), (5) и

$$\sum_{i=1}^{n} \xi_i = 1,\ \xi_i \geq 0,\ i = \overline{1, n'}, \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{m} \eta_j = 1,\ \eta_j \geq 0,\ j = \overline{1, m'}. \tag{8}$$

Построим двойственные задачи линейного программирования для решения (4)–(8). В соответствии, например, с подходом, рассмотренным в [5], сформируем двойственные задачи, имеющие одно и то же значение оптимизируемых функций. Для этого введём следующие обозначения:

$$A=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{pmatrix},\ X=\left(\tilde{X}^T \quad \overline{\overline{X}}^T\right)^T,\ Y=\left(\tilde{Y}^T \quad \overline{Y}^T \quad \overline{\overline{Y}}^T\right)^T,$$

где $\tilde{X}=(\xi_1\ \ldots\ \xi_{n'})^T$, $\overline{\overline{X}}=(\xi_{n'+1}\ldots\ \xi_n)^T$, $\tilde{Y}=(\eta_1\ \ldots\ \eta_{m'})^T$, $\overline{Y}=(\eta_{m'+1}\ \ldots\ \eta_{m''})^T$, $\overline{\overline{Y}}=(\eta_{m''+1}\ \ldots\ \eta_m)^T$, $\dim A_{11}=n'\times m'$, $\dim A_{12}=n'\times(m''-m')$, $\dim A_{13}=n'\times(m-m'')$, $\dim A_{21}=(n-n')\times m'$, $\dim A_{22}=(n-n')\times(m''-m')$, $\dim A_{23}=(n-n')\times(m-m'')$,

при этом, учитывая (4), (5), (7), (8), будем полагать $\overline{\overline{X}}=\overline{\overline{X}}^{гр}$, $\overline{Y}\geq\overline{Y}^{гр}$, $\overline{\overline{Y}}=\overline{\overline{Y}}^{гр}$, $E_{n'}^T\tilde{X}+E_{n-n'}^T\overline{\overline{X}}^{гр}=1$, $E_{m'}^T\tilde{Y}+E_{m''-m'}^T\overline{Y}=1-E_{m-m''}^T\overline{\overline{Y}}^{гр}$, $\overline{\overline{X}}^{гр}=(\xi_{n'+1}^{гр}\ldots\ \xi_n^{гр})^T$, $\overline{Y}^{гр}=(\eta_{m'+1}^{гр}\ \ldots\ \eta_{m''}^{гр})^T$, $\overline{\overline{Y}}^{гр}=(\eta_{m''}^{гр}\ \ldots\ \eta_m^{гр})^T$.

Представим (6) в соответствии с введёнными обозначениями:

$$\max_{\tilde{X}}\min_{\tilde{Y},\overline{Y}}\left(\beta\left(\tilde{X}^T \quad \overline{\overline{X}}^{грT}\right)A\left(\tilde{Y}^T \quad \overline{Y}^T \quad \overline{\overline{Y}}^{грT}\right)^T+\right.$$
$$\left.+(1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y}+E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y}+E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{гр}\right]\right)=$$
$$=\min_{\tilde{Y},\overline{Y}}\max_{\tilde{X}}\left(\beta\left(\tilde{X}^T \quad \overline{\overline{X}}^{грT}\right)A\left(\tilde{Y}^T \quad \overline{Y}^T \quad \overline{\overline{Y}}^{грT}\right)^T+\right.$$
$$\left.+(1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y}+E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y}+E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{гр}\right]\right),\qquad(9)$$

где $\tilde{A}_{diag}^{\max i}$ – диагональная матрица с элементами $\tilde{A}_{diag\ jj}^{\max i}=\max_i a_{ij}$, $j=\overline{1,m'}$, $\overline{A}_{diag}^{\max i}$ – диагональная матрица с элементами $\overline{A}_{diag\ jj}^{\max i}=\max_i a_{ij}$, $j=\overline{m'+1,m''}$, $\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}$ – диагональная матрица с элементами $\overline{\overline{A}}_{diag\ jj}^{\max i}=\max_i a_{i,m'+j}$, $j=\overline{m''+1,m}$, E_g – вектор с единичными элементами, $\dim E_g=g$.

