

УДК 621.372.54.01

**И.И. Турулин, Ю.И. Булгакова****МЕТОДИКА СИНТЕЗА УПРАВЛЯЕМЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ  
НА ОСНОВЕ АНАЛОГОВЫХ ПРОТОТИПОВ**

*Предлагается методика расчета цифровых фильтров по аналоговым прототипам. Коэффициенты выражаются в элементарных функциях и явным образом зависят от частоты среза или граничных частот, что позволяет оперативно управлять фильтром. Это, прежде всего, различные адаптивные системы: адаптивное сжатие, адаптивная дискретизация, адаптивные фильтры, а также оптимальный прием сигналов на фоне помех.*

*Управляемый цифровой фильтр; аналоговый прототип; билинейное преобразование.*

**I.I. Turulin, Yu.I. Bulgakova****THE TECHNIQUE OF SYNTHESIS OF OPERATED DIGITAL FILTERS  
ON THE BASIS OF ANALOG PROTOTYPES**

*This is the suggestion of technique of synthesis of the digital controlled filter, based on analog prototypes. Coefficients are expressed by elementary functions and depend on cutoff frequency or border frequencies. That allows to operate by filter efficiently. This, above all, the various adaptive systems: adaptive compression, adaptive sampling, adaptive filters, as well as the optimal reception of signals in noise, and many others.*

*Operated digital filter; analog prototype; bilinear transformation.*

**Введение.** Во многих приложениях цифровой обработки сигналов требуются цифровые фильтры с управляемой частотой среза (фильтры низких или верхних частот (ФНЧ и ФВЧ)) либо с управляемыми граничными частотами (полосно-пропускающие или полосно-заграждающие фильтры (ППФ и ПЗФ)). Это прежде всего различные адаптивные системы: адаптивное сжатие, адаптивная дискретизация, адаптивные фильтры, а также оптимальный прием сигналов на фоне помех и многие другие. В данной статье предлагается методика синтеза управляемых ФНЧ, ФВЧ, ППФ или ПЗФ любого порядка на основе аналоговых прототипов.

**Описание метода.** Как известно [1], передаточная функция по Лапласу любого аналогового фильтра равна

$$H(p) = \frac{c_m p^m + c_{m-1} p^{m-1} + \dots + c_1 p + c_0}{p^n + d_{n-1} p^{n-1} + \dots + d_1 p + d_0}, \quad (1)$$

где  $c_m$  и  $d_n$  – постоянные коэффициенты.

Доказано [1], что при  $m \leq n$  ( $n$  – степень знаменателя – порядок фильтра) формулу (1) можно представить в виде  $H(p) = \prod_{j=1}^K H_j(p)$  либо в виде

$$H(p) = q + \sum_{j=1}^K H_j(p), \quad \text{где } K \leq n, \quad q - \text{константа (как правило, } q = 0), \quad \text{причем } H_j(p)$$

есть передаточная функция биквадратного звена (звена II-го порядка):

$$H_j(p) = \frac{c_{j2} p^2 + c_{j1} p + c_{j0}}{p^2 + d_{j1} p + d_{j0}} \quad (2)$$

либо звена I-го порядка:

$$H_j(p) = \frac{c_{j1}p + c_{j0}}{p + d_{j0}} . \quad (3)$$

$j$ -е звено II-го порядка (2) характеризуется частотой  $j$ -го полюса  $\omega_{0j}$ , его добротностью  $Q_j$  и полосой пропускания  $\Delta\omega_j$ :

$$\omega_{0j} = \sqrt{d_{j0}} , \quad Q_j = \sqrt{d_{j0}}/d_{j1} , \quad \Delta\omega_j = \omega_{0j}/Q_j . \quad (4)$$

**Выбор структуры управляемого фильтра.** Для построения управляемого цифрового ФНЧ достаточно иметь аналоговый ФНЧ-прототип, ФВЧ – ФВЧ-прототип. ФНЧ и ФВЧ могут быть представлены в виде каскадного соединения биквадратных звеньев, если фильтр в целом имеет четный порядок. Для нечетного порядка к биквадратным звеньям добавляется одно звено I-го порядка. ППФ и ПЗФ реализуются в виде каскадного или параллельного соединения ФНЧ и ФВЧ (рис. 1, а,б соответственно), что позволяет отдельно управлять граничными частотами фильтров, а также упростить выкладки.

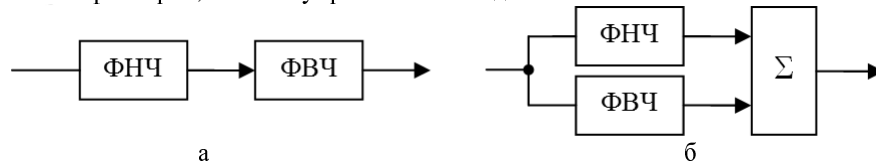


Рис. 1. Структуры управляемых ППФ или ПЗФ

Если использовать методы синтеза цифровых фильтров, основанные на преобразовании аналоговых прототипов в цифровые, можно получить цифровой фильтр, коэффициенты которого выражаются через граничные частоты или частоты среза в виде элементарных функций. Наиболее подходящим является метод билинейного преобразования как наиболее простой и допускающий  $m \leq n$ .

Билинейное преобразование выражается заменой переменной

$$p \rightarrow \frac{2}{T_d} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} . \quad (5)$$

Для компенсации деформации оси частот, свойственной такому преобразованию, перед расчетом фильтра в его граничные частоты  $\omega_j$  (и во все частотные параметры звеньев ( $\omega_b$ ,  $\omega_t$ ,  $\Delta\omega_b$ ,  $\Delta\omega_t$ ); см. формулы (4), (7), (9)) вводят предвыскажения, в результате чего получают частоты

$$\omega_j^п = \frac{2}{T_d} \operatorname{tg} \frac{\omega_j T_d}{2} . \quad (6)$$

**Расчет коэффициентов звеньев управляемых фильтров.** Передаточная функция звена I-го порядка общего вида равна

$$H(p) = \frac{cp + \omega_n}{p + \omega_0} , \quad (7)$$

где  $\omega_0$  – частота полюса (среза);

$c$  – параметр, принимающий значения 0 или 1 (для исключения  $p$  в числителе для некоторых фильтров).

Системная функция цифрового звена I-го порядка:

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 - b_1 z^{-1}}.$$

Применив преобразование (5) к формуле (7), после преобразований получим:

$$\begin{aligned} k_{01} &= \frac{1}{2 + \omega_0 T_d}; \\ a_0 &= k_{01} (2c + \omega_n T_d); \\ a_1 &= k_{01} (\omega_n T_d - 2c); \\ b_1 &= k_{01} (2 - \omega_0 T_d), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $T_d$  – шаг дискретизации.

Передаточная функция биквадратного звена:

$$H(p) = \frac{ap^2 + \Delta\omega_n p + a_n \omega_n^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2}, \quad (9)$$

где  $a_n$  – коэффициент, принимающий значения  $\pm 1$ .

Системная функция цифрового биквадратного звена:

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}},$$

где его коэффициенты, полученные с помощью метода билинейного преобразования из формулы (5), выражаются формулами:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{4 + 2 \frac{\omega_0^n T_d}{Q_0} + (\omega_0^n T_d)^2}; \\ k_n &= 4a - 2\Delta\omega_n^n T_d + a_n (\omega_n^n T_d)^2; \\ a_0 &= k_0 k_n; \\ a_1 &= k_0 [2a_n (\omega_n^n T_d)^2 - 8a]; \\ a_2 &= k_0 [4a + 2\Delta\omega_n^n T_d + a_n (\omega_n^n T_d)^2]; \\ b_1 &= k_0 [8 - 2(\omega_0^n T_d)^2]; \\ b_2 &= k_0 \left[ 2 \frac{\omega_0^n T_d}{Q_0} - (\omega_0^n T_d)^2 - 4 \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\omega_n^n$  и  $\omega_0^n$  – частоты нуля и полюса соответственно с предыскажениями;

$\omega_0$  – резонансная частота  $j$ -го звена II-го порядка,

$$\Delta\omega^n = \omega_0^n / Q_0, \quad \Delta\omega_n^n = \omega_n^n / Q_n.$$

Разностные уравнения, реализующие звенья I-го или II-го порядка управляемого ФНЧ или ФВЧ, имеют стандартный вид [1] и выражаются формулами

$$y_n = a_0x_n + a_1x_{n-1} + b_1y_{n-1}, \quad (11)$$

$$y_n = a_0x_n + a_1x_{n-1} + a_2x_{n-2} + b_1y_{n-1} + b_2y_{n-2}, \quad (12)$$

где  $y_n$  – выходной,  $x_n$  – входной цифровой сигнал звена (коэффициенты звеньев одного ФНЧ или ФВЧ будут разные).

Для звена I-го порядка коэффициенты определяются формулой (8), для звена II-го порядка – формулой (10).

#### Алгоритм синтеза управляемого фильтра

1. Выбор типа аппроксимации АЧХ фильтра (Бесселя, Баттерворта и т.д.) и ее параметров (если таковые имеются), порядка  $n$  и класса (ФНЧ, ФВЧ и т.д.) фильтра, структуры фильтра: каскадная (см. рис. 1,а) или параллельная (см. рис. 1,б).
2. Для ФНЧ и ФВЧ производят расчет звеньев (I-го и/или II-го порядка) фильтра для частоты среза 1 рад/с, например, с помощью программы Filter Solutions. Для каждого звена II-го порядка получаются значения нулей  $W_n$  и полюсов  $W_0$  (обозначения в программе), а также их добротности  $Q_n$  и  $Q_0$ . Эти параметры печатаются над числителем ( $W_n$ ,  $Q_n$ ) и под знаменателем ( $W_0$ ,  $Q_0$ ) передаточной функции (Transfer Function). Каскадное соединение звеньев выбирается установкой флажка «casc», параллельное – флажка «para». Иногда числитель передаточной функции умножен на постоянный коэффициент  $k$ .
3. Программирование коэффициентов формул (8) и (10). Все параметры, имеющие размерность частоты, в программе, реализующей управляемый фильтр, должны быть переменными (не константами).
4. При задании или перестройке частоты среза ФНЧ или ФВЧ  $\omega_c$  в программе-фильтре пересчитывают ее в  $\omega_c^n$  по формуле (6). Значения  $W_n$ ,  $W_0$  используются как безразмерные мультипликативные поправки к частотам в формулах (9):  $\omega_n^n = \omega_c^n \cdot W_n$ ,  $\omega_0^n = \omega_c^n \cdot W_0$ ,  $\Delta\omega_n^n = W_n \omega_c^n / Q_n$ . Если Filter Solutions не выдает значение частоты нуля и имеется один свободный член в числителе звена II-го порядка, представляющий квадрат частоты, то перед домножением на частоту среза из него надо извлечь квадратный корень. Если в Filter Solutions для звена I-го порядка не указывается значение частоты полюса, то частота среза домножается на свободный член знаменателя звена I-го порядка.
5. Рассчитанные параметры  $\omega_n^n$ ,  $\omega_0^n$ ,  $\Delta\omega_n^n$  подставляют в формулы (8) и (10) и получают новые коэффициенты фильтра, которые используют в разностном уравнении, реализующем фильтр. Входной или выходной сигнал управляемого ФНЧ или ФВЧ домножают на коэффициент  $k$  (или сигнал управляемого фильтра в целом – на произведение коэффициентов  $k$  для ФНЧ и ФВЧ – для структур на рис. 1).

Схематически процесс управления частотой среза ФНЧ или ФВЧ выглядит следующим образом:  $\omega_c \rightarrow$  формула (6)  $\rightarrow$  формулы (8), (10)  $\rightarrow$  формулы (11), (12). Подробное описание методики с примерами и имитационными моделями приводится в [2].

**Оценка вычислительной сложности перестройки.** Для перестройки биквадратного звена общего вида требуются следующие операции: 4 сдвига, 8 сложений, 16 умножений, 3 деления, 2 тангенса. Для ФВЧ или ФНЧ операций будет примерно в  $n/2$  раз больше, где  $n$  – порядок фильтра.

**Заключение.** Таким образом, предложенная методика позволяет относительно просто синтезировать управляемые цифровые фильтры.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: расчет и реализация. – М.: Мир, 1982. – 452 с.
2. Турулин И.И. Управляемые цифровые фильтры / Технолог. ин-тут. Южн. федерал. ун-тета. – Таганрог, 2009. – 260 с. Библиогр. 22 назв. Рус. Деп. в ВИНТИ 18.06.09. №383-В2009.

Статью рекомендовал к опубликованию к.т.н. А.Н. Долгов.

**Турулин Игорь Ильич**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: turulin59@gmail.com.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371638.

Кафедра автоматизированных систем научных исследований и экспериментов; профессор.

**Булгакова Юлия Ивановна**

E-mail: sunshine\_yu@mail.ru.

Тел.: 88634673641.

Аспирантка.

**Turulin Igor' Il'ich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: turulin59@gmail.com.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371638.

The Department of Automated Research Systems; Professor.

**Bulgakova Uyliya Ivanovna**

E-mail: sunshine\_yu@mail.ru.

Phone: +78634673641.

Postgraduate Student.

УДК 621.37

**Н.Н. Прокопенко, А.И. Серебряков, П.С. Будяков**

**МЕТОДЫ ВЗАИМНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ВЛИЯНИЯ ТОКОВЫХ  
АВТОНОМНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРАНЗИСТОРОВ НА НУЛЕВОЙ  
УРОВЕНЬ АНАЛОГОВЫХ МИКРОСХЕМ**

*Рассматривается задача синтеза структурных и принципиальных схем аналоговых устройств (операционных усилителей, непрерывных стабилизаторов, компараторов напряжения и т.п.), имеющих малый нулевой уровень (Усм), и его дрейф в условиях температурных и радиационных воздействий. При этом за основу для модернизации приняты хорошо известные схемы базовых аналоговых микросхем, в которые по сформулированным ниже правилам вводится некоторая структурная избыточность, обеспечивающая уменьшение Усм и его дрейф на один-два порядка.*

*Радиация; температура; напряжение смещения нуля; операционный усилитель; компенсация; аналоговая микросхема.*