

## Раздел I. Математические методы синтеза систем

УДК 621.396.677

Д.С. Махов, С.Е. Мищенко

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФАЗОВОГО СИНТЕЗА АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ\*

*Разработан метод фазового синтеза, не требующий дифференцирования целевой функции. Работа метода сводится к итерационному процессу, в ходе которого определяется минимальное значение целевой функции, выражаемой как расстояние между заданной и синтезируемой диаграммами направленности в метрическом пространстве. Предложенный метод фазового синтеза, позволяет получить решение задачи фазового синтеза с использованием недифференцируемой целевой функции.*

*Метрика; фазовый синтез; антенная решетка; распределение.*

D.S. Mahov, S.E. Mishchenko

### DECISION OF THE PHASE SYNTHESIS PROBLEM OF THE ANTENNA ARRAY WITH USING NONDIFFERENTIAL TRGET FUNCTION

*A method for the phase synthesis, which does not require differentiation of the left-chain functions. Work method reduces to the iterative process, during which determine the minimum value of objective function, expressed as the distance between the desired and the synthesized pattern in a metric space. The proposed method of phase synthesis makes it possible to get a solution phase synthesis using nondifferentiable, my objective function.*

*Metric; phase syntheses; antenna array; differentiation.*

Большинство методов фазового синтеза антенных решеток (АР) основаны на процедуре градиентного спуска и, следовательно, требуют дифференцирования целевой функции. Это ограничивает возможности построения сложных критериев выбора решения задачи синтеза. В связи с этим представляется актуальной разработка новых методов фазового синтеза, в которых процедура дифференцирования не требуется. В основу создания данных методов могут лечь результаты адаптивной оптики, в которой рассматривается задача коррекции искаженного волнового фронта оптического поля. В частности, в работах [1,2] был предложен метод восстановления фазового фронта оптической волны по методу последовательных измерений. В соответствии с данным методом коррекция волнового фронта осуществлялась по результатам регистрации суммарной интенсивности поля на приемной апертуре и интенсивностей, полученных после поочередного исключения участков апертуры, на которых определяется фаза. Аналогичный подход в задачах адаптивной оптики предлагают методы апертурного зондирования, в которых фазовый фронт восстанавливают в ходе итерационного процесса по результатам пробных изменений фазы на отдельных участках апертуры [3].

\* Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант № МД-1145.2009.8).

Цель доклада состоит в обосновании итерационного метода фазового синтеза АР, не требующего определения градиента целевой функции.

Рассмотрим  $N$ -элементную АР, диаграмма направленности (ДН) которой описывается функцией вида

$$F(u) = \sum_{n=1}^N A_n f_n(u), \quad u \in U, \quad (1)$$

где  $U$  – область видимых углов;  $A_n = |A_n| e^{i\psi_n}$  – комплексная амплитуда возбуждения  $n$ -го излучателя;  $f_n(u)$  – ДН  $n$  излучателя.

Пусть  $D(u)$  – заданная ДН АР, а  $Q[D(u), F(u)]$  – некоторая целевая функция, характеризующая расстояние между элементами пространства ДН АР.

Рассмотрим задачу фазового синтеза АР в следующей постановке.

Найти  $\psi_n$ , обеспечивающие выполнение условия вида

$$Q[D(u), F(u)] \leq Q_0, \quad (2)$$

где  $Q_0 > 0$  – заданное число.

Будем считать, что все  $|A_n|$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) заданы и  $|A_n| \neq 0$ .

Синтезированную ДН и заданную ДН можно рассматривать как элементы метрического пространства, в котором расстояние между элементами определяется метрикой  $Q[D(u), F(u)]$ .

Изменим фазу возбуждения  $m$ -го излучателя на  $\pi$ . Тогда получим ДН АР вида

$$F_m(u) = F(u) - 2A_m f_m(u). \quad (3)$$

При этом возможны следующие соотношения между метриками:

$$Q[D(u), F(u)] = Q[D(u), F_m(u)]; \quad (4)$$

$$Q[D(u), F(u)] > Q[D(u), F_m(u)]; \quad (5)$$

$$Q[D(u), F(u)] < Q[D(u), F_m(u)]. \quad (6)$$

Выполнение первого условия (4) означает, что  $m$ -й излучатель ортогонален ДН  $F(u)$  и не вносит вклад в ДН  $F_m(u)$ . Такая ситуация, на первый взгляд, может иметь место только в одном случае, когда амплитуда возбуждения данного излучателя равна нулю, однако некоторые метрики могут привести к выполнению (4).

Выполнение условия (5) означает, что изменение фазы излучателя приводит к уменьшению расстояния между заданной ДН и формируемой ДН. Чем меньше изменение, тем и  $m$ -й излучатель вносит меньший вклад в ДН. Увеличение вклада излучателя в формируемую ДН может быть достигнуто за счет изменения фазы излучателя на  $\pm\pi/2$ .

Условие (6) выполняется, если расстояние между заданной ДН и формируемой ДН в результате изменения фазы на  $\pi$  увеличивается. Негативное влияние излучателя может быть уменьшено, если фазу данного излучателя изменить на  $\pm\pi/2$ .

Положим в основу предлагаемого метода синтеза следующий принцип: все излучатели должны вносить одинаковый вклад в выбранную метрику. С точки зрения возбуждения АР данное утверждение означает, что при равномерном возбуждении решетки одинаковое изменение фазы в каждом излучателе приводит к одинаковым изменениям целевой функции.

Для реализации данного принципа итерационную процедуру поиска решения будем строить на основе следующих формул.

Если выполняется условие (5), то фаза излучателя на  $j+1$  шаге определяется с помощью одной из рекуррентных формул вида

$$\psi_{m+}^{<j+1>} = \psi_m^{<j>} + V \left\{ 1 - \frac{Q[D(u), F^{<j>}(u)] - Q[D(u), F_m^{<j>}(u)]}{\max_m [Q[D(u), F^{<j>}(u)] - Q[D(u), F_m^{<j>}(u)]]} \right\}; \quad (7)$$

$$\psi_{m-}^{<j+1>} = \psi_m^{<j>} - V \left\{ 1 - \frac{Q[D(u), F^{<j>}(u)] - Q[D(u), F_m^{<j>}(u)]}{\max_m [Q[D(u), F^{<j>}(u)] - Q[D(u), F_m^{<j>}(u)]]} \right\}, \quad (8)$$

а в случае выполнения условий (4) и (6) данные формулы упрощаются и записываются в виде

$$\psi_{m+}^{<j+1>} = \psi_m^{<j>} + V; \quad (9)$$

$$\psi_{m-}^{<j+1>} = \psi_m^{<j>} - V. \quad (10)$$

Параметр  $V$  в выражениях (7) и (8) установим равным  $\pi/2$ . Однако рассмотрим случай, при котором преобразование фаз излучателей по формулам (7) и (8) приводит к увеличению расстояния между заданной ДН и синтезированной ДН. В этом случае целесообразно параметр  $V$  задать меньше, чем  $\pi/2$ , например,  $V = \pi/4$ .

Таким образом, может быть предложен следующий алгоритм решения задачи фазового синтеза АР, реализующий предлагаемый метод:

1) определяются исходные данные задачи (заданная ДН, комплексные функции, описывающие заданные ДН излучателей, заданное амплитудное распределение, начальное фазовое распределение может быть задано нулевым);

2) задается целевая функция – метрика  $Q[D(u), F(u)]$ ;

3) находится вектор значений метрики  $Q[D(u), F_m^{<j>}(u)]$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ );

4) для каждого излучателя проверяется выполнение условий (4)–(6), после чего вычисляются фазы  $\psi_{m+}^{<j+1>}$  и  $\psi_{m-}^{<j+1>}$  с помощью формул (7)–(10) (каждое из полученных фазовых распределений обеспечивает формирование ДН  $F_+^{<j+1>}$  и  $F_-^{<j+1>}$ );

5) вычисляются значения метрик:  $Q[D(u), F_+^{<j+1>}(u)]$  и  $Q[D(u), F_-^{<j+1>}(u)]$  и определяется минимальное значение метрики;

6) если  $V = \pi/2$ , то проверяется выполнение условий:

если  $Q[D(u), F_+^{<j+1>}(u)] \leq Q[D(u), F_-^{<j+1>}(u)]$

и  $Q[D(u), F_+^{<j+1>}(u)] < Q[D(u), F^{<j>}(u)]$ ,

то  $\psi_m^{<j+1>} = \psi_{m+}^{<j+1>}$  и  $V = \pi/2$ ;

если  $Q[D(u), F_+^{<j+1>}(u)] > Q[D(u), F_-^{<j+1>}(u)]$

и  $Q[D(u), F_-^{<j+1>}(u)] < Q[D(u), F^{<j>}(u)]$ ,

то  $\psi_m^{<j+1>} = \psi_{m-}^{<j+1>}$  и  $V = \pi/2$ ;

если  $Q[D(u), F_+^{<j+1>}(u)] > Q[D(u), F^{<j>}(u)]$

и  $Q[D(u), F_-^{<j+1>}(u)] > Q[D(u), F^{<j>}(u)]$ ,

то задаем величину  $V = \pi/4$  и возвращаемся к 4-му шагу;

7) если  $\psi_m^{<j+1>} = \psi_m^{<j>}$  или  $Q[D(u), F^{<j+1>}(u)] < Q_0$ , то выполнение ал-

горитма заканчивается, в противном случае переходим к шагу 3.

В качестве примера реализации предложенного алгоритма рассмотрим задачу фазового синтеза  $N = 101$  элементной линейной АР изотропных точечных излучателей, размещенных с шагом  $d = 0,5\lambda$  и возбуждаемых равномерно.

Пусть необходимо сформировать «столообразную» ДН вида

$$D(u) = \begin{cases} 1, & |u| \leq 4/N; \\ 0, & |u| > 4/N. \end{cases} \quad (11)$$

На рис. 1 приведены заданная ДН (кривая 1) и синтезированная ДН (кривая 2), полученная с использованием метрики вида

$$Q[D(u), F(u)] = \int_{-1}^1 \left| |D(u)|^2 - |F(u)|^2 \right|^2 du. \quad (12)$$

Процесс минимизации метрики (12) был завершен на 33-м шаге после выполнения условия  $\psi_m^{<j+1>} = \psi_m^{<j>}$ .

В ходе реализации алгоритма величина отклонения между синтезированной и заданной ДН в соответствии с выражением (12) уменьшена с 0,06800 до 0,00518.

Аналогичные результаты для метрики вида

$$Q[D(u), F(u)] = \max_{u \in U} \left[ |D(u)|^2 - |F(u)|^2 \right] \quad (13)$$

приведены на рис. 2. Обозначения на рис. 2 совпадают с обозначениями на рис. 1. Данные результаты соответствуют результатам на 13-м шаге итерационного процесса. На данном шаге величина отклонения между ДН была уменьшена с 0,966 до 0,164. На 33-м шаге итерационного процесса величина отклонения составила 0,215.

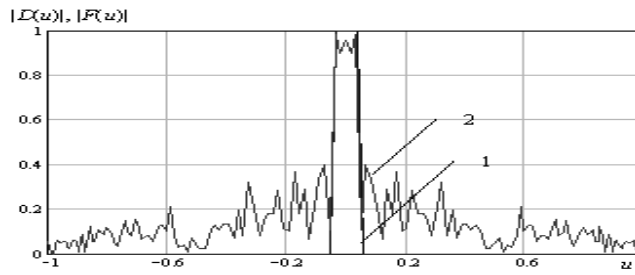


Рис. 1. Заданная и синтезированная ДН, полученные с использованием метрики (12)

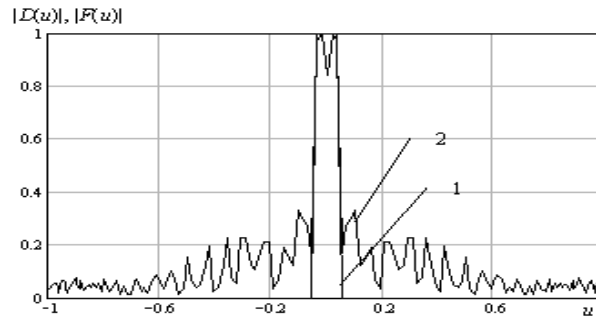


Рис. 2. Заданная и синтезированная ДН, полученные с использованием метрики (13)

На рис. 3 приведена ДН, сформированная с использованием метрики

$$Q[D(u), F(u)] = \max \left[ \int_{-1}^1 \left| |D(u)|^2 - |F(u)|^2 \right|^2 du, |F(0,1)| \right]. \quad (14)$$

На рис. 3 приведены заданная и синтезированная ДН (кривые 1 и 2 соответственно), соответствующие метрике (14) по окончании итерационного процесса, достигнутого на 11-м шаге. При этом величина отклонения составила 0,012 (начальное значение – 0,034).

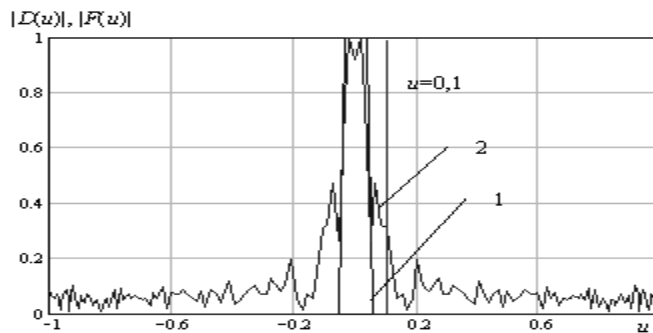


Рис. 3. Заданная и синтезированная ДН, полученные с использованием метрики (14)

На рис. 4 приведены фазовые распределения, которые были получены в каждом из рассмотренных случаев (кривая 1 соответствует решению, полученному по метрике (12), кривая 2 – метрике (13) и кривая 3 – метрике (14)).

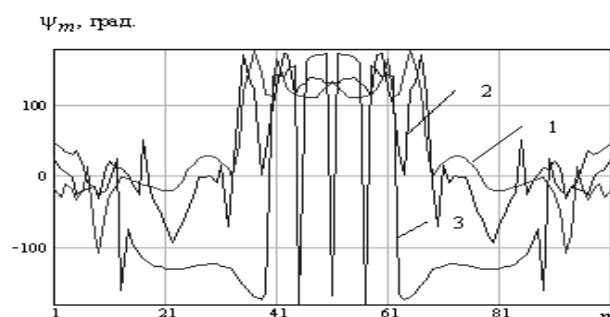


Рис. 4. Фазовые распределения, полученные с помощью метрик

Анализ полученных результатов показывает, что предлагаемый метод является универсальным и позволяет получить решение задачи фазового синтеза с использованием различных метрик. Метрика (14) отличается от используемых в задачах аппроксимационного синтеза тем, что она учитывает требования к уровню боковых лепестков ДН в заданном направлении. Предложенный метод отличает возможность выбора начального фазового распределения вида  $\psi_n^{(0)} = 0$ , отсутствие необходимости дифференцирования целевой функции.

Таким образом, предложен метод фазового синтеза, который позволяет получить решение задачи фазового синтеза с использованием недифференцируемой целевой функции, учесть дополнительные ограничения задачи синтеза, например, отражающие требования к форме ДН. Следует отметить, что исследования работоспособности метода были проведены с целевыми функциями, в которых отклонения синтезированной ДН от заданной рассматривались в пространстве действительных функций. В пространстве комплексных ДН метод не позволил получить приемлемых результатов. По-видимому, переход к пространству комплексных функций потребует построения метрики, представляющей собой комбинацию из двух слагаемых, в которых отдельно учитываются отклонения действительной и мнимой частей заданной и синтезированной ДН.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мищенко Е.Н., Мищенко С.Е., Безуглов Д.А. Алгоритм восстановления фазового фронта входного оптического пучка по результатам измерений интенсивности его Фурье-образа // Оптика атмосферы и океана. – 1992. – Т. 5, № 12. – С. 1305-1308.
2. Безуглов Д.А., Мищенко Е.Н., Мищенко С.Е. Адаптивные оптические системы. Методы восстановления фазового фронта // Оптика атмосферы и океана. – 1996. – Т. 9, № 3. – С. 44-54.
3. Тараненко В.Г., Шанин О.И. Адаптивная оптика. – М.: Радио и связь, 1990. – 112 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., доцент М.Ю. Звездина.

**Махов Денис Сергеевич**

Ростовский военный институт ракетных войск имени главного маршала артиллерии М.И. Неделина.

E-mail: astramanus@mail.ru.

344038, г. Ростов-на-Дону, пр. М. Нагибина, 24/50.

Тел.: 88632568965.

Аспирант.

**Мищенко Сергей Евгеньевич**

E-mail: mihome@yandex.ru.

Профессор.

**Mahov Denis Sergeevich**

Rostov Military Institute of Rocket Armies.

E-mail: astramanus@mail.ru.

24/50, M. Nagibin av., Rostov-on-Don, 344038, Russia.

Phone: +78632568965.

Postgraduate Student.

**Mishchenko Sergey Evgenievich**

E-mail: astramanus@mail.ru.

Professor.

УДК 519.1

**И.Х. Утакаева, Р.А. Кочкаров**

**АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ ПРЕДФРАКТАЛЬНОГО ГРАФА  
С ДВУМЯ ПОЛНЫМИ ЗАТРАВКАМИ, В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ  
СТАРЫХ РЕБЕР**

*Рассматривается задача распознавания предфрактального графа с двумя полными чередующимися затравками. Произведена математическая постановка, разработан эффективный алгоритм распознавания исследуемого предфрактального графа. Задача распознавания объектов и явлений является актуальной задачей искусственного интеллекта. Постановка проблемы распознавания позволяет определить последовательность задач, возникающих при разработке системы распознавания, предложить их формулировки и возможные методы решения.*

*Граф; алгоритм; распознавание.*

**I.H. Utakaeva, R.A. Kochkarov**

**ALGORITHM OF RECOGNITION OF PREFRACTAL GRAPHS  
WITH TWO FULL PRIMING**

*We consider the problem of recognition predfractal graph with two complete alternate primers. Produced a mathematical formulation, developed an effective algorithm for the recognition of the investigated predfractal graph. The problem of recognizing objects and phenomena is an important problem of artificial intelligence. Formulation of the problem of recognition to determine the sequence of tasks involved in the development of recognition systems, to offer their wording, and possible methods of solution.*

*Ggraph; algorithm; pattern recognition.*

Одним из самых интересных свойств человеческого мозга является способность отвечать на бесконечное множество состояний внешней среды конечным числом реакций. Может быть именно это свойство позволило человеку достигнуть высшей формы существования живой материи, выражающейся в способности к мышлению, т. е. активному отражению объективного мира в виде образов, понятий. Поэтому проблема распознавания возникла при изучении физиологических свойств мозга.

Проблема распознавания образов интересна как с прикладной, так и с принципиальной точки зрения. С прикладной точки зрения решение этой проблемы важно, прежде всего, потому, что оно открывает возможность автоматизировать