БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ханин Я.И.* Основы динамики лазеров. – М.: Наука: Физматлит, 1999.
2. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. – М.: Наука, Физматлит, 1990.
3. *Стокер Дж.* Нелинейные колебания в механических и электрических системах. – М.: Иностранная литература, 1952.
4. *Алексеев Ю.И.* Определение параметрических бифуркаций при анализе устойчивости колебаний инжекционных полупроводниковых лазеров. – М.: Нелинейный мир, 2005. – № 3. – С. 37-38.
5. *Алексеев Ю.И., Орда-Жигулина М.В., Михеев С.С.* Анализ устойчивости инжекционных полупроводниковых лазеров методами теории колебаний // Радиотехника и электроника. – 2006. – № 43. – С. 476-479.
6. *Андронов А.А., Витт А.А., С.Э. Хайкин.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1981.
7. *Крюков Б.И.* Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. – М.: Машиностроение, 1984.
8. *Моисеев Н.Н.* Асимптотические методы нелинейной механики. – М.: Наука, 1969.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Р. Гайдук.

Орда-Жигулина Марина Владимировна
Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: jigulina@mail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел: 88634371733.
Кафедра антенн и радиопередающих устройств; доцент.

Алексеев Юрий Иванович
E-mail: jigulina@mail.ru.
Кафедра антенн и радиопередающих устройств; профессор.

Orda-Zhigulina Marina Vladimirovna
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: jigulina@mail.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371733.
The Department of Antennas and Radio Transmitters; Associate Professor.

Alekseev Yuriy Ivanovich
E-mail: jigulina@mail.ru.
The Department of Antennas and Radio Transmitters; Professor.

УДК 501.462

Е.А. Плаксиенко

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Рассмотрена проблематика синтеза управления нелинейными энергетическими объектами на основе метода Ляпунова, преобразования переменных состояния, синтеза управления путем приведения уравнений объекта к управляемой форме Жордана.

Предложен аналитический метод синтеза стабилизирующих управлений нелинейными энергетическими объектами путем приведения их уравнений к специальной форме. Получены условия существования решения задачи синтеза. Приводится численный пример.

Энергетический объект; нелинейность; преобразование; управление.

E.A. Plaksienko

CONTROL SYNTHESIS OF NONLINEAR ENERGETIC PLANTS

The article deals with the problems of nonlinear control synthesis, the energy facilities on the basis of Lyapunov method, based on the transformation of state variables, control synthesis by reduction of equations of the object to a managed form of Jordan.

An analytical method for the synthesis of stabilizing controls nonlinear energy facilities by adapting them to the equations of special form. Conditions are obtained for solving the problem of synthesis. A numerical example.

Energetic plant; nonlinearity; transformation; control.

Управление энергетическим нелинейными объектами является достаточно сложным, так как они, с одной стороны, работают в очень напряженных режимах, а с другой стороны, к ним предъявляются очень высокие требования по качеству и надежности. Это привело к разработке большого числа разнообразных методов синтеза нелинейных управлений энергетическими объектами. К ним относятся: метод градиентного управления, метод отождествления высших производных, метод локализации, метод скоростного градиента, блочный принцип управления, метод «backstepping» и многие другие [1–4].

Наиболее общим из известных является метод синтеза управлений на основе прямого метода Ляпунова, однако он в значительной степени осложнен отсутствием эффективного метода построения подходящей функции Ляпунова. Поэтому чаще всего применяются функции в виде квадратичных форм с постоянными матрицами, что значительно сужает эффективность получаемых при этом управлений нелинейными объектами. Кроме того, каждый из этих методов имеет небольшую область применения, поскольку применимы они лишь к некоторому классу нелинейных энергетических объектов.

Весьма эффективными являются методы синтеза, основанные на преобразованиях переменных состояния, в результате которых уравнения объектов приобретают некоторую специфическую форму. Как правило, эта форма позволяет легко найти искомое управление. В данной работе используется метод синтеза управлений для нелинейных аффинных объектов с дифференцируемыми нелинейностями путем приведения их уравнений к управляемой форме Жордана (УФЖ) [5]. Следует подчеркнуть, что класс аффинных объектов является наиболее широким классом, включающим большинство нелинейных энергетических объектов.

Если уравнения энергетического объекта приведены к УФЖ, то задача синтеза стабилизирующего управления решается аналитически, причем для синтезированной системы легко строится функция Ляпунова, которая позволяет, в частности, оценить область притяжения положения равновесия и длительность переходных процессов. Однако процедура приведения уравнений энергетических объектов к УФЖ, в общем случае, достаточно сложна. Поэтому, прежде всего, важны условия существования решения этой задачи для конкретного нелинейного объекта. В виду большой сложности этой проблемы ограничимся здесь частным случаем нелинейных объектов третьего порядка с одним управлением и дифференцируемыми нелинейностями.

Предположим уравнения некоторого энергетического объекта общего вида [1,4,5] имеют вид

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u\,, \tag{1}$$

где $x = [x_1, \dots, x_n]^T$, x_i – переменные состояния, $f(x) = [f_1(x) \;\; \dots \;\; f_n(x)]^T$ – нелинейная дифференцируемая вектор-функция, причем $f(0) = 0$, а $u = u(x)$ –

скалярное управление. Рассмотрим случай, когда компоненты $b_i(x)$ входного вектора $b(x)$ зависят лишь от одной переменной состояния x_j, $j \in [1, n]$, причем $b_j(x_j) \neq 0$, $j \in [1, n]$. Перенумеруем переменные состояния так, чтобы указанная переменная x_j оказалась n-й переменной. В результате придём к системе

$$\dot{x}_i = f_i(x) + b_i(x_n)u, \quad i = \overline{1, n-1},$$
$$\dot{x}_n = f_n(x) + b_n(x_n)u, \tag{2}$$

где $b_n(x_n) \neq 0$, $x_n \in \Omega_x$. При этих условиях существует взаимно-обратное преобразование Лукьянова-Уткина [6]

$$y = x - \varsigma(x_n), \tag{3}$$

где вектор $\varsigma(x_n) = [\varsigma_1(x_n) \ldots \varsigma_{n-1}(x_n)\ 0]^T$, а его компоненты определяются выражениями

$$\varsigma_i(x_n) = \int_0^{x_n} (b_i(\xi) / b_n(\xi))\, d\xi. \tag{4}$$

Так как согласно (3) $\dot{y}_i = \dot{x}_i + \dot{\varsigma}_i$, $i = \overline{1, n-1}$, а $\dot{y}_n = \dot{x}_n$, то учитывая, что $\dot{\varsigma}_i = b_i(x_n)\dot{x}_n / b_n(x_n)$, $i = \overline{1, n-1}$ и $x_n = y_n$, из уравнений (2) получим систему нелинейных уравнений в новых переменных состояния

$$\dot{y}_i = f_i(y + \varsigma(y_n)) + b_i(y_n) f_n(y + \varsigma(y_n)) / b_n(y_n) = \varphi_i(y), \; i = \overline{1, n-1}, \tag{5}$$

$$\dot{y}_n = f_n(y + \varsigma(y_n)) + u_1, \tag{6}$$

где $u_1 = b_n(y_n)u$.

Уравнения (5), (6) составляют так называемую регулярную форму [6] уравнений объектов с одним управлением. Таким образом, если в уравнениях энергетического объекта (1) выполнено условие $b_j(x_j) \neq 0$, $j \in [1, n]$, $x_j \in \Omega_x$, то эти уравнения (1) приводятся к регулярной форме (5), (6).

В дальнейшем ограничимся случаем $n = 3$, когда уравнения (5), (6) некоторого нелинейного энергетического объекта с неустойчивым положением равновесия $x \equiv 0$ имеют вид

$$\dot{y}_1 = \varphi_1(y_1, y_2, y_3), \; \dot{y}_2 = \varphi_2(y_1, y_2, y_3), \; \dot{y}_3 = \varphi_3(y_1, y_2, y_3) + u_1, \tag{7}$$

причем

$$\frac{\partial \varphi_1(y)}{\partial y_3} \neq 0, \qquad \frac{\partial \varphi_2(y)}{\partial y_3} \neq 0, \tag{8}$$

а ограниченная функция $\varphi_3(y_1, y_2, y_3)$ является произвольной или даже равной нулю.

Следует подчеркнуть, что если не выполнено только одно из условий (8), например, первое условие (8) и $\partial \varphi_1(y) / \partial y_2 \neq 0$, то, согласно [5], уравнения (7) будут иметь УФЖ. Аналогично, если не выполнено второе условие (8) и

$\partial\varphi_2(y)/\partial y_1 \neq 0$, то уравнения (7) можно представить в УФЖ, переобозначив переменные состояния, например, полагая $y_1 = \bar{x}_2$, $y_2 = \bar{x}_1$, $y_3 = x_3$. Если же не выполняются оба условия (8), то объект (7) является неуправляемым и построить для него управление, которое бы стабилизировало его положение равновесия – невозможно.

Для приведения уравнений (7) к форме Жордана при условии (8) достаточно исключить зависимость первого или второго уравнения системы (7) от третьей переменной y_3 [5]. Для решения этой задачи проведём еще одно взаимообратное преобразование $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$; $z_2 = y_2$; $z_3 = y_3$ с тем, чтобы привести систему (7) к следующему виду:

$$\dot{z}_1 = \theta_1(z_1, z_2), \quad \dot{z}_2 = \theta_2(z_1, z_2, z_3), \quad \dot{z}_3 = \theta_3(z_1, z_2, z_3) + u_1. \qquad (9)$$

Чтобы сформулировать условия, при которых существует указанное преобразование переменных, введём обозначения:

$$\frac{\partial\varphi_i(y)}{\partial y_3} \neq \varphi_i'(y); \quad \frac{\partial^2\varphi_i(y)}{\partial y_3^2} \neq \varphi_i''(y), \quad i = 1,2. \qquad (10)$$

Сформулируем основной результат данной статьи в виде следующей теоремы.

Теорема. Если в области Ω_y пространства R^3 функции $\varphi_1(y)$ и $\varphi_2(y)$ из уравнений (7) удовлетворяют условиям (8) и выполняется условие

$$\varphi_1'(y)\varphi_2''(y) - \varphi_2'(y)\varphi_1''(y) = 0, \quad y \in \Omega_y, \qquad (11)$$

то существует взаимообратное преобразование $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$, $z_2 = y_2$, $z_3 = y_3$, которое приводит систему (7) к виду (9).

Доказательство теоремы можно провести, получив явное выражение для производной по времени $\dot{z}$ на траекториях системы (7) вектора z, который определяется некоторым преобразованием $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$ и $z_2 = y_2$, $z_3 = y_3$, таким, что существует обратное преобразование $y = \psi(z)$. При этих условиях

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial\vartheta(y_1, y_2)}{\partial y_1}\varphi_1(y) + \frac{\partial\vartheta(y_1, y_2)}{\partial y_2}\varphi_2(y) = \bar{\theta}(y). \qquad (12)$$

Так как y_1, y_2, y_3 являются независимыми переменными, а $z_3 = y_3$, то производная $\dot{z}_1$ не будет зависеть от $z_3 = y_3$, если функция $\vartheta(y_1, y_2)$ будет выбрана так, что с учетом определения (12) выполняется тождество:

$$\frac{\partial\dot{z}_1}{\partial z_3} = \frac{\partial\bar{\theta}(y)}{\partial y_3} = \frac{\partial\vartheta}{\partial y_1}\frac{\partial\varphi_1(y)}{\partial y_3} + \frac{\partial\vartheta}{\partial y_2}\frac{\partial\varphi_2(y)}{\partial y_3} \equiv 0, \quad y \in \Omega_y. \qquad (13)$$

Отсюда с учётом условий (8) и обозначений (10) выводим

$$\left.\frac{\partial\vartheta/\partial y_2}{\partial\vartheta/\partial y_1}\right|_{y_2 = z_2} = \frac{\partial y_1}{\partial z_2} = -\frac{\varphi_1'(y_1, y_2, y_3)}{\varphi_2'(y_1, y_2, y_3)}, \quad y \in \Omega_y. \qquad (14)$$

Покажем теперь, что в обратном преобразовании $y_1 = Q(z_1, z_2)$ $y_2 = z_2$, $y_3 = z_3$ производная $\partial y_1 / \partial z_2$ не может зависеть от $y_3 = z_3$. Действительно, если преобразования $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$, $z_2 = y_2$ и $y_1 = Q(z_1, z_2)$, $y_2 = z_2$ взаимообратные, то $z_1 = \vartheta(Q(z_1, z_2), z_2)$. Тогда, дифференцируя обе части этого равенства по z_1 и z_2, будем иметь

$$\frac{\partial z_1}{\partial z_1} = 1 = \frac{\partial \vartheta}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial Q}{\partial z_1} = \frac{\partial \vartheta}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial Q}{\partial z_1}, \qquad \frac{\partial z_1}{\partial z_2} = 0 = \frac{\partial \vartheta}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial Q}{\partial z_2} + \frac{\partial \vartheta}{\partial z_2}.$$

Отсюда выводим

$$\frac{\partial y_1}{\partial z_1} = \frac{\partial Q}{\partial z_1} = \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y_1} \right)^{-1}; \qquad \frac{\partial y_1}{\partial z_2} = \frac{\partial Q}{\partial z_2} = -\frac{\partial \vartheta}{\partial y_2} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y_1} \right)^{-1}. \tag{15}$$

Так как искомая функция $\vartheta = \vartheta(y_1, y_2)$ не зависит от $z_3 = y_3$, то из (15) следует, что производная $\partial y_1 / \partial z_2$ не может зависеть от $y_3 = z_3$.

В то же время из равенства (14) следует, что при произвольных функциях $\varphi_1(y)$ и $\varphi_2(y)$ общего вида она может зависеть от y_3. Таким образом, на основе равенства (15) заключаем, что искомое преобразование $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$, $z_2 = y_2$, $z_3 = y_3$ и обратное к нему преобразование $y_1 = Q(z_1, z_2)$, $y_2 = z_2$, $y_3 = z_3$ существуют, если только

$$\frac{\partial}{\partial y_3} \left(\frac{\varphi_1'(y)}{\varphi_2'(y)} \right) = \frac{\varphi_2'(y)\varphi_2''(y) - \varphi_1'(y)\varphi_2''(y)}{(\varphi_2'(y))^2} = 0.$$

Отсюда вытекает условие (11) теоремы. Доказательство окончено.

Итак, если $n = 3$, условия $b_j(x_j) \neq 0$, $j \in [1, n]$ и (11) выполнены, то система (1) приводится к виду (9). Если при этом $\partial \theta_1(z) / \partial z_2 \neq 0$ при $z \in \Omega_z$, то эти уравнения (9) будут иметь УФЖ в области Ω_z. В противном случае объект (1) является неуправляемым. Рассмотрим численный пример, иллюстрирующий особенности применения полученных условий.

Пример. Рассмотрим энергетический объект управления, уравнения которого имеют вид

$$\dot{x}_1 = (\mu(x) - 4)(\nu(x) + 2\mu(x))^2 + \mu(x) - 4x_3 + 2x_3 u,$$
$$\dot{x}_2 = 2(x_3 + (\nu(x) + 2\mu(x))^2) + (1 + x_3^2)u, \quad \dot{x}_3 = (1 + x_3^2)u, \tag{16}$$

где $\nu(x) = x_1 - \ln(1 + x_3^2)$, $\mu(x) = x_2 - x_3 - x_3^3 / 3$. Положение равновесия $x \equiv 0$ этого объекта при $u = 0$ является неустойчивым. Переменные состояния – измеряются. Найти управление по состоянию $u = u(x)$, стабилизирующее положение равновесия данного объекта.

Решение. Компоненты $b_i(x)$, $i = 1, 2, 3$ в данном случае зависят лишь от переменной x_3, причем $b_3(x_3) \neq 0$ при всех x_3. Поэтому заданные уравнения можно привести к регулярной форме с помощью преобразования Лукьянова–Уткина (3), (4).

По формулам (4) находим: $\varsigma_1(x) = \ln(1+x_3^2)$, $\varsigma_2(x) = x_3 + x_3^3/3$. Полагая $y_1 = x_1 - \varsigma_1(x)$, $y_2 = x_2 - \varsigma_2(x)$, $y_3 = x_3$, $u_1 = (1+y_3^2)u$ и дифференцируя переменные y_i по времени с учетом уравнений (6), придем к системе:

$$\dot{y}_1 = (1+(y_1+2y_2)^2)y_2 - 4(y_3+(y_1+2y_2)^2) = \varphi_1(y),$$
$$\dot{y}_2 = 2(y_3+(y_1+2y_2)^2) = \varphi_2(y), \; \dot{y}_3 = u_1. \quad (17)$$

Частные производные функций $\varphi_1(y)$ и $\varphi_2(y)$ по переменной y_3 в данном случае равны $\partial\varphi_1(y)/\partial y_3 = -4$, $\partial\varphi_2(y)/\partial y_3 = 2$, поэтому условие (11) выполняется при всех x_3. Следовательно, в соответствии с приведенной теоремой переменную y_3 можно исключить из первого уравнения системы (17). Для определения соответствующего преобразования $z_1 = \vartheta(y_1, y_2)$, $z_2 = y_2$, $z_3 = y_3$ запишем уравнение (13), которое в данном случае имеет вид

$$-4\frac{\partial\vartheta(y_1,y_2)}{\partial y_1} + 2\frac{\partial\vartheta(y_1,y_2)}{\partial y_2} = 0 \text{ или } 1 + 2\frac{\partial y_2}{\partial y_1} = 0.$$

Отсюда находим $\vartheta(y_1, y_2) = y_1 + 2y_2$. Наконец, подвергая уравнения (17) преобразованию $z_1 = y_1 + 2y_2$, $z_2 = y_2$, $z_3 = y_3$, придем к системе

$$\dot{z}_1 = (1+z_1^2)z_2 = \tilde{\varphi}_1(z), \quad \dot{z}_2 = 2(z_3+z_1^2) = \tilde{\varphi}_2(z), \quad \dot{z}_3 = u_1. \quad (18)$$

При этом $\partial\tilde{\varphi}_1(z)/\partial z_2 = (1+z_1^2) \neq 0$ и $\partial\tilde{\varphi}_2(z)/\partial z_3 = 2 \neq 0$ при всех $z \in R^3$. Следовательно, уравнения (18) в соответствии с определением [5] имеют УФЖ, что позволяет найти искомое управление следующим образом.

Согласно [5], характер переходных процессов замкнутой нелинейной системы с управлением, определяемым по уравнениям в УФЖ, определяется нелинейностями объекта управления и положительными числами λ_i, $i = \overline{1,n}$. В данном случае $n = 3$, поэтому положим $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 7$, $\lambda_3 = 9$ и определим функции:

$$w_1 = z_1, \; w_2 = \varphi_1(z)\partial w_1/\partial z_1 + 5w_1 = (1+z_1^2)z_2 + 5z_1, \; w_3 = \varphi_1(z)\partial w_2/\partial z_1 +$$
$$+\varphi_2(z)\partial w_2/\partial z_2 + 7w_2 = (1+z_1^2)\xi(z) + 35z_1. \; \tilde{\gamma}_2(z) = 2\{[z_1\xi(z)+35+(1+z_1^2)\times$$
$$\times(z_2^2+2z_1)]z_2 + 4(z_3+z_1^2)(z_1z_2+3)\}, \text{ где } \xi(z) = 2(z_1z_2^2 + z_3 + z_1^2 + 6z_2).$$

Эти функции позволяют записать управление

$$u(z) = -0{,}5[\tilde{\gamma}(z) + 9\xi(z) + 35z_1/(1+z_1^2)], \quad (19)$$

как функцию переменных z_1, z_2, z_3. Заменяя эти переменные в соответствии с приведенными выше равенствами, можно получить соответствующее выражение, определяющее управление, как функцию переменных x_1, x_2, x_3. Однако с точки зрения реализации данного управления целесообразнее по известным значениям x_1, x_2, x_3 вычислять соответствующие значения переменных z_1, z_2, z_3, а затем вычислять значения управления по формуле (19).

Таким образом, если порядок нелинейного энергетического объекта равен трем, его уравнения удовлетворяют указанным выше условиям, а переменные состояния доступны прямому измерению с помощью датчиков, то, как показано выше, уравнения объекта можно привести к управляемой форме Жордана и сформировать стабилизирующее управление по состоянию с требуемыми свойствами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Лупкин В.М.* Анализ режимов синхронной машины методами Ляпунова. – Л.: Энергоатомиздат, 1991.
2. *Нейдорф Р.А., Соловей Н.С.* Инженерные методы синтеза автоматических систем управления: Учебное пособие / Под ред. Р.А. Нейдорфа. – Ухта: УГТУ; Ростов-на-Дону: РГАСХМ, 2004.
3. *Уткин В.А., Краснова С.А.* 20 лет блочному принципу управления // Материалы конференции «Управление в технических системах» (УТС-2010). – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. – С. 74-77.
4. *Åström K.J., Wittenmark B.* Adaptive control. N.Y.: Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
5. *Гайдук А.Р.* Синтез нелинейных систем на основе управляемой формы Жордана // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 7. – С. 3-13.
6. *Лукьянов А.Г., Уткин В.И.* Методы сведения уравнений динамических систем к регулярной форме // Автоматика и телемеханика. – 1981. – № 4. – С. 5-13.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Р. Гайдук.

Плаксиенко Елена Алексеевна
Таганрогский институт управления и экономики.
E-mail: pumkad@mail.ru.
г. Таганрог, ул. Петровская, 45.
Тел.: 88634362582.
Доцент.

Plaksienko Elena Alexeevna
Taganrog Institute of Control and Economic.
E-mail: pumkad@mail.ru.
45, Petrovskaya Street, Taganrog, Russia.
Phone: +78634362582.
Associate Professor.

УДК 004.021

В.В. Борисов

УГРОЗЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ РИСКИ ВИРТУАЛЬНЫХ СООБЩЕСТВ И ИХ КОММУНИКАЦИЙ

Представлен алгоритм определения степени уязвимости виртуальных сообществ. Для этого используется методика анализа информационных рисков, впервые примененная для сайтов виртуальных сообществ. Предложенный алгоритм позволяет дать экспертную оценку степени уязвимости анализируемого веб-ресурса на базе информации о количестве и типах найденных уязвимостей. Приведены средства защиты информации, методика их использования.

Защита информации; криминалистика; веб-ресурс; угрозы; риски; информационная безопасность.