Мищенко Сергей Евгеньевич
E-mail: mihome@yandex.ru.
Профессор.

Mahov Denis Sergeevich
Rostov Military Institute of Rocket Armies.
E-mail: astramanus@mail.ru.
24/50, M. Nagibin av., Rostov-on-Don, 344038, Russia.
Phone: +78632568965.
Postgraduate Student.

Mishchenko Sergey Evgenievich
E-mail: astramanus@mail.ru.
Professor.

УДК 519.1

И.Х. Утакаева, Р.А. Кочкаров

АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ ПРЕДФРАКТАЛЬНОГО ГРАФА С ДВУМЯ ПОЛНЫМИ ЗАТРАВКАМИ, В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ СТАРЫХ РЕБЕР

Рассматривается задача распознавания предфрактального графа с двумя полными чередующимися затравками. Произведена математическая постановка, разработан эффективный алгоритм распознавания исследуемого предфрактального графа. Задача распознавания объектов и явлений является актуальной задачей искусственного интеллекта. Постановка проблемы распознавания позволяет определить последовательность задач, возникающих при разработке системы распознавания, предложить их формулировки и возможные методы решения.

Граф; алгоритм; распознавание.

I.H. Utakaeva, R.A. Kochkarov

ALGORITHM OF RECOGNITION OF PREDFRACTAL GRAPHS WITH TWO FULL PRIMING

We consider the problem of recognition predfractal graph with two complete alternate primers. Produced a mathematical formulation, developed an effective algorithm for the recognition of the investigated predfractal graph. The problem of recognizing objects and phenomena is an important problem of artificial intelligence. Formulation of the problem of recognition to determine the sequence of tasks involved in the development of recognition systems, to offer their wording, and possible methods of solution.

Ggraph; algorithm; pattern recognition.

Одним из самых интересных свойств человеческого мозга является способность отвечать на бесконечное множество состояний внешней среды конечным числом реакций. Может быть именно это свойство позволило человеку достигнуть высшей формы существования живой материи, выражающейся в способности к мышлению, т. е. активному отражению объективного мира в виде образов, понятий. Поэтому проблема распознавания возникла при изучении физиологических свойств мозга.

Проблема распознавания образов интересна как с прикладной, так и с принципиальной точки зрения. С прикладной точки зрения решение этой проблемы важно, прежде всего, потому, что оно открывает возможность автоматизировать многие процессы, которые до сих пор связывали лишь с деятельностью живого мозга. Принципиальное значение проблемы тесно связано с вопросом, который возникает с развитием идей кибернетики: что может и что принципиально не может делать машина? В какой мере возможности машины могут быть приближены к возможностям живого мозга? В частности, может ли машина развить в себе способность перенять у человека умение производить определенные действия в зависимости от ситуаций, возникающих в окружающей среде? Пока стало ясно только то, что если человек может сначала сам осознать свое умение, а потом его описать. Если же человек обладает умением, но не может объяснить его, то остается только один путь передачи умения машине – обучение примерами.

Круг задач, которые могут решаться с помощью распознающих систем, чрезвычайно широк. Сюда относятся не только задачи распознавания зрительных и слуховых образов, но и задачи распознавания сложных процессов и явлений, возникающих, например, при выборе целесообразных действий руководителем предприятия или выборе оптимального управления технологическими, экономическими, транспортными или военными операциями. В каждой из таких задач анализируются некоторые явления, процессы, состояния внешнего мира, всюду далее называемые объектами наблюдения. Прежде чем начать анализ какого-либо объекта, нужно получить о нем определенную, каким-либо способом упорядоченную информацию. Такая информация представляет собой характеристику объектов, их отображение на множестве воспринимающих органов распознающей системы [1].

Математической моделью многих задач распознавания является задача распознавания предфрактального графа [2].

Пусть задан в явном виде некоторый граф $G=(V,E)$, обладающий необходимыми признаками предфрактального графа:

а) для мощности множества вершин $|V|=N$ существуют n, m, L такие, что

$$|V_L|=\begin{cases} m^{\frac{L+1}{2}}n^{\frac{L-1}{2}} \ \text{при } L - \text{нечетном}, \\ m^{\frac{L}{2}}n^{\frac{L}{2}} \ \text{при } L - \text{четном}; \end{cases}$$

б) для мощности множества ребер $|E|$ существуют n, m, L, удовлетворяющие равенству

$$|E_L|=\begin{cases} \dfrac{m(m-1)}{2}+\sum\limits_{k=0}^{\frac{L-3}{2}}\left[\dfrac{n(n-1)}{2}m^{k+1}n^{k}+\dfrac{m(m-1)}{2}m^{k+1}n^{k+1}\right] \ \text{при } L-\text{нечетном}, \\ \sum\limits_{k=0}^{\frac{L-2}{2}}\left[\dfrac{m(m-1)}{2}m^{k}n^{k}+\dfrac{n(n-1)}{2}m^{k+1}n^{k}\right] \ \text{при } L-\text{четном}; \end{cases}$$

в) множество вершин состоит из двух подмножеств V_1 и V_2, где $V_1(V_2)$ – множество вершин $v\in V$ степени $\deg v=n+1$ (степени $\deg v=n$).

Представлен ответ на вопрос, является ли представленный граф $G=(V,E)$ предфрактальным графом $G=(V,E)$ с двумя полными затравками $\acute{I}_{1}=(W_1,Q_1)$ и $\acute{I}_{2}=(W_2,Q_2)$, где мощности множеств вершин $|W_1|=m$ и $|W_2|=n$, в случае, когда смежность старых ребер не нарушается. Причем, процедура ЗВЗ производена на нечетных этапах затравкой $\acute{I}_{1}=(W_1,Q_1)$ и $\acute{I}_{2}=(W_2,Q_2)$ на четных.

Для распознавания описанного предфрактального графа $G=(V,E)$ разработан алгоритм α_3.

Алгоритм α_3.

Процедура выделения затравки $Í_1=(W_1,Q_1)$ и $Í_2=(W_2,Q_2)$ обозначается γ_1 (γ_2). В случае, если длина траектории $G=(V,E)$ L – нечетная (четная), то на последнем шаге было замещение затравкой $Í_1=(W_1,Q_1)$ ($Í_2=(W_2,Q_2)$). Следовательно, для предфрактального графа нечетного ранга L следует воспользоваться процедурой γ_1, в противном случае процедурой γ_2. На последующих этапах процедуры будут чередоваться.

Описание процедуры γ_1 (выделение затравки $H_1=(W_1,Q_1)$). Во множестве V выделяется очередная неотмеченная вершина v. Так как всякая «новая» затравка $H_1=(W_1,Q_1)$ имеет $m-1$ вершину степени $m-1$ и одну вершину, степень которой больше, чем $m-1$, то для $\forall \mathrm{v} \in \mathrm{V}$ возможны два случая:

1) $\deg v = m-1$;
2) $\deg v > m-1$.

В первом случае исходная вершина и смежные с ней $m-1$ вершин объединяют во множество W_1. Далее окрашиваются все вершины W_1, а также $\frac{\mathrm{m}(\mathrm{m}-1)}{2}$ ребер, концы которых принадлежат W_1.

Во втором случае рассматриваемая вершина v имеет инцидентность не только с $(\mathrm{m}-1)$ «новым» ребром, но и со «старыми» ребрами. Среди множества вершин, смежных с v, выделяются $m-1$ вершин, степень которых $m-1$. Исходную вершину v и выделенные $m-1$ вершин степени $m-1$ объединяют во множество W_1. После чего окрашиваются вершины W_1, а также $\frac{m(m-1)}{2}$ ребер, концы которых представляют собой вершины множества W_1.

Работа процедуры γ_1 завершается проверкой: образует ли множество выделенных таким образом вершин и ребер m-вершинный полный граф. Если да, то шаг, включающий в себя описанную процедуру γ_1, завершается результативно, и следует переход к следующему шагу первого этапа. В противном случае, шаг считается безрезультатным, и алгоритм прекращает свою работу с отрицательным ответом на поставленный вопрос распознавания: «Является ли представленный граф $G=(V,E)$ предфрактальным графом $G=(V,E)$ с двумя полными затравками $Í_1=(W_1,Q_1)$ и $Í_2=(W_2,Q_2)$, где мощности множеств вершин $|W_1|=m$ и $|W_2|=n$, в случае, когда смежность старых ребер не нарушается, где процедура ЗВЗ произведена на нечетных номерах этапов затравкой $Í_1=(W_1,Q_1)$ и затравкой $Í_2=(W_2,Q_2)$ на четных?»

Описание процедуры γ_2 *(выделение затравки* $H_2 = (W_2, Q_2)$*)*. Во множестве V выделяется очередная неотмеченная вершина ν. Так как всякая «новая» затравка $H_2 = (W_2, Q_2)$ имеет $n-1$ вершину степени $n-1$ и одну вершину, степень которой больше $n-1$, то для $\forall \nu \in \mathrm{V}$ возможны два случая:

1) $\deg v = n-1$;
2) $\deg v > n-1$.

В первом случае исходная вершина и смежные с ней $n-1$ вершин объединяются во множество W_2. Далее окрашиваются вершины W_2, а также $\frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)}{2}$ ребер, концы которых представляют собой вершины W_2.

Во втором случае вершина ν имеет инцидентность не только с $n-1$ «новым» ребром, но и со «старыми» ребрами. Среди вершин, смежных с ν, выделяют $n-1$ вершин, со степенью $n-1$. Исходную вершину ν и выделенные $n-1$ вершины степени $n-1$ объединяют во множество W_2. Далее окрашиваются вершины W_2, а также $\frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)}{2}$ ребер, концы которых представляют собой вершины множества W_2.

Работа процедуры γ_2 завершается проверкой: образует ли множество выделенных таким образом вершин и ребер n-вершинный полный граф. Если да, то шаг, включающий в себя описанную процедуру γ_2, завершается результативно, и следует переход к следующему шагу первого этапа. В противном случае, шаг считается безрезультатным, и алгоритм прекращает свою работу с отрицательным ответом на поставленный вопрос распознавания: «Является ли представленный граф $G = (V, E)$ предфрактальным графом $G = (V, E)$ с двумя полными затравками $Í_1 = (W_1, Q_1)$ и $Í_2 = (W_2, Q_2)$, где мощности множеств вершин $|W_1| = m$ и $|W_2| = n$, в случае, когда смежность старых ребер не нарушается, где процедура ЗВЗ произведена на нечетных этапах затравкой $Í_1 = (W_1, Q_1)$ и $Í_2 = (W_2, Q_2)$ на четных?»

По окончании первой части описанных выше алгоритмов осуществляется проверка: все ли вершины исходного графа оказались отмеченными. Если да, то первый этап алгоритмов заканчивает свою работу следующей процедурой. Исходный граф обозначается через G_L^* и представляется в качестве первого члена последовательности $G_L^*, G_{L-1}^*, \ldots, G_1^*$. Каждая выделенная затравка стягивается в вершину. Полученный в результате стягивания граф обозначается через G_{L-1}^*. Далее по отношению к нему реализуется очередной этап алгоритма.

В случае результативной работы каждого из $L-1$ этапов в качестве последнего члена последовательности получим m-вершинный полный граф. Этот результат означает получение положительного ответа на вопрос: является ли представленный граф предфрактальным графом с непересекающимися «старыми» ребрами, образованным двумя полными затравками $Í_1 = (W_1, Q_1)$ и $Í_2 = (W_2, Q_2)$, где мощности вершин $|W_1| = m$, $|W_2| = n$, где процедура ЗВЗ производится на нечетных этапах затравкой $Í_1 = (W_1, Q_1)$, а на четных $Í_2 = (W_2, Q_2)$.

Принципиальная распознаваемость исследуемого предфрактального графа $G = (V, E)$ вытекает из конструктивного описания алгоритма α_3 и однозначности результатов его работы.

Рассмотрим вопрос о вычислительной сложности алгоритма α_3. В процессе реализации этапов алгоритма осуществляются следующие операции: определение степени вершины, выявление окрестности радиуса 1 для этой вершины, просмотр всех пар вершин графа на предмет смежности, выделение и окрашивание ребер. Так как эти операции выполняются в пределах одной затравки, то верхняя оценка этапа не превосходит совокупного количества ребер, выделенных и отмеченных в процессе работы этапа. Отсюда справедлива теорема. Всякий предфрактальный граф $G_L = (V_L, E_L)$ с двумя полными затравками распознается алгоритмом α_3, где смежность старых ребер не нарушается, с вычислительной трудоемкостью алгоритма $\tau(\alpha_3) \le O(|E|L)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Горелик А.Л., Скрипкин В.А.* Методы распознавания. – М., 2004.
2. *Емеличев В.А.* и др. Лекции по теории графов. – М., 1990.
3. *Кочкаров А.М.* Распознавание фрактальных графов: Алгоритмический подход. – Нижний Архыз, 1998.
4. *Мандельброт Б.* Фракталы, случай и финансы. – М., 2004.
5. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. – М., 2005.
6. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. – М., 2002.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Р. Гайдук.

Утакаева Ирина Хайрлыевна
Карачаево-Черкесская государственная технологическая академия.
E-mail: utakaev@yandex.ru.
369000, Карачаево-Черкесская Республика, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36.
Тел.: 88782202387.
Кафедра математики; ассистент.

Кочкаров Расул Ахматович
Финансовая академия при правительстве РФ.
E-mail: Rasul_Kochkarov@mail.ru.
125468, г. Москва, Ленинградский пр-т, 49.
Тел.: 88782202387.
Кафедра математического моделирования и динамических процессов; докторант.

Utakaeva Irina Hairlyevna
Karachai-Cherkess State technological academy.
E-mail: utakaev@yandex.ru.
36, Stavropol Street, Cherkessk, Karachaevo-Circassian Republic, 369000, Russia.
Phone: +78782202387.
The Department of Mathematics; Assistant.

Kochkarov Rasul Ahmatovich
Financial academy of Russian Federation.
E-mail: Rasul_Kochkarov@mail.ru.
49, Leningrad Prospectus, Moscow, 125468, Russia.
Phone: +78782202387.
The Department of Mathematical Modeling and Dynamic Processes; Cand. for a Doctor`s.