Рассмотрим левую часть равенства (9). В ней

$$\min_{\tilde{Y},\overline{Y}}\left(\beta\left(\tilde{X}^T \quad \overline{\overline{X}}^{грT}\right)A\left(\tilde{Y}^T \quad \overline{Y}^T \quad \overline{\overline{Y}}^{грT}\right)^T+\right.$$
$$\left.+(1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y}+E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y}+E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{гр}\right]\right)$$

представляет целевую функцию задачи линейного программирования, в которой коэффициенты зависят от элементов вектора $\tilde{X}$. Запишем эту задачу и двойственную к ней.

Вспомогательная прямая задача 1: найти

$$\min_{\tilde{Y},\,\bar{Y}} \left(\left[\beta \left(\tilde{X}^T A_{11} + \overline{\overline{X}}^{\text{ãð}^T} A_{21} \right) + (1-\beta) E_{m'}^T \tilde{A}_{diag}^{\max i} \right] \tilde{Y} + \right.$$

$$+ \left[\beta \left(\tilde{X}^T A_{12} + \overline{\overline{X}}^{\text{гр}^T} A_{22} \right) + (1-\beta) E_{m''-m'}^T \bar{A}_{diag}^{\max i} \right] \bar{Y} +$$

$$\left. + \left[\beta \left(\tilde{X}^T A_{13} + \overline{\overline{X}}^{\text{гр}^T} A_{23} \right) + (1-\beta) E_{m-m''}^T \overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i} \right] \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}} \right) \qquad (10)$$

в условиях ограничений

$$E_{m'}^T \tilde{Y} + E_{m''-m'}^T \bar{Y} = 1 - E_{m-m''}^T \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}}, \ \bar{Y} \ge \bar{Y}^{\text{гр}}, \ \tilde{Y} \ge \bar{0}_{m'}, \ \bar{Y} \ge \bar{0}_{m''-m'}, \qquad (11)$$

где $\bar{0}_p$ – вектор с нулевыми элементами, $\dim \bar{0}_p = p$.

Вспомогательная двойственная задача 1: найти

$$\max_{s_0,\bar{s},\tilde{X}} \left\{ \left(1 - E_{m-m''}^T \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}}\right) s_0 + \bar{Y}^{\text{гр}^T} \bar{s} + \right.$$

$$\left. + \left[\beta \left(\tilde{X}^T A_{13} + \overline{\overline{X}}^{\text{гр}^T} A_{23} \right) + (1-\beta) E_{m-m''}^T \overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i} \right] \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}} \right\}, \qquad (12)$$

при ограничениях

$$E_{m'} s_0 \le \beta \left(A_{11}^T \tilde{X} + A_{21}^T \overline{\overline{X}}^{\text{гр}} \right) + (1-\beta) \tilde{A}_{diag}^{\max i} E_{m'}, \qquad (13)$$

$$E_{m''-m'} s_0 + \bar{s} \le \beta \left(A_{12}^T \tilde{X} + A_{22}^T \overline{\overline{X}}^{\text{гр}} \right) + (1-\beta) \bar{A}_{diag}^{\max i} E_{m''-m'}, \qquad (14)$$

$$\bar{s} \ge \bar{0}_{m''-m'}. \qquad (15)$$

Задача (12) – (15) должна решаться при дополнительных ограничениях, учитывающих (2) и (5).

Окончательно, с учётом выделения искомого вектора переменных $\tilde{X}$, для первого игрока получим:
найти

$$\max_{s_0,\bar{s},\tilde{X}} f_1(s_0, \bar{s}, \tilde{X}) = \max_{s_0,\bar{s},\tilde{X}} \left\{ \left(1 - E_{m-m''}^T \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}}\right) s_0 + \bar{Y}^{\text{гр}^T} \bar{s} + \left(\beta \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}^T} A_{13}^T \right) \tilde{X} + \right.$$

$$\left. + \left[\beta \left(\overline{\overline{X}}^{\text{гр}^T} A_{23} \right) + (1-\beta) E_{m-m''}^T \overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i} \right] \overline{\overline{Y}}^{\text{гр}} \right\}, \qquad (16)$$

