

**Скляров Андрей Анатольевич**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: s.andrey.88@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: +79612957403.

Кафедра синергетики и процессов управления; аспирант.

**Скляров Сергей Анатольевич**

E-mail: predator86@mail.ru.

Тел.: +79034026114.

Кафедра синергетики и процессов управления; аспирант.

**Scliarov Andrey Anatolevich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: s.andrey.88@mail.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +79612957403.

The Department of Synergetics and Control; Postgraduate Student.

**Scliarov Sergey Anatolevich**

E-mail: predator86@mail.ru.

Phone: +79034026114.

The Department of Synergetics and Control; Postgraduate Student.

УДК 629.7.05. 001.2

**А.А. Колесников, В.А. Кобзев, А.И. Никитин**

**СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЗАКОНОВ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОСАДКИ САМОЛЕТА\***

*Рассматривается синтез законов векторного управления системы автоматической посадки. Вначале проведен подробный анализ этапов посадки самолета и определена структура синтезируемой системы. Для каждого из этапов посадки определены цели управления. Синтез законов управления выполнен методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР). Приведены подробные алгоритмы и соотношения для законов управления, а также результаты моделирования посадки самолета в условиях воздействия возмущений в виде бокового и встречного ветра.*

*Синтез; закон управления; автопилот; синергетическая теория управления; летательный аппарат; математическая модель.*

**A.A. Kolesnikov, V.A. Kobzev, A.I. Nikitin**

**SYNERGETICS SYNTHESIS OF VECTOR CONTROL LAWS FOR AIRCRAFT AUTOMATIC LANDING SYSTEM**

*We consider synthesis of vector control laws for automatic landing system. Firstly, we describe the analysis of landing phases and define the structure of landing system. Then we define control goals for each of landing phases. Control laws were designed by the method of analytical design of aggregated regulators (ADAR). Algorithms and equations for control laws, results of landing computer simulation under condition of wind perturbations are also presented.*

*Synthesis; control law; autopilot; synergetics control theory; aircraft; mathematics model.*

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-08-00252-а).

**1. Анализ основных этапов посадки.** Иерархия регуляторов синтезируемой системы автоматической посадки. Процесс посадки можно разбить на следующие основные этапы (рис. 1):

1. Выход на продольную ось взлетно-посадочной полосы (ВПП).
2. Снижение по глиссаде ( $\theta_{mp} = \text{const}$ ).
3. Выравнивание (уменьшение вертикальной и горизонтальной составляющих скорости до посадочных значений).
4. Парирование углов сноса и крена непосредственно перед приземлением.
5. Послепосадочный пробег и руление по ВПП.

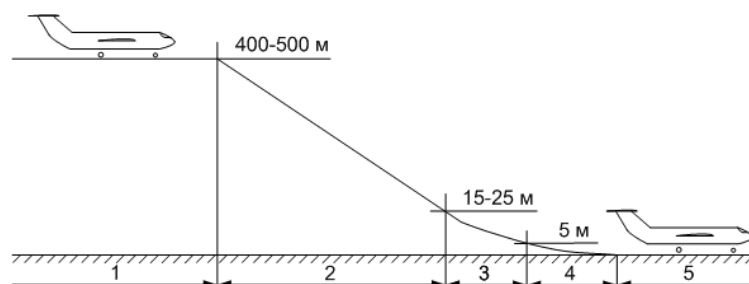


Рис. 1

Рассмотрим более подробно каждый из этапов посадки. На первом этапе самолет независимо от начального курса выводится на продолжение продольной оси ВПП. Необходимый при этом разворот в горизонтальной плоскости может быть либо координированным (без скольжения, так называемый правильный вираж) либо плоским (так называемый разворот «блинчиком»). При выполнении координированного разворота с креном боковая сила (в нормальной системе координат) образуется за счет составляющей подъемной силы. Канал руля направления используется в этом случае для устранения возникающего скольжения и представляет собой либо автомат бокового управления (АБУ), либо демпфер рыскания. Таким образом, основное управление осуществляется элеронами, отклонение которых изменяет угол крена самолета. Канал элеронов для выполнения координированного разворота должен содержать контур стабилизации заданного угла крена и задатчик крена, вырабатывающий соответствующий сигнал  $\gamma_0$  в зависимости от разности текущего и заданного курса. Автопилоты с таким алгоритмом управления получили название автопилотов перекрестной схемы [1]. При плоском развороте, как уже указывалось, боковая сила возникает за счет угла скольжения, вызванного отклонением руля направления. Время выполнения и радиус разворота при выполнении правильного виража значительно меньше, чем при плоском развороте, однако воздействие ветра приводит к возникновению статических ошибок. Устранение этих ошибок возможно при плоском повороте путем создания угла сноса, компенсирующего действие бокового ветра. В синтезируемой системе логично совместить достоинства обоих способов выполнения разворота в горизонтальной плоскости.

На втором этапе посадки осуществляется захват глиссады и снижение по ней до высоты 25–15 м. Траектория глиссады жестко фиксирована в пространстве и формируется радиотехническими средствами (курсовой и глиссадный радиомаяки либо устройства глобального позиционирования). Кроме того, необходимо снизить, а затем выдерживать воздушную скорость на уровне скорости захода на посадку.

Управление самолетом на третьем этапе представляет наибольшую сложность. Основными задачами продольного управления на этом этапе (выравнива-

ния) являются уменьшение вертикальной скорости  $\dot{H}$  до допустимых значений ( $-0,3 \div -0,6$  м/с) и контакт с ВПП с минимальным разбросом по дальности. В процессе выравнивания самолет движется по криволинейной траектории, сопрягающей глиссаду и прямую, параллельную или имеющую малый наклон к земной поверхности. Наибольшее распространение на практике получила экспоненциальная траектория выравнивания с асимптотой, лежащей несколько ниже поверхности ВПП. Причем траектория эта формируется путем задания зависимости вертикальной скорости от текущей высоты (так называемая «нежесткая» траектория).

Управление боковым движением на третьем этапе не имеет никаких особенностей. Однако на четвертом этапе примерно с высоты 5 метров необходимо устранить угол сноса и крен самолета (угол сноса – угол между векторами воздушной и путевой скорости). Намного сместиться по боковой координате  $z$  под воздействием ветра за оставшееся до приземления время самолет не сможет, а касание ВПП с углом сноса или с большим креном недопустимо.

На пятом этапе при посадке на сухопутную ВПП отклоняются тормозные щитки и интерцепторы для сокращения дистанции пробега.

Очевидно, что автоматизация посадки требует решения как задачи управления траекторией движения самолета в пространстве, так и решения задачи управления угловым положением самолета. Для самолетов классической аэродинамической компоновки изменение подъемной и боковой силы (т.е. управление траекторией полета) возможно в основном лишь опосредовано, через изменение его углового положения относительно воздушного потока. С учетом этого обстоятельства синтезируемая система управления должна иметь как минимум двухуровневую иерархическую структуру (рис. 2.). На нижнем уровне находятся локальные регуляторы, непосредственно управляющие рулевыми поверхностями и рычагом управления двигателем (РУД). С их помощью достигается заданная угловая ориентация самолета в пространстве и относительно набегающего воздушного потока, а также заданное значение тяги двигателя. Уставкой для них являются сигналы с регулятора верхнего уровня, формирующего значения углов тангажа, крена и рыскания, необходимых для достижения заданной траектории полета, а также тяги двигателя в зависимости от заданной линейной скорости перемещения центра масс (ЦМ) самолета.

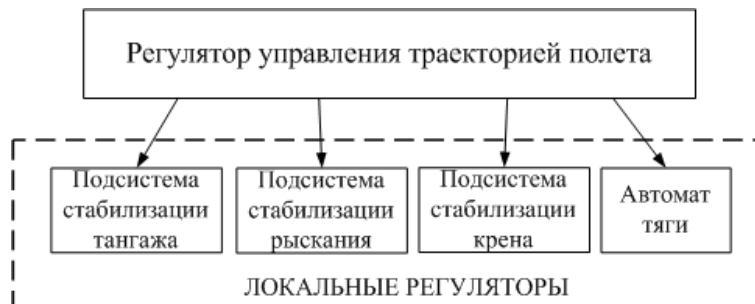


Рис. 2

## 2. Синтез закона управления для подсистемы стабилизации угла тангажа.

Синтезируем закон управления для подсистемы стабилизации угла тангажа самолета. Для рассматриваемой задачи будем полагать, что углы крена и рыскания малы, а соответствующие им угловые скорости и ускорения близки к нулю. В этом случае можно ограничиться рассмотрением уравнений углового движения в продоль-

ной плоскости. Гироскопический момент от вращающихся частей двигателя также мал. С учетом этих допущений, объект управления описывается уравнениями [2]

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z(t) &= \frac{1}{I_z} M_z; \\ \dot{\vartheta}(t) &= \omega_z,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $I_z$  – момент инерции летательного аппарата (ЛА) относительно соответствующей оси;  $M_z$  – момент тангажа;  $\omega_z$  – угловая скорость вращения ЛА,  $\vartheta$  – угол тангажа.

Управление самолетом осуществляется путем отклонения руля высоты, что приводит к изменению величины момента  $M_z$ . Последний определяется по формуле  $M_{za} = m_z q S b_A$ , где  $S$  – площадь крыла самолета,  $b_A$  – средняя аэродинамическая хорда крыла,  $q$  – скоростной напор, определяемый формулой  $q = \frac{\rho V^2}{2}$ , в которой  $\rho$  – плотность воздуха, зависящая от высоты полета  $H$ . Формализуем выражение для коэффициента продольного момента  $m_z$  в виде

$$m_z = m_z^\alpha \cdot \alpha + m_{z_{PB}}^{\delta_{PB}} \cdot \delta_{PB} + m_z^{\bar{\omega}} \cdot \frac{\omega_z b}{V} a + \sum \Delta m_{zi}, \quad (2)$$

где  $\sum \Delta m_{zi}$  – сумма всех добавок, кроме добавки от изменения значения угла атаки крыла  $\alpha$ , от изменения положения РВ  $\delta_{PB}$  ( $m_{z_{PB}}^{\delta_{PB}}$  – соответствующая производная) и добавки от изменения безразмерной угловой скорости  $\frac{\omega_z b}{V}$  ( $m_z^{\bar{\omega}}$  – производная изменения  $m_z$  по безразмерной угловой скорости).

Для рассматриваемой задачи технологическим инвариантом является требование сведения к нулю разности между фактическим и заданным углом тангажа:  $\vartheta - \vartheta_0 = 0$ . Будем считать, что в (2) конкретное значение  $\sum \Delta m_{zi}$  неизвестно и является параметрическим возмущением в виде некоторой константы. В этом случае, согласно методу АКАР [3,4], дополним исходную систему моделью параметрических возмущений. Тогда модель системы, необходимая для синтеза управления, примет вид

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z(t) &= \frac{q S b a}{I_z} \left( m_z^\alpha \cdot \alpha + m_{z_{PB}}^{\delta_{PB}} \delta_{PB} + m_z^{\bar{\omega}} \cdot \frac{\omega_z b}{V} a + z \right), \\ \dot{\vartheta}(t) &= \omega_z, \\ \dot{z}(t) &= \eta(\vartheta - \vartheta_0),\end{aligned}\quad (3)$$

где  $z$  – координата модели возмущения,  $\eta$  – константа.

Далее для системы (3) вводим следующее многообразие:

$$\Psi = \omega_z + B(\vartheta - \vartheta_0) + z. \quad (4)$$

В соответствии с процедурой метода АКАР макропеременная  $\Psi$  должна удовлетворять функциональному уравнению вида

$$T\dot{\Psi}(t) + \Psi = 0, \quad (5)$$

где  $T > 0$  – постоянная времени. Фактически эта постоянная определяет время перевода системы на финишное многообразие. Конкретное значение  $T$  выбирается из условий получения желаемого вида переходного процесса и составляет величину порядка  $0,01 \div 0,05$  с.

Используя (3) и (4), решаем уравнение (5) относительно  $\delta_{PB}$ . В результате проделанных вычислений получим следующее выражение для закона управления:

$$\begin{aligned} \delta_{PB} &= i_\alpha \alpha + i_\omega \omega_z + i_\vartheta (\vartheta - \vartheta_0) + i_z z, \\ z &= \int \eta (\vartheta - \vartheta_0) dt, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } i_\alpha = -\frac{m_z^\alpha}{m_{zPB}^{\delta_{PB}}}, \quad i_\omega = -\left( \frac{1}{V} \cdot \frac{b_a m_z^{\bar{\omega}}}{m_{zPB}^{\delta_{PB}}} + \frac{I_z}{TSq b_a m_{zPB}^{\delta_{PB}}} (TB + 1) \right), \quad i_\vartheta = -\frac{I_z (T\eta + B)}{TSq b_a m_{zPB}^{\delta_{PB}}},$$

$$i_z = -\left( \frac{1}{m_{zPB}^{\delta_{PB}}} + \frac{I_z}{TSq b_a m_{zPB}^{\delta_{PB}}} \right).$$

Значения констант  $B$  и  $\eta$  выбираются из условия устойчивости декомпозированной системы:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}(t) &= -\vartheta - Bz, \\ \dot{z}(t) &= \eta \vartheta. \end{aligned}$$

**3. Синтез законов управления для подсистем стабилизации крена и рыскания.** Перейдем к решению ещё одной из обозначенных выше задач синтеза локальных регуляторов системы автоматической посадки, а именно: синтезируем законы для подсистем стабилизации углов крена и рыскания. Цели управления можно формализовать в виде следующих соотношений:

$$\gamma - \gamma_0 = 0, \quad \psi - \psi_0 = 0. \quad (7)$$

Управление самолетом по крену осуществляется элеронами. В качестве органа управления углом рыскания используем РН. Следует отметить, что при таком разделении задач по органам управления и  $\gamma_0 = 0$  синтезируемая система является автопилотом плоского разворота, использование которого, как уже указывалось, необходимо непосредственно перед приземлением. Задача сводится к синтезу двух законов управления: закона управления элеронами, для выдерживания заданного угла крена, и закона управления РН для выдерживания заданного угла рыскания. Таким образом, для синтеза управления понадобятся четыре уравнения, описывающие движение по крену и рыскание. Исходная система для синтеза управлений (в форме Коши) примет вид [2]

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_x &= \frac{1}{I_x} \left( M_x - (I_z - I_y) \omega_y \omega_z \right), \\
\dot{\omega}_y &= \frac{1}{I_y} \left( M_y - (I_x - I_z) \omega_x \omega_z \right), \\
\dot{\psi} &= \frac{1}{\cos(\vartheta)} (\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)), \\
\dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg}(\vartheta) (\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)),
\end{aligned} \tag{8}$$

где  $I_x, I_y$  – моменты инерции ЛА относительно соответствующих осей;  $M_x$  – момент крена;  $M_y$  – момент рыскания;  $\omega_x, \omega_y$  – угловые скорости вращения ЛА,  $\gamma$  – угол крена и  $\psi$  – угол рыскания.

Отклонение элеронов приводит к изменению величины момента  $M_x$ , который определяется по формуле

$$M_x = m_x q S L_{кр}. \tag{9}$$

Здесь  $L_{кр}$  – размаха крыла,  $m_x$  – коэффициент момента крена, который зависит от угла скольжения  $\beta$ , угла отклонения элеронов  $\delta_{эл}$  и безразмерных величин  $\frac{\omega_x L_{кр}}{2V}$ ,  $\frac{\omega_y L_{кр}}{2V}$ :

$$m_x = m_x^\beta \beta + m_x^{\delta_{эл}} \delta_{эл} + m_x^{\bar{\omega}_x} \frac{\omega_x L_{кр}}{2V} + m_x^{\bar{\omega}_y} \frac{\omega_y L_{кр}}{2V}, \tag{10}$$

где  $m_x^{\delta_{эл}}$  – производная изменения добавки по отклонению элеронов,  $m_x^\beta$  – производная изменения  $m_x$  от угла скольжения,  $m_x^{\bar{\omega}_x}$  и  $m_x^{\bar{\omega}_y}$  – вращательные производные.

Выражения для момента рыскания  $M_y$  аналогичны формулам (9), (10) и имеют вид

$$M_y = m_y q S L_{кр}, \tag{11}$$

$$m_y = m_y^\beta \beta + m_y^{\delta_{рн}} \delta_{рн} + m_y^{\bar{\omega}_x} \frac{\omega_x L_{кр}}{2V} + m_y^{\bar{\omega}_y} \frac{\omega_y L_{кр}}{2V}, \tag{12}$$

где  $m_y^{\delta_{рн}}$  – производная изменения добавки по отклонению РН,  $m_y^\beta$  – производная изменения  $m_y$  от угла скольжения,  $m_y^{\bar{\omega}_x}$  и  $m_y^{\bar{\omega}_y}$  – вращательные производные.

Синтезируемая система должна быть инвариантна по отношению к возмущениям в виде бокового ветра. В этом случае необходимо дополнить исходную модель (8) моделью возмущений. Кроме того, для рассматриваемой задачи влиянием величин  $\omega_z$  и  $\vartheta$  в уравнениях (8) можно пренебречь, а для угла крена считать  $\cos(\gamma) \approx 1$ . Тогда из исходной системы (8) для синтеза законов управления с учетом (9), (10) и (11), (12) получим две автономные системы:

$$\dot{\omega}_x = \frac{1}{I_x} \left( \left( m_x \beta + m_x \delta_{\text{эл}} + m_x \bar{\omega}_x \frac{\omega_x L_{\text{кр}}}{2V} + m_x \bar{\omega}_y \frac{\omega_y L_{\text{кр}}}{2V} \right) qSL_{\text{кр}} + z_1 \right),$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x,$$

$$\dot{z}_1 = \eta_1(\gamma - \gamma_0)$$
(13)

и

$$\dot{\omega}_y = \frac{1}{I_y} \left( \left( m_y \beta + m_y \delta_{\text{рн}} + m_y \bar{\omega}_x \frac{\omega_x L_{\text{кр}}}{2V} + m_y \bar{\omega}_y \frac{\omega_y L_{\text{кр}}}{2V} \right) qSL_{\text{кр}} + z_2 \right),$$

$$\dot{\psi} = \omega_y,$$

$$\dot{z}_2 = \eta_2(\psi - \psi_0),$$
(14)

где  $z_1, z_2$  – координаты модели возмущения,  $\eta_1, \eta_2$  – константы.

Далее для системы уравнений (13) вводим многообразие

$$\Psi_1 = \omega_x + B_1(\gamma - \gamma_0) + z_1, \quad (15)$$

а для системы (14) многообразие

$$\Psi_2 = \omega_y + B_2(\psi - \psi_0) + z_2. \quad (16)$$

В соответствии с процедурой метода АКАР макропеременные  $\Psi_1, \Psi_2$  должны удовлетворять функциональным уравнениям

$$T_1 \dot{\Psi}_1(t) + \Psi_1 = 0, \quad (17)$$

$$T_2 \dot{\Psi}_2(t) + \Psi_2 = 0, \quad (18)$$

где  $T_1 > 0, T_2 > 0$  – постоянные времени.

Используя (13) и (15), решаем уравнение (17) относительно  $\delta_{\text{эл}}$ . В результате проделанных вычислений получим следующее выражение для закона управления:

$$\delta_{\text{эл}} = i_\beta \beta + i_{\omega_x} \omega_x + i_{\omega_y} \omega_y + i_\gamma (\gamma - \gamma_0) + i_z z_1, \quad (19)$$

$$\text{где } i_\beta = -\frac{m_x \beta}{m_x \delta_{\text{эл}}}, \quad i_{\omega_x} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{L_{\text{кр}} m_x \bar{\omega}_x}{2m_x \delta_{\text{эл}}} - \frac{I_x}{T_1 m_x \delta_{\text{эл}} SL_{\text{кр}} q}, \quad i_{\omega_y} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{L_{\text{кр}} m_x \bar{\omega}_y}{2m_x \delta_{\text{эл}}},$$

$$i_\gamma = -\frac{I_x (B_1 - 3T_1 \eta_1)}{T_1 m_x \delta_{\text{эл}} SL_{\text{кр}} q}, \quad i_z = -\frac{T_1 - T_1 B_1 I_x + I_x}{T_1 m_x \delta_{\text{эл}} SL_{\text{кр}} q}.$$

Значения констант  $B_1$  и  $\eta_1$  определяются из условия устойчивости декомпозированной системы:

$$\dot{\gamma}(t) = -B_1 \gamma - z_1, \quad \eta_1 = p_1^2, \quad B_1 = 2p_1.$$

$$\dot{z}_1(t) = \eta_1 \gamma$$

Параметры  $p_1 > 0$  и  $p_2 > 0$  выбираем таким образом, чтобы обеспечить необходимые динамические свойства системы. С учетом (14) и (16) решаем уравнение (18) относительно  $\delta_{\text{рн}}$ . В результате получим закон управления РН:

$$\delta_{\text{рн}} = i_\beta \beta + i_{\omega_y} \omega_y + i_{\omega_x} \omega_x + i_\psi (\psi - \psi_0) + i_z z, \quad (20)$$

$$\text{где } \dot{i}_\beta = -\frac{m_y^\beta}{m_y^{\delta_{PH}}}, \quad \dot{i}_{\omega_y} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{L_{кр} m_y^{\bar{\omega}_y}}{2m_y^{\delta_{PH}}} - \frac{I_y}{T_2 m_y^{\delta_{PH}} S L_{кр} Q}, \quad \dot{i}_{\omega_x} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{L_{кр} m_y^{\bar{\omega}_x}}{2m_y^{\delta_{PH}}},$$

$$\dot{i}_\psi = -\frac{I_y (B_2 - 3T_2 \eta_2)}{T_2 m_y^{\delta_{PH}} S L_{кр} Q}, \quad \dot{i}_z = -\frac{T_2 - T_2 B_2 I_y + I_y}{T_2 m_y^{\delta_{PH}} S L_{кр} Q}.$$

Значения констант  $B_2$  и  $\eta_2$  также определяются из условия устойчивости декомпозированной системы.

**4. Синтез законов для векторного регулятора управления траекторией полета.** Синтезируем регулятор управления траекторией полета. Наиболее удобной формой записи уравнений движения ЦМ самолета для синтеза управления в данном случае являются уравнения движения в траекторной СК [2]:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{1}{m} (P_{\delta\sigma} \cos(\alpha + \varphi_p) \cos(\beta) - X - mg \sin \theta_{mp}); \\ \dot{\theta}_{mp}(t) &= \frac{1}{mV} (P_{\delta\sigma} [\sin(\alpha + \varphi_p) \cos(\gamma_c) + \cos(\alpha + \varphi_p) \sin(\beta) \sin(\gamma_c)] + \\ &+ Y \cos(\gamma_c) - Z \sin(\gamma_c) - mg \cos(\theta_{mp})); \\ \dot{\Psi}_{mp}(t) &= \frac{1}{mV \cos(\theta_{mp})} (P_{\delta\sigma} [\cos(\alpha + \varphi_p) \sin(\beta) \cos(\gamma_c) - \sin(\alpha + \varphi_p) \sin(\gamma_c)] - \\ &- Y \sin(\gamma_c) + Z \cos(\gamma_c)), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\theta_{тр} = \vartheta - \alpha$  – угол наклона траектории,  $\psi_{тр} = \psi - \beta$  – угол поворота траектории,  $\gamma_c$  – угол крена в траекторной системе координат,  $\varphi_p$  – угол установки двигателя,  $m$  – масса самолета,  $X$  – сила лобового сопротивления,  $Y$  – подъемная сила,  $Z$  – боковая сила,  $P_{\delta\sigma}$  – сила тяги двигателя.

Систему (21) также следует дополнить кинематическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{H}(t) &= V \theta_{тр}; \\ \dot{z}(t) &= -V \sin(\Psi_{тр}). \end{aligned} \quad (22)$$

В приведенных уравнениях  $H$  – высота полета,  $z$  – боковое смещение самолета от оси ВПП. Первый этап синтеза – формализация технологических инвариантов или целей управления. Для каждого из этапов посадки они различны, о чем уже упоминалось. Для первого и второго этапов посадки цели управления имеют общий вид:

$$V - V_0 = 0, \quad H - H_0 = 0, \quad z - z_0 = 0.$$

Различие заключается лишь в том, что на первом этапе  $H_0 = \text{const}$ , а на втором  $H_0 = l \cdot \theta_{тр}$ , где  $l$  – дальность до глиссадного радиомаяка (а в общем случае, до точки пересечения глиссады и поверхности земли). В качестве траектории выравнивания принимаем «нежесткую». Тогда на третьем этапе управлять в продольном канале необходимо уже не высотой, а вертикальной скоростью  $\dot{H}$ . С учетом первого уравнения системы (22) запишем:



$$V - V_0 = 0;$$

$$\theta_{mp} - \frac{1}{V} \left[ (H - H_{ин}) / T + V_{yg.зад} \right] = 0, \quad (23)$$

где  $H_{ин}$  – высота между ЦМ и нижней точкой обжатого шасси;  $V_{yg.зад}$  – заданное значение горизонтальной скорости при касании ВПП.

Цели управления на третьем этапе в боковом канале не меняются. На четвертом этапе от системы управления требуется только исправить угловое положение самолета в пространстве непосредственно перед приземлением, поэтому к инвариантам (23) добавляются уравнения (7).

Из анализа целей и требования гибкости системы (легкости переключения на другие цели) логично будет синтезировать в продольном канале управление вертикальной скоростью (точнее углом наклона траектории), а для управления высотой отдельно синтезировать регулятор более высокого уровня. Этот регулятор будет вырабатывать величину необходимого угла наклона траектории в зависимости от текущей высоты, т.е. формировать уставку. Синтезируемая система должна обладать астатизмом по отношению к воздействию ветра. Дополним, согласно методу АКАР, исходную модель моделью возмущений в виде  $\dot{\tilde{z}} = \eta(\theta_{тр} - \theta_{тр.зад})$ .

Угол наклона траектории  $\theta_{тр}$ , равно как и величина  $\alpha + \varphi_p$ , обычно не велики и можно принять, что  $\sin(\theta_{тр}) = \theta_{тр}$ ,  $\cos(\theta_{тр}) = 1$ ,  $\sin(\alpha + \varphi_p) = \alpha + \varphi_p$ ,  $\cos(\alpha + \varphi_p) = 1$ . Предполагается, что разворот в горизонтальной плоскости является координированным и выполняется без скольжения ( $\beta = 0$ ). С учетом этих допущений исходная для синтеза система примет более простой вид:

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{m} (P_{дв} - Sq(C_x^\alpha \alpha + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 + \tilde{z}) - mg\theta_{тр});$$

$$\dot{\theta}_{тр}(t) = \frac{1}{mV} \left[ (P_{дв}(\alpha + \varphi_p + \tilde{z}) + SqC_y^\alpha(\alpha + \tilde{z})) \cos(\gamma_c) - mg \right];$$

$$\dot{\Psi}_{тр}(t) = \frac{-\sin(\gamma_c)}{mV} (P_{дв}(\alpha + \varphi_p + \tilde{z}) + SqC_y^\alpha(\alpha + \tilde{z})); