

Rakitina Maria Sergeevna

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: rakitinams@gmail.com

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634311426.

The Department of State and Municipal Legislation and Administration; Cand. of Ec. Sc.; Assistant.

УДК 681.3

А.Э. Саак

К ОЦЕНКЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ И ОБСЛУЖИВАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

В компьютерном сервисе под балансом взаимодействия среды спроса и среды предложения понимаем приемлемую вероятность обслуживания переполненного массива спроса по сравнению со стандартом ресурса предложения. При этом величина переполнения подчиняется априорным вероятностным ограничениям как результату изучения среды спроса со стороны системы предложения. Подчиняя упомянутую вероятность условию не менее $\frac{1}{2}$, приходим к задаче переполнения компьютерного обслуживания спросом с рядом постулируемых свойств.

Условия равновесия компьютерного обслуживания; пропускная способность многопроцессорных и Grid-систем; достоверность однородно-ресурсного диспетчирования.

A.E. Saak

TOWARDS THE EVALUATION OF AN INTERACTION OF USERS AND THE SERVICE SYSTEM

In computer service we understand the demand environment and supply environment interaction balance as acceptable probability of computing service of overfilled demand array in comparison with the standard of supply resource. At the same time the overflow level obeys prior probabilistic limitations resulted from the demand environment exploration by supply system point of view. Having previously mentioned probability met the $\frac{1}{2}$ condition, we arrive at the problem of computing service overflow by the demand with the set of features postulated.

Balance conditions of computer service; capacity of multiprocessor systems and Grid- systems; reliability of uniformly resource dispatching control.

1. Общая постановка вопроса. Рыночный сервис предполагает сравнительно малую роль управления системой обмена спроса-предложения потребляемой продукции по отношению к центральной роли непосредственного взаимодействия обменивающихся сторон потребления и предложения товаров. Поэтому главная роль при анализе рынка принадлежит экономическим факторам и моделям экономической теории. Напротив, при системном сервисе с выраженной ориентацией профиля обслуживания управление системным взаимодействием сред-участников функционирования сервисной системы – становится решающим фактором продуктивного обслуживания и стабильности социального положения анализируемой системы. Данное различие находит своё выражение в квалификации управления системой сервиса как диспетчирования системными ресурсами с целью эффективного распределения последних по множеству требований пользователей анализируемой системы обслуживания [1–4]. Комбинаторное моделирование указанного диспетчирования образует тему предлагаемой статьи.

При рыночном виде сервиса под равновесным взаимодействием среды потребления и среды предложения товарной продукции понимается баланс спроса-предложения в ценовом измерении потребляемой продукции.

Компьютерный сервис мы относим к системным видам сервиса со сравнительно упорядоченным, устойчивым спросом со стороны изученного множества пользователей и установившимся, циклическим предложением со стороны диспетчирований вычислительными ресурсами системы обслуживания [5]. В системном виде сервиса под равновесием, балансом взаимодействия среды спроса и среды предложения понимаем приемлемую вероятность обслуживания переполненного массива спроса по сравнению со стандартом ресурса предложения. При этом величина переполнения подчиняется априорным вероятностным ограничениям как результату изучения среды спроса со стороны системы предложения. Подчиняя упомянутую вероятность условию не менее $\frac{1}{2}$, приходим к задаче переполнения компьютерного обслуживания спросом с рядом постулируемых свойств. Анализ данной задачи составляет содержание предлагаемой работы.

2. Эксперимент спроса-предложения. Единичный спрос индивидуального пользователя однородными вычислительными ресурсами рассматривается в форме двоичности $0 \vee 1$ негативного исхода величины заявки и позитивного, реального, единичного исхода той же величины с единичными мощностными отсчётами в каждом значении составности. Совокупный спрос k пользователей имеет комбинаторное представление в виде модельного куба в R^k :

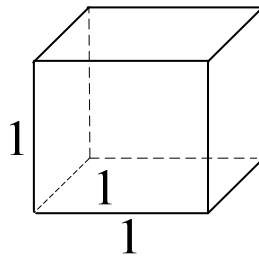


Рис. 1. Модельный куб параллельного спроса на единичные ресурсы

Сопоставим каждому индивидуальному спросу по закону $0 \vee 1$ единичный ресурс линейки процессоров операционного поля МВС. Получим каноническую версию предложений ресурсов. Диспетчирование понимаем как отклик на индивидуальную заявку пользователя. Каждое диспетчирование предлагает один единичный ресурс из k имеющихся, индуцируя вариантную мощность исхода диспетчирования k . Общая вариантная мощность параллельного диспетчирования равна k^k . Условие неразличимости номеров диспетчирований приводит к факторизации канонического куба по перестановкам осей координат \mathfrak{R}_k :

$$\prod_1^k k = k^k \rightarrow \rightarrow \prod_1^k k / \mathfrak{R}_k \rightarrow \rightarrow \frac{k^k}{k!}.$$

В итоге, получаем координатную пирамиду в R^k с длиной смежных рёбер k в качестве объемлющего исхода эксперимента полных предложений единичных ресурсных элементов.

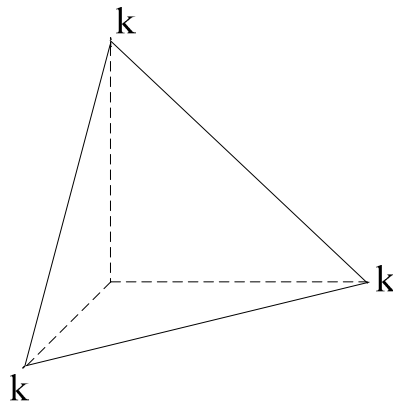


Рис. 2. Модель предложений-объемлющий исход

Вложение куба в пирамиду трактуется как исход обслуживания в паре экспериментов спрос-предложение. Данный исход принимаем в качестве результата « k » единичных сдвигов вдоль координатных осей по отношению к основной вершине в начале координат. Каждый такой сдвиг индуцирует базисный исход пирамидального эксперимента предложений в виде гомотетичной координатной пирамиды с основным ребром длиной $(k-1)$ и объемом $(k-1)^k/k!$ (рис. 3).

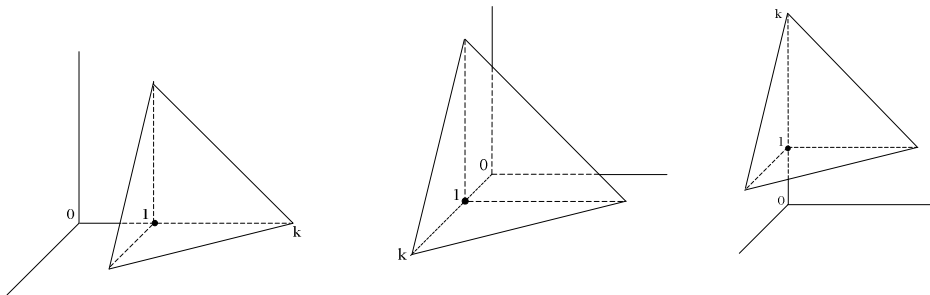


Рис. 3. Модельные сдвиги основной вершины

Данные базисные исходы дополнительны к кубу функционирования эксперимента спроса-предложения в полной версии и включение-исключение базисных пирамид из объемлющей (рис. 4) приводит к формуле $\sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(k-j)^k}{k!} = 1$.

Предложенное классическое тождество комбинаторики [6] позволяет формализовать эксперимент спроса-предложения в упомянутой полной версии.

Определим усечение канонических предложений единичных ресурсных элементов. При $L < k$ равнонаклонная грань пирамиды проходит внутри куба функционирования (рис. 5), индуцируя соотношение частей объемов единичного куба в виде более общего тождества

$$\sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(L-j)^k}{k!} = 1, \quad (1)$$

содержащего условные варианты меры исходов эксперимента для $j > L$ (рис. 6).

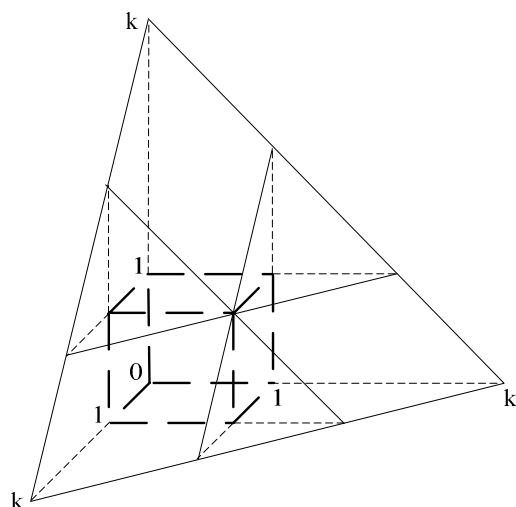


Рис. 4. Исход обслуживания как куб функционирования эксперимента спроса-предложения в полной версии диспетчирования

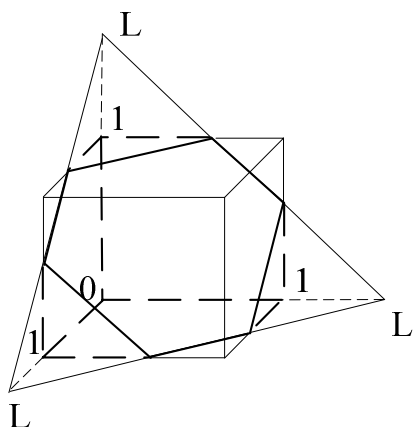


Рис. 5. Геометрическое изображение сечения куба функционирования плоскостью общего ресурса предложений

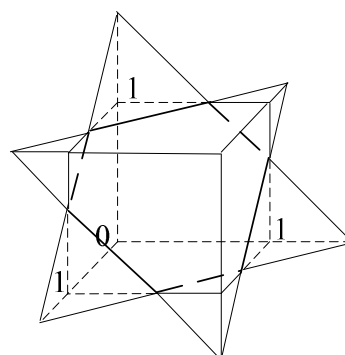


Рис. 6. Геометрическое изображение носителей прямой и инверсной частей усечённого комбинаторного тождества-условных целочисленных мощностей

Первая часть величины (1) слева в отношении ко всей величине, равной 1, образует вероятность обслуживания [7]:

$$P(k, L) = \sum_{j=0}^{L-1} (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(L-j)^k}{k!}$$

не менее « k » пользователей в указанных условиях и принимается в качестве пропускной способности эксперимента спроса-предложения единичных ресурсных элементов (рис. 7).

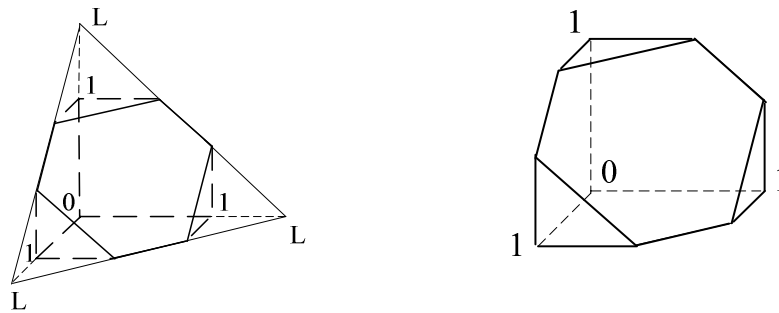


Рис. 7. Носитель величины $P(k, L)$

Приступим к анализу прикладного аспекта полученного результата.

Предельное равенство вариантных мер куба спроса и пирамиды предложений

$\frac{L^k}{k!} \approx 1 + 0$, $k \gg 1$, $L \gg 1$ с помощью формулы Стирлинга сводится к неравенству $\frac{k}{2} < L < k$ и даёт решение задачи равновесного переполнения спроса по отношению к предложению единичных ресурсных элементов.

Относительную обеспеченность индивидуального спроса предложениями

$$p = \frac{L}{k}$$

принимая в качестве одиночной вероятности обслуживания в « k » независимых испытаниях, индуцируемых « k » пользователями и « k » ответными диспетчерами. Таким образом, вероятность успеха в упомянутых биномиальных испытаниях при равновесном переполнении подчиняется неравенству

$$p = \frac{L}{k} \geq \frac{1}{2}$$

в полном соответствии с бытовым пониманием сбалансированного обслуживания.

Вторым важным результатом основного моделирования спроса-предложения является вывод о достоверности двухстадийного обслуживания в условиях равновесности с « L » загруженными единичными ресурсами предложений на первой стадии и $k - L \leq L$ – загруженными единичными ресурсами – на второй, дополнительной стадии обслуживания в изложенных выше условиях: $k - L < L \rightarrow 2L > k$, $L > \frac{k}{2}$.

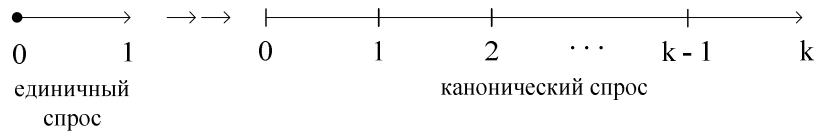
$$\begin{aligned} P(k, L) + P(k, k - L) &= \sum_{j=0}^{L-1} (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(L-j)^k}{k!} + \\ &+ \sum_{j=0}^{k-L} (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(k-L-j)^k}{k!} = \sum_{j=0}^{L-1} (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(L-j)^k}{k!} + \\ &+ \sum_{j=L}^k (-1)^{k-j} C_k^{(k-j)} (-1)^k \frac{(L-j)^k}{k!} = \sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^{(j)} \frac{(L-j)^k}{k!} = 1. \end{aligned}$$

Последний переход к единичной величине основан на тождестве (1).

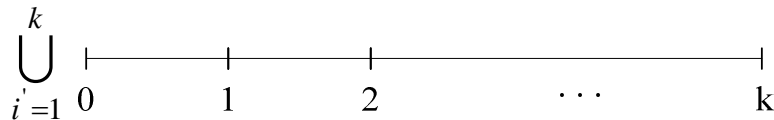
3. Эксперимент кратного спроса-предложения. Рассмотрим случай канонического индивидуального спроса пользователей

$$Y(0) = 1, Y(1) = 1, Y(2) = 1, \dots, Y(k - 1) = 1$$

в форме k -ичной составности в каноническом линейном полигоне $[0, k] \subset Z^1$:



Последовательная суперпозиция данных модулей мощностью « k » по количеству пользователей создаёт общий канонический спрос в форме канонической линейной полигонали « k » модулей по « k » единичных звеньев-измерений в каждом.



Канонический параллельный спрос вызывает необходимость представления предложений ресурсов посредством « k » параллельных линеек процессоров.

При локальном спросе-предложении каждый модуль спроса проходит обслуживание на своей стадии функционирования МВС-локальное соответствие между нумерованным модулем линейной канонической полигонали и стадией обслуживания с тем же номером.

В локальной модели канонической линейной полигонали каждый модуль – канонический линейный полигон – представляется ориентированным единичным координатным кубом с однозначным соответствием между нумерацией модуля и ориентацией соответствующего куба.

Модельному кубу в R^k сопоставляем канонический куб $\prod_1^k [0, k]$ объёмом

k^k и вводим, наряду с модельным кубом, имеющим общую с каноническим кубом основную вершину – начало координат, « k » ориентированных модельных кубов с основными вершинами

$$\begin{aligned} &(0, k, k, \dots, k) \\ &(k, 0, k, \dots, k) \\ &\vdots \\ &(k, k, k, \dots, 0) \end{aligned}$$

соответственно индексу $i' = 1, 2, \dots, k$ (рис. 9). Вводим « k » стадий обслуживания с i' -м ориентированным кубом в качестве спроса i' -го пользователя на i' -й стадии обслуживания и получаем локальную дисциплину синтеза « k »-кратного канонического спроса на единичные ресурсные элементы.

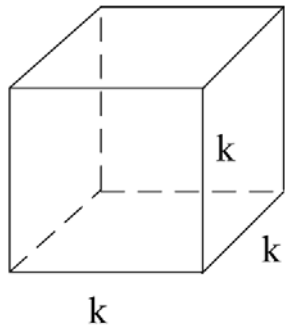


Рис. 8. Канонический куб

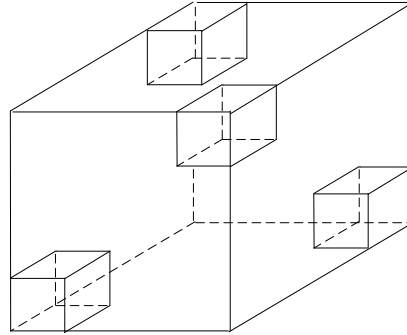


Рис. 9. Ориентированные модельные кубы

Предложения в соответствие со спросом также приобретают постадийный характер (рис. 10).

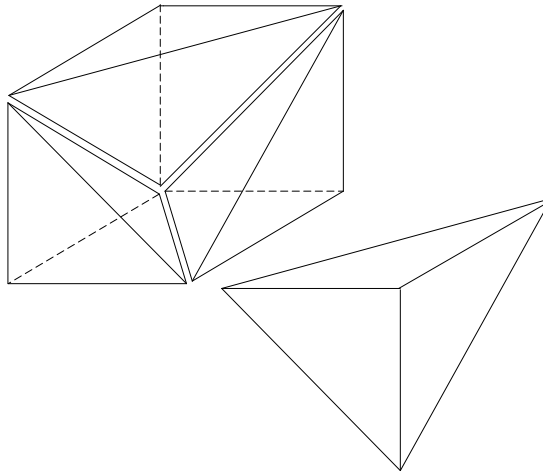


Рис. 10. Постадийные предложения

Погружая каждый из k ориентированных модельных кубов в каноническую координатную пирамиду с сонаправленной системой смежных рёбер, получаем допустимый эксперимент кратных предложений обслуживания одиночной стадии – одиночному пользователю.

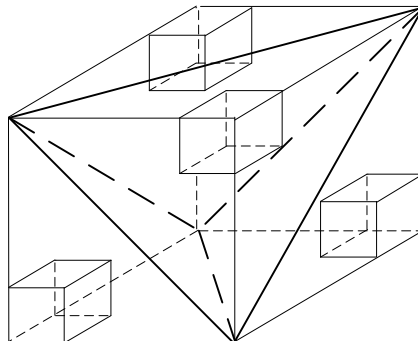


Рис. 11. Эксперимент кратного спроса–предложения

Заключение. В статье предложены формальные модели диспетчирования множеством вычислительных ресурсов компьютерного обслуживания в условиях переполнения массива спроса по отношению к величине общего ресурса системы. В случае модельных, единичных требований на ресурсы установлены метрические величины усечения комбинаторных экспериментов спроса–предложения, позволяющие анализировать упомянутое явление переполнения и на данной основе строить адекватные алгоритмы диспетчирования МВС. Наряду с указанным приложением приведённый в работе анализ переполнения позволяет найти условия равновесного взаимодействия сред потребления и предложения компьютерного обслуживания. Рациональные соотношения величин спроса и общего ресурса МВС существенны на этапе проектирования компьютерного обслуживания.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Барский А.Б.* Параллельные информационные технологии. – М.: ИНТУИТ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 503 с.
2. *Хорошевский В.Г.* Архитектура вычислительных систем. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 512 с.
3. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
4. *Каляев И.А., Левин И.И., Семерников Е.А., Шмойлов В.И.* Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные структуры / Под общ. ред. И.А. Каляева. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН, 2009. – 344 с.
5. *Саак А.Э.* Комбинаторный эксперимент как модель многопроцессорных вычислительных систем коллективного пользования // Труды II Международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО' 2004. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2004. – С. 871-883.
6. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и её приложения. В 2-х томах. Т. 1. – М.: Мир, 1984. – 528 с.
7. *Макаревич О.Б., Саак Э.М., Чефранов А.Г.* Анализ загруженности однородных микропроцессорных вычислительных систем коллективного пользования // Автоматика и вычислительная техника. – 1980. – № 4. – С. 32-36.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.П. Карелин.

Саак Андрей Эрнестович

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: saak@tti.sfedu.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634393373.

Кафедра государственного и муниципального права и управления; заведующий кафедрой.

Saak Andrey Ernestovich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: saak@tti.sfedu.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634393373.

The Department of State and Municipal Legislation and Administration; Head of Department.