при ограничениях

$$E_{m'} s_0 - \beta A_{11}^T \tilde{X} \le \beta A_{21}^T \overline{\overline{X}}^{\text{гр}} + (1-\beta) \tilde{A}_{diag}^{\max i} E_{m'}, \qquad (17)$$

$$E_{m''-m'} s_0 + \bar{s} - \beta A_{12}^T \tilde{X} \le \beta A_{22}^T \overline{\overline{X}}^{\text{ãð}} + (1-\beta) \bar{A}_{diag}^{\max i} E_{m''-m'}, \qquad (18)$$

$$E_{n'}^T\tilde{X} = 1 - E_{n-n'}^T\overline{\overline{X}}^{\,гр}, \ \tilde{X} \ge \overline{0}_{n'}, \ \bar{s} \ge \overline{0}_{m''-m'}. \qquad (19)$$

Аналогично получим задачу линейного программирования для определения $\tilde{Y}, \ \overline{Y}$, двойственную к (16) – (19). Для этого теперь рассмотрим правую часть равенства (9). В ней

$$\max_{\tilde{X}}\left(\beta\begin{pmatrix}\tilde{X}^T & \overline{\overline{X}}^{\,гр^T}\end{pmatrix}A\begin{pmatrix}\tilde{Y}^T & \overline{Y}^T & \overline{\overline{Y}}^{\,гр^T}\end{pmatrix}^T + \right.$$

$$\left. + (1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y} + E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y} + E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right]\right)$$

представляет целевую функцию задачи линейного программирования, в которой коэффициенты зависят от элементов векторов $\tilde{Y}, \ \overline{Y}$. Запишем эту задачу и двойственную к ней.

Вспомогательная прямая задача 2: найти

$$\max_{\tilde{X}}\left(\beta\tilde{X}^T\left(A_{11}\tilde{Y} + A_{12}\overline{Y} + A_{13}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right) + \beta\overline{\overline{X}}^{\,гр^T}\left(A_{21}\tilde{Y} + A_{22}\overline{Y} + A_{23}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right) + \right.$$

$$\left. + (1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y} + E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y} + E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right]\right) \qquad (20)$$

в условиях ограничений

$$E_{n'}^T\tilde{X} = 1 - E_{n-n'}^T\overline{\overline{X}}^{\,гр}, \quad \tilde{X} \ge \overline{0}_{n'}^T. \qquad (21)$$

Вспомогательная двойственная задача 2:
найти

$$\min_{q,\tilde{Y},\overline{Y}}\left\{\left(1 - E_{n-n'}^T\overline{\overline{X}}^{\,гр}\right)q + \beta\overline{\overline{X}}^{\,гр^T}\left(A_{21}\tilde{Y} + A_{22}\overline{Y} + A_{23}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right) + \right.$$

$$\left. + (1-\beta)\left[E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\tilde{Y} + E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\overline{Y} + E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right]\right) \qquad (22)$$

при ограничениях

$$E_{n'}q \ge \beta\left(A_{11}\tilde{Y} + A_{12}\overline{Y} + A_{13}\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right). \qquad (23)$$

Задача (22), (23) должна решаться при дополнительных ограничениях, учитывающих (3) и (4).

Окончательно, с учётом выделения искомых векторов переменных $\tilde{Y}, \ \overline{Y}$, для второго игрока получим:
найти

$$\min_{q,\tilde{Y},\overline{Y}} f_2(q,\tilde{Y},\overline{Y}) = \min_{q,\tilde{Y},\overline{Y}}\left\{\left(1 - E_{n-n'}^T\overline{\overline{X}}^{\,гр}\right)q + \left(\beta\overline{\overline{X}}^{\,грT}A_{21} + (1-\beta)E_{m'}^T\tilde{A}_{diag}^{\max i}\right)\tilde{Y} + \right.$$

$$\left. + \left(\beta\overline{\overline{X}}^{\,грT}A_{22} + (1-\beta)E_{m''-m'}^T\overline{A}_{diag}^{\max i}\right)\overline{Y} + \left(\beta\overline{\overline{X}}^{\,грT}A_{23} + (1-\beta)E_{m-m''}^T\overline{\overline{A}}_{diag}^{\max i}\right)\overline{\overline{Y}}^{\,гр}\right\}, \qquad (24)$$

