

УДК 517.938

**А.М. Бронников**

**МЕТОДИКА СИНТЕЗА АДАПТИВНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ  
СИСТЕМЫ УЛУЧШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ  
САМОЛЕТА**

*Обосновываются условия адаптируемости системы управления с идентификатором и эталонной моделью для многосвязных нестационарных линейных систем управления с параметрическими и внешними возмущениями. Заданная точность слежения за эталонной моделью обеспечивается при упрощенных требованиях к идентификатору и не связывается напрямую с точностью оценок параметров. Приводится пример из области обеспечения заданных характеристик устойчивости и управляемости в продольном движении самолета. Результаты работы могут быть использованы при синтезе законов управления нестационарными линейными объектами с параметрической неопределенностью.*

*Линейная многосвязная система; идентификация; эталонная модель; адаптивный регулятор; канонизация матриц.*

**A.M. Bronnikov**

**TECHNIQUE OF SYNTHESIS OF THE ADAPTIVE LAW OF MANAGEMENT  
OF SYSTEM OF IMPROVEMENT OF STABILITY AND CONTROLLABILITY  
OF THE AIRPLANE**

*In article conditions of an adaptability of a control system with the identifier and reference model for multicoherent non-stationary linear control systems with parametrical and external indignations are proved. The set accuracy of tracking reference model is provided at the simplified requirements to the identifier and does not communicate directly with accuracy of estimations of parametres. The example from area of maintenance of the set characteristics of stability and controllability in longitudinal movement of the plane is resulted. Results of work can be used at synthesis of laws of management by non-stationary linear objects with parametrical uncertainty.*

*Linear multicoherent system; the identification; reference model; an adaptive regulator; canonization of matrixes.*

**Введение.** Несмотря на высокий уровень автоматизации, достигнутый в современных системах управления самолетов, важнейшей задачей остаётся обеспечение заданных характеристик устойчивости и управляемости в режиме ручного пилотирования с учётом деятельности человека-оператора. Решение данной задачи возлагается на систему улучшения устойчивости и управляемости (СУУ). На большинстве режимов полета СУУ современных истребителей справляются с возложенными на них функциями. Вместе с тем на ряде режимов выполнение полетных задач связано с высокой психофизиологической нагрузкой летчика и требует от него виртуозной техники пилотирования. К таким режимам можно отнести маловысотный полет, дозаправку, заход на посадку на палубу корабля. Разработчики систем управления летательных аппаратов (ЛА), как правило, отдают предпочтение плохо формализованным процедурам синтеза, при которых облик СУУ во многом определяется опытом и субъективными предпочтениями. При этом значительное место при проектировании отводится итерационной процедуре подгонки структуры, параметров законов СУУ и программ их подстройки по режимам полета с помощью имитационного моделирования с использованием достаточно подробных моделей ЛА, приводов, датчиков. Указанный подход к проектированию СУУ связан со значительными материальными и временными затратами, вызванными большим объемом моделирования. Конечная эффективность разраба-

тываемой при его использовании системы управления во многом определяется такими субъективными факторами, как опыт и интуиция проектировщиков.

В статье обосновывается методика синтеза алгоритмов управления СУУ, адаптивных к неопределенностям математической модели ЛА, приспособленных для реализации на цифровой технике и опирающихся на достижения современной теории управления. При решении задачи используется подход, впервые изложенный в [1], где для одного из класса адаптивных алгоритмов с идентификатором и эталонной моделью и линейного стационарного объекта управления получены условия, при выполнении которых заданная точность слежения системы за эталоном не зависит напрямую от точности выдаваемых идентификатором оценок параметров. Если текущие оценки параметров удовлетворяют одному из совокупности структурных условий [1], то ошибка слежения за эталоном определяется нормой невязки идентификации. Под невязкой идентификации (не путать с ошибкой идентификации параметров) понимается разница между правыми частями модели объекта управления и ее предсказателя в алгоритме идентификации. Эта невязка используется в большинстве рекуррентных алгоритмов идентификации для настройки оценок параметров и обладает быстрой сходимостью в окрестность нуля при достаточно простых и практически выполнимых условиях [2]. Это свойство невязки идентификации и определяет высокую скорость и простоту достижения условий адаптируемости в системе [1]. В [2] рассматриваемый подход к адаптивному управлению распространен на нестационарные системы, в [3] – на нелинейные системы.

В [1-3] используется допущение об измеримости первой производной вектора состояния. Такое допущение хотя и позволяет упростить решение задачи, но является не реалистичным с практической точки зрения. Основной задачей данной статьи является устранение названного недостатка.

Рамки решаемой задачи ограничиваются линейными нестационарными динамическими системами с непрерывным временем с параметрической неопределенностью и неконтролируемыми внешними возмущениями.

Для определения условий разрешимости задачи используется метод канонизации матриц [4]. В методе канонизации используются понятия делителей нуля и сводных канонизаторов матриц. Распространим эти понятия на матрицы с функциональными элементами.

Определение. Если для матрицы с функциональными элементами  $\mathbf{Q}(t)$  размером  $n \times m$  и постоянным рангом  $r$  существуют матрицы  $\overline{\mathbf{Q}(t)}^L$ ,  $\overline{\mathbf{Q}(t)}^R$  и  $(\mathbf{Q}(t))^\sim$  рангов  $n-r$ ,  $m-r$  и  $r$  соответственно, такие что при всех значениях  $t$  выполняются тождества

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Q}(t)}^L \mathbf{Q}(t) &= 0, \quad \mathbf{Q}(t) \overline{\mathbf{Q}(t)}^R = 0, \\ \mathbf{Q}(t) (\mathbf{Q}(t))^\sim \mathbf{Q}(t) &= \mathbf{Q}(t), \quad (\mathbf{Q}(t))^\sim \mathbf{Q}(t) (\mathbf{Q}(t))^\sim = (\mathbf{Q}(t))^\sim, \end{aligned}$$

то будем говорить, что матрица  $\mathbf{Q}(t)$  имеет непрерывные делители нуля и сводный канонизатор.

При этом матрицу  $\overline{\mathbf{Q}(t)}^L$  будем называть левым делителем нуля, матрицу  $\overline{\mathbf{Q}(t)}^R$  – правым делителем нуля, а матрицу  $(\mathbf{Q}(t))^\sim$  – сводным канонизатором. Подробную информацию о свойствах делителей нуля и канонизаторов матриц с числовыми элементами можно получить из [4].

**Постановка задачи.** Задан объект управления

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(t)\mathbf{v}(t) + \mathbf{S}(t)\mathbf{w}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{X}^n$  – вектор состояния;  $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{X}^m$  – вектор управления;  $\mathbf{v}(t) \in \mathfrak{X}^l$  – вектор известных возмущений;  $\mathbf{w}(t) \in \mathfrak{X}^s$  – вектор неконтролируемых внешних возмущений;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$  – матрицы заданных размеров, параметры которых являются в общем случае вещественными функциями времени; матрица  $\mathbf{B}$  – полного столбцевого ранга ( $\text{rank } \mathbf{B} = m$ ) с непрерывными делителями нуля и сводным канонизатором; параметры матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$  содержат неопределенность.

Требования к качеству управления формализуются в виде неявной эталонной модели

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_3(t), \quad \mathbf{x}_m(0) = \mathbf{x}_{m0} = \mathbf{x}_0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}_m(t) \in \mathfrak{X}^n$  – вектор состояния эталонной модели;  $\mathbf{u}_3(t) \in \mathfrak{X}^k$  – вектор задающего воздействия;  $\mathbf{A}_m$ ,  $\mathbf{B}_m$  – заданные матрицы с известными вещественными коэффициентами. Матрица  $\mathbf{A}_m$  – гурвицева.

Для адаптируемости системы управления к неопределенностям параметрических и внешних возмущений используется идентификатор, на основе оценок которого определяется закон управления. Перед поступлением в идентификатор вектор факторов  $y(t)^T = \begin{bmatrix} x(t)^T & v(t)^T \end{bmatrix}$  пропускаются через фильтр низких частот

$$f(s)y_F(t) = y(t), \quad f(s) = f_g s^g + f_{(g-1)} s^{g-1} + \dots + 1, \quad F(s) = \frac{1}{f(s)}.$$

Здесь  $s = d/dt$  – оператор дифференцирования по времени. Полином с вещественными коэффициентами  $f(s)$  степени не ниже единицы является гурвицевым. Правым нижним индексом “ $F$ ” будет обозначаться сигнал, пропущенный через фильтр  $F(s)$ .

В качестве алгоритма текущей идентификации используется рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [13], который для рассматриваемого случая имеет вид:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_i y_{Fi}^T \boldsymbol{\Gamma}_i, \quad (3)$$

где  $i$  – квантор времени;  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}} & \hat{\mathbf{L}} \end{bmatrix}$  – блочная матрица оценок параметров;  $y_F^T = \begin{bmatrix} x_F^T & v_F^T \end{bmatrix}$  – блочный вектор факторов;  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathfrak{X}^n$  – вектор невязки идентификации;  $\boldsymbol{\Gamma}_i$  – положительно определенная квадратная матрица коэффициентов усиления идентификатора размером  $n+l$ . Алгоритм для вычисления  $\boldsymbol{\Gamma}_i$  приведен в [5. С. 266]. Ниже будем для простоты считать матрицу  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$  непрерывной, что допустимо при малом шаге дискретизации алгоритма идентификации и низкочастотности объекта управления.

Невязка идентификации  $\boldsymbol{\varepsilon}$  в (4) вычисляется по формулам

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = z(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)y_F(t) - \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_F(t), \quad (4)$$

$$z = sF(s)x = s\mathbf{x}_F = \dot{\mathbf{x}}_F. \quad (5)$$

Здесь  $sF(s)$  – фильтр высоких частот, предназначенный для выделения из сигнала  $x(t)$  низкочастотной составляющей производной  $\dot{x}_F(t)$ . Вычисление сиг-

нала производной  $\dot{x}_F(t)$  необходимо для работы алгоритма идентификации. Заметим, что фильтр  $sF(s)$  – технически реализуем.

Сходимость к истинным значениям оценок параметров достигается при более сложных условиях, чем сходимость к нулю невязки идентификации. Из равенства  $\boldsymbol{\varepsilon}(t) \approx 0$  еще не следует равенства  $\hat{\boldsymbol{\theta}} \approx \boldsymbol{\theta}$ . Будем полагать, что алгоритм текущей идентификации (3), (4) обеспечивает на всем промежутке времени справедливость неравенства

$$|\boldsymbol{\varepsilon}(t)| < \gamma, \quad (6)$$

где  $|\cdot|$  – обозначение векторной нормы,  $\gamma$  – некоторое положительное число, характеризующее требования к алгоритму идентификации. Данное условие нетрудно выполнить на практике за счет выбора соответствующего шага дискретизации и поддержания с помощью фактора забывания нормы матрицы  $\mathbf{\Gamma}$  не ниже некоторого заданного значения. Подробный анализ условий (6) ограниченности невязки  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  приведен в [2].

Для формирования управления  $u(t)$  доступны векторы состояния  $x(t)$ , задающего воздействия  $u_3(t)$ , известных возмущений  $v(t)$ , выдаваемые идентификатором текущие оценки параметров  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ . Необходимо найти условия существования и алгоритм формирования управления системой  $u(x(t), u_3(t), v(t), \hat{\boldsymbol{\theta}})$ , обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|e(t)| < \beta, \quad t \in [0, \infty[, \quad (7)$$

где  $e(t) = x(t) - x_M(t)$  – ошибка слежения за эталонной моделью;  $\beta$  – положительное число, характеризующее заданную точность слежения.

**Основные теоретические результаты** обоснованы в [6]. Приведем их здесь без доказательства.

**Т е о р е м а.** Для объекта управления (1), эталонной модели (2), алгоритма текущей идентификации (3) - (5) при выполнении условий

$$\overline{\mathbf{B}(t)}^L (\mathbf{A}_M - \mathbf{A}(t)) = 0, \quad \overline{\mathbf{B}(t)}^L \mathbf{L}(t) = 0, \quad \overline{\mathbf{B}(t)}^L \mathbf{S}(t) = 0, \quad \overline{\mathbf{B}(t)}^L \mathbf{B}_M = 0, \quad (8)$$

$$\overline{\mathbf{B}(t)}^L (\mathbf{A}_M - \hat{\mathbf{A}}(t)) = 0, \quad \overline{\mathbf{B}(t)}^L \hat{\mathbf{L}}(t) = 0 \quad (9)$$

при использовании закона управления

$$u(t) = \mathbf{B}(t)^+ \left[ (\mathbf{A}_M - \hat{\mathbf{A}}(t)) x_F(t) - \hat{\mathbf{L}}(t) v_F(t) + \mathbf{B}_M u_3(t) \right], \quad (10)$$

динамика ошибки слежения в замкнутой системы описывается уравнением

$$\dot{e} - \mathbf{A}_M e = \Delta \dot{x}_F + \mathbf{A}_M \Delta x_F + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (11)$$

где  $\Delta \dot{x}_F = \mathbf{A}x - (\mathbf{A}x)_F + \mathbf{L}v - (\mathbf{L}v)_F + \mathbf{S}w - (\mathbf{S}w)_F + \mathbf{B}u_F - (\mathbf{B}u)_F$ ,  $\Delta x_F = x - x_F$ .

Условия (8) являются аналогом известных ранговых условий Эрзбергера [4]. Они накладывают ограничения на структуру объекта управления (1) и эталонной модели (2). Проверка их справедливости не требует полной определенности параметров матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{S}$ . Например, если матрица  $\mathbf{B}$  квадратная и невырожденная, то (8) выполняются при любых  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{A}_M$  и  $\mathbf{B}_M$ , так как в этом случае  $\overline{\mathbf{B}}^L = 0$ .

Условия (9) аналогичны первым двум условиям (8), но относятся к выдаваемым идентификатором оценкам параметров.

Из дифференциального уравнения (11) непосредственно сделать вывод о выполнении целевого условия (7) затруднительно. Обратимся к некоторым частным случаям.

Рассмотрим частный случай. Пусть объект управления (1) является низкочастотным и фильтр  $F(s)$  выбран так, что выполняются условия

$$|\mathbf{A}_m \Delta x_F| < \chi_1, \quad t \in [0, \infty[, \quad (12)$$

$$|\Delta \dot{x}_F| < \chi_2, \quad t \in [0, \infty[, \quad (13)$$

где  $\chi_1$  и  $\chi_2$  – положительные числа.

В условиях теоремы при выполнении свойств (12) и (13), а также при диагонализуемой матрице  $\mathbf{A}_m = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{T}$  ( $\mathbf{D}$  – диагональная матрица) норма ошибки слежения за эталонной моделью ограничена неравенством

$$|e(t)| < \frac{\gamma + \chi_1 + \chi_2}{\sigma} \|\mathbf{T}\| \|\mathbf{T}^{-1}\|, \quad t \in [0, \infty[, \quad (14)$$

где  $\sigma$  – степень устойчивости матрицы  $\mathbf{A}_m$ . В этом случае для выполнения целевого условия (7) необходимо обеспечить справедливость неравенства

$$\frac{\gamma + \chi_1 + \chi_2}{\sigma} \|\mathbf{T}\| \|\mathbf{T}^{-1}\| \leq \beta. \quad (15)$$

Добиваться этого можно за счет выбора эталонной модели, настройки алгоритма текущей идентификации, а также выбора фильтра низких частот  $F(s)$ .

**Методика синтеза** применима для объектов управления с полосой пропускания в области низких частот в смысле существования фильтра  $F(s)$ , обеспечивающего справедливость неравенств (12), (13). Она включает этапы:

1. Проверка структурных условий (8). Исходя из их выполнения и требований к системе, определяются параметры эталонной модели  $\mathbf{A}_m$  и  $\mathbf{B}_m$ .
2. Обеспечение мер по выполнению условий (9), которым должны удовлетворять выдаваемые идентификатором оценки параметров.
3. Выбор фильтра  $F(s)$ .
4. Экспериментальная настройка алгоритма идентификации (3)–(5), в качестве которого можно использовать рекуррентный метод наименьших квадратов. Настройка идентификатора осуществляется за счет выбора фильтра  $F(s)$ , фактора забывания из диапазона 0,97...0,99 [5], а также начального значения  $\mathbf{\Gamma}_0$ .
5. Вычисление управления по формуле (10).

**Синтез адаптивных законов управления СУУ** выполнен для маневренного самолета, как с традиционными органами управления, так и с отклоняемым вектором тяги для режимов:

- ◆ сверхманевренности в области закритических углов атаки (кобра Пугачева, разворот Хербста, колокол);
- ◆ точного пилотирования (отработка заданного угла тангажа, заданного крена, боевые развороты с автоматической компенсацией скольжения, заход на посадку на палубу корабля).

В качестве фильтров  $F(s)$  использовались как аналоговые фильтры в виде колебательного звена, так и цифровые КИХ-фильтры (фильтры с короткой импульсной характеристикой). Применение цифровых фильтров не привело к принципиальному улучшению качества управления.

**Результаты численных исследований** соответствуют использованию полной нелинейной модели гипотетического маневренного самолета с отклоняемым вектором тяги, а также моделей летчика, датчиков информации, привода, ветровых возмущений, качки палубы. Исследования проводились как при использовании традиционных органов управления, так и отклоняемого вектора тяги. При всех исследованиях допускалось, что априорная информация об аэродинамических коэффициентах математической модели самолета отсутствует и оценивается с помощью идентификатора. Большинство исследований соответствует условиям значительной нестационарности модели, когда получение точных оценок не возможно.

В качестве примера на рис. 1 приведены результаты моделирования при управлении в боковом канале традиционными органами управления: рулем направления  $\delta_n$  и элеронами  $\delta_s$ . На рис. 1 используются обозначения:  $V$  – воздушная скорость,  $\alpha$  – угол атаки,  $X_k$  – отклонение летчиком ручки управления по крену,  $\beta$  – угол скольжения,  $\gamma$  – угол крена,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  – угловые скорости крена и рыскания, верхний символ “м” указывает на принадлежность параметра эталонной модели.

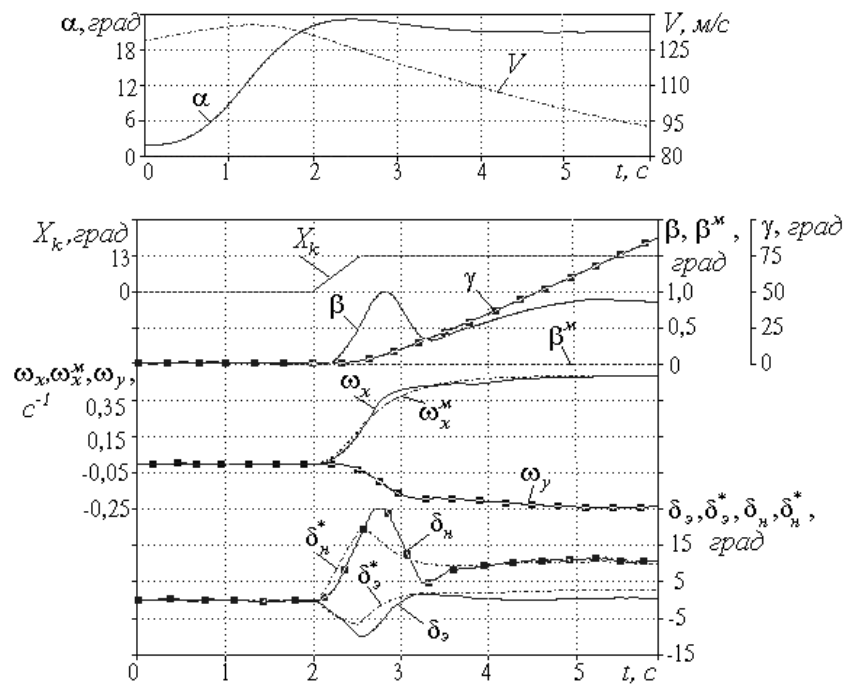


Рис. 1. Вход в боевой разворот с автоматической компенсацией скольжения

Представленные исследования соответствуют случаю, когда летчик ступенчатым отклонением ручки по крену и тангажу создает нормальную перегрузку и угловую скорость крена при вводе самолета в боевой разворот. Считается, что педали остаются в нейтральном положении и показанная на рисунке компенсация скольжения происходит автоматически за счет координированного отклонения руля направления СУУ. Эталонное значение скольжения равно нулю. Фактическое скольжение не превышает одного градуса, что соответствует постоянной ошибке

датчика угла скольжения. Угловая скорость крена близка к эталонной. В качестве  $\delta_n^*$  и  $\delta_\gamma^*$  показаны точные управления рулями, полученные для случая, когда все параметры математической модели самолета известны, вектор состояния измеряется точно, привод идеальный. При управлениях  $\delta_n^*$  и  $\delta_\gamma^*$  движение объекта будет идеально совпадать с эталонным. Как видно, адаптивный закон управления эффективно справляется с возлагаемыми на него функциями.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Буков В.Н., Круглов С.П., Решетняк Е.П. Адаптируемость линейной динамической системы с идентификатором и эталонной моделью // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 3. – С. 99-107.
2. Круглов С.П. Уточнение условий адаптируемости систем управления с идентификатором и эталонной моделью // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 12. – С. 78-91.
3. Бронников А.М., Круглов С.П. Упрощенные условия адаптируемости системы управления с идентификатором и эталонной моделью // Автоматика и телемеханика. – 1998. – № 7. – С. 107-117.
4. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во науч. лит. Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 800 с.
5. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
6. Бронников А.М., Журавлев Д.А., Харьков В.П. Адаптируемость системы управления с идентификатором и эталонной моделью без измерения производной вектора состояния // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2011. – № 1. – С. 10-19.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. В.Х. Пшихопов.

#### **Бронников Андрей Михайлович**

Военный учебно-научный центр ВВС “Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина”.

E-mail: bronnikov\_a\_m@mail.ru.

125190, г. Москва, ул. Планетная, 3.

Тел.: 84992311068.

Кафедра эксплуатации комплексов авиационного оборудования и систем объективного контроля; начальник кафедры; д.т.н.; доцент.

#### **Bronnikov Andrey Mihaylovitch**

Military Uchebno-Centre of Science of the Air Forces “Military-air Academy of Professor N.E. Zhukovsky and J.U.A.Gagarin”.

E-mail: bronnikov\_a\_m@mail.ru.

3, Planetnay Street, Moscow, 125190, Russia.

Phone: +74992311068.

The Department of Peration of Complexes of the Aviation Equipment and Systems of the Objective Control; Chief the Chair; Dr. of Eng. Sc.; Associate Professor.

УДК 519.687.1

**Д.Я. Иванов**

### **МЕТОДЫ РОЕВОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ГРУППАМИ МАЛОРАЗМЕРНЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

*Рассматривается проблема управления группами беспилотных летательных аппаратов. Описаны тенденции развития малоразмерных БПЛА, в частности переход от использования одиночных БПЛА к группам и комплексам БПЛА. В статье приведены основ-*