при ограничениях

$$E_{n'}q - \beta A_{11}\tilde{\bar{Y}} - \beta A_{12}\bar{Y} \geq \beta A_{13}\bar{\bar{Y}}^{гр}, \tag{25}$$

$$E_{m'}^{T}\tilde{\bar{Y}} + E_{m''-m'}^{T}\bar{Y} = 1 - E_{m-m''}^{T}\bar{\bar{Y}}^{гр}, \tag{26}$$

$$\bar{Y} \geq \bar{Y}^{гр}, \ \tilde{\bar{Y}} \geq \bar{0}_{m'}, \ \bar{Y} \geq \bar{0}_{m''-m'}. \tag{27}$$

Таким образом, методика теоретико-игрового синтеза систем функционального мониторинга с учётом выбора модели смешанного расширения матричной игры неклассического типа, содержательного характера матрицы игры (большие или меньшие значения её элементов предпочтительнее для первого игрока (ЛПР)) может быть представлена в виде следующей последовательности действий:

1. Выбор (построение) обобщённого показателя эффективности системы функционального мониторинга.

2. Формирование конечных множеств стратегий конкурирующих сторон.

3. Определение матрицы игры.

4. Выбор (или построение) модели смешанного расширения матричной игры неклассического типа как модели принятия решений в условиях неопределённости, соответствующей п.3, с функцией игры, зависящей от числа разыгрываний игровой ситуации, т.е. формирование выражений вида (6)–(8).

5. Определение вероятностей функционирования СТС в ряде условий (т.е. задание вероятностного описания случайных факторов), области неопределённости вероятностного описания некоторых случайных факторов и требуемых значений вероятностей применения ряда структур построения системы функционального мониторинга, т.е. формирование ограничений вида (4), (5).

6. Последовательное формирование вспомогательных прямых и двойственных задач линейного программирования для определения оптимальных смешанных стратегий игроков.

7. Учёт дополнительных ограничений, учитывающих (2)–(5), и формирование окончательного вида двойственных задач линейного программирования для определения оптимальных смешанных стратегий сторон в игре с ограничениями-равенствами и ограничениями-неравенствами и функцией игры, зависящей от числа разыгрываний игровой ситуации.

8. Решение полученных в п.7 двойственных задач для рассматриваемых условий по числу реализаций игровой ситуации, анализ полученного решения (полученных решений).

9. Формирование на основе реализации п.8 рекомендаций по структурам СТС (структурам системы функционального мониторинга).

Рассмотрим пример, реализации п.8 методики для полученных выше двойственных задач (16)–(19) и (24)–(27). Пусть задана матрица, элементы которой представляют собой значения обобщённого показателя эффективности системы функционального мониторинга в случае i-го варианта структуры СТС $i = \overline{1,4}$ и j-го неблагоприятного фактора (условий функционирования, действия конкурентной среды и т.д.)

$$A = \begin{pmatrix} 46 & 35 & 50 & 84 & 65 & 30 \\ 37 & 65 & 28 & 72 & 48 & 64 \\ 46 & 85 & 73 & 59 & 88 & 53 \\ 64 & 65 & 48 & 23 & 54 & 49 \end{pmatrix},$$

и ограничения для которых $n' = m' = 2$, $m'' = 4$, $\overline{\overline{X}}^{\,гр T} = (0{,}15 \quad 0{,}05)^T$, $\overline{Y}^{\,гр T} = (0{,}15 \quad 0{,}05)^T$, $\overline{\overline{Y}}^{\,гр T} = (0{,}05 \quad 0{,}10)^T$.

Построение обобщённого показателя эффективности системы функционального мониторинга и определение элементов матрицы игры может быть осуществлено на основе подходов, рассмотренных в [9].

В результате решения задач (16)–(19) и (24) – (27) при $\beta = 1{,}0$ получим: $f_1^*(s_0, s_1, s_2, \xi_1, \xi_2) = f_2^*(q, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) = 48{,}65$, $s_0 = 46{,}23$, $\bar{s}_1 = 5{,}48$, $\bar{s}_2 = 30{,}08$, $\tilde{X}^* = (0{,}73 \quad 0{,}07)^T$, q=45,82, $\tilde{Y}^* = (0{,}47 \quad 0{,}18)^T$, $\overline{Y}^* = (0{,}15 \quad 0{,}05)^T$. Для полученных смешанных стратегий игроков математическое ожидание значения эффективности системы функционального мониторинга

$$M_{\beta=1,0} = \left(\tilde{X}^{*T} \quad \overline{\overline{X}}^{\,грT} \right) A \left(\tilde{Y}^{*T} \quad \overline{Y}^{*T} \quad \overline{\overline{Y}}^{\,грT} \right)^T = 48{,}64,$$

а вероятность получения для второго игрока результатов худших, чем $M_{\beta=1,0}$, $P_{\beta=1,0} = 0{,}33$.

При $\beta = 0{,}5$ имеем: $f_1^*(s_0, s_1, s_2, \xi_1, \xi_2) = f_2^*(q, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) = 58{,}37$, $s_0 = 55{,}45$, $\bar{s}_1 = 7{,}73$, $\bar{s}_2 = 25{,}15$, $\tilde{X}^* = (0{,}80 \quad 0{,}00)^T$, q = 23,93, $\tilde{Y}^* = (0{,}65 \quad 0{,}00)^T$, $\overline{Y}^* = (0{,}15 \quad 0{,}05)^T$, $M_{\beta=0,5} = 49{,}19$, $P_{\beta=0,5} = 0{,}29$.

Равенство целевых функций задач линейного программирования (16) и (24) являются признаком наличия седловой точки, а найденные смешанные стратегии определяют ситуацию равновесия. Кроме того, поскольку в модели игры $\overline{\Gamma}_A(HL_\beta^2)$ второй игрок определяет число разыгрываний, то при уменьшении значения параметра β с 1,0 до 0,5 (т.е. при уменьшении числа разыгрываний) увеличивается его средний проигрыш (от $M_{\beta=1,0} = 48{,}64$ до $M_{\beta=0,5} = 49{,}19$), но уменьшается вероятность в единичном разыгрывании получить результат хуже, чем его математическое ожидание (с $P_{\beta=1,0} = 0{,}33$ до $P_{\beta=0,5} = 0{,}29$).

При $\beta = 0{,}5$ в случае $\overline{\overline{Y}}^{\,гр} = (0 \quad 0)^T$, т.е. при отсутствии статистической информации об интервалах неопределённости стохастического описания неопределённых факторов, в результате решения соответствующих задач получим: $M_{\beta=0,5}^{безогр.} = 46{,}70$.

Таким образом, учёт дополнительных ограничений позволил в условиях примера повысить математическое ожидание обобщённого показателя эффективности системы функционального мониторинга на 5,3 %, а полученное решение матричной игры с ограничениями полностью соответствует всем необходимым и достаточным условиям ситуации равновесия. Предложенная модель может быть применена для оптимизации структуры системы функционального мониторинга на этапе проектирования в условиях действия во время эксплуатации сочетания случайных и неопределённых факторов. Область применения методики может быть распространена для решения задач обоснования стратегий развития в условиях действия случайных и неопределённых факторов, в частности, для обоснования космических программ и проектов [], [].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Прохорович В.Е.* Прогнозирование состояния сложных технических комплексов. – СПб.: Наука, 1999. – 158 с.
2. *Петров Г.Д.* Методологические аспекты обеспечения долговечности механического оборудования стартовых комплексов на основе функционального мониторинга: монография. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2005. – 201 с.
3. *Макаров Ю.Н., Лухвич А.А., Шипша В.Г. и др.* Актуальные проблемы неразрушающего контроля качества космической техники: Монография. – СПб.: Альтеор, 2008. – 333 с.
4. *Строцев А.А., Синицын С.В., Жадько А.А.* Методика теоретико-игровой оптимизации алгоритма контроля на основе модели смешанного расширения матричной игры с ограничениями // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2008. – № 11 (88). – С. 66-70.
5. *Строцев А.А., Оганесян А.Л., Григорян М.А.* Теоретико-игровая оптимизация алгоритмов контроля сложной системы на основе классических моделей матричных игр с ограничениями-неравенствами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 2 (91). – С. 244-248.
6. *Строцев А.А.* Построение смешанного расширения матричной игры "неклассического" типа // Известия АН. Теория и системы управления. – 1998. – № 3.– С. 119–124.
7. *Макаров Ю.Н., Строцев А.А.* Методология исследования сложных организационно-технических систем, функционирующих в конкурентной среде при ограниченных ресурсах: Монография. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2010. –132 с.
8. *Оуэн Г.* Теория игр: Изд. 3-е. – М.: Изд-во ЛКИ, 2000. –216 с.
9. *Асланов М.А., Кузнецов В.В., Макаров Ю.Н., Мальчевский А.А., Шатраков А.Ю.* Системный анализ и принятие решений в деятельности учреждений реального сектора экономики, связи и транспорта. – М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2009. – 366 с.
10. *Давыдов В.А., Макаров Ю.Н., Мальченко А.Н., Пайсон Д.Б.* Новые концептуальные методологические подходы к проблемам формирования оптимального технического и технологического базиса программно-целевого планирования в создании и развитии ракетно-космической техники. – М.: ЗАО «ЭНЦИТЕХ», 2006.
11. *Макаров Ю.Н. и др.* Перспективы развития совмещённых наукоёмких технологий. Исследования вопросов совершенствования технико-экономического обоснования космических программ и проектов. – М.: ЗАО «ЭНЦИТЕХ», 2009.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Е. Панич.

Макаров Юрий Николаевич
Федеральное космическое агентство Российской Федерации.
E-mail: arm415@ roscosmos.ru.
107996, ГСП-6, г. Москва, ул. Щепкина, 42.
Тел.: 84956319322.
Начальник сводного управления организации космической деятельности; к.т.н.

Строцев Андрей Анатольевич
Ростовский военный институт РВ.
E-mail: ast1965@mail.ru.
344068, г. Ростов-на-Дону, ул. Нариманова 76, кв. 37.
Тел.: 88632926242.
Начальник кафедры систем автоматической подготовки и пуска ракет, д.т.н.; доцент.

Makarov Yury Nikolaevich
Federal Space Agency, Russian Federation.
E-mail: arm415@ roscosmos.ru.
42, Schepkina Street, Moscow, GSP-6, 107996, Russia.
Phone: +74956319322.
Head of the Consolidated Space Activity Organization Department; Cand. of Eng. Sc.

Strotsev Andrey Anatol'evich
Rostov Military Institute.
E-mail: ast1965@mail.ru.
76, Narimanov Street, Rostov-on-Don, 344068, Russia.
Phone: +78632926242
The Chief of Faculty of Systems of Automatic Preparation and Start-up of Rockets, Dr. of Eng. Sc.; Associate Professor.

УДК 625.7/.8-047.58

Д.А. Скоробогатченко

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Целью работы является создание методики моделирования изменения эксплуатационного состояния автомобильных дорог с учетом информации качественного характера. Для достижения поставленной цели решается задача синтеза аппарата нечетких множеств. В результате авторами реализована объективная методика моделирования эксплуатационного состояния автомобильных дорог на основе нечетких нейронных сетей.

Автомобильные дороги; моделирование эксплуатационного состояния; нечеткие нейронные сети.

D.A. Skorobogatchenko

METHOD OF MODELING THE OPERATIONAL STATUS OF ROADS BASED ON FUZZY NEURAL NETWORKS

The aim is the creation methods of modeling changes in operational condition of roads, taking into account qualitative information. To achieve this goal we solve the problem of synthesis of the apparatus of fuzzy sets. As a result, the authors implemented an objective method of modeling the operational status of roads based on fuzzy neural networks.

Roads; modeling the operational status; fuzzy neural networks.

Эксплуатационное состояние автомобильных дорог (ЭС АД) определяет развитие экономики страны. Однако в связи со снижением объемов финансирования, фактическое ЭС АД не соответствует нормативному. Выходом из сложившейся ситуации является создание систем управления, основу которых составляет моделирование ЭС АД [1]. В связи с тем, что специфика дорожной отрасли предполагает наличие большого объема информации, представленной вербально, для моделирования ЭС АД предлагается использовать теорию нечетких множеств [2].

Процесс изменения ЭС АД во времени образует следующие подмножества (рис. 1):

совокупность переменных, характеризующие дорожные работы:

$$x_i \in X,\ i = \overline{1,\ q}$$

совокупность переменных, характеризующих воздействие на ЭС АД природно-климатических и транспортных факторов:

$$v_l \in V,\ l = \overline{1,\ r}$$

совокупность переменных, описывающих начальное ЭС АД:

$$h_k \in H,\ k = \overline{1,\ m}$$

совокупность переменных, описывающих конечное ЭС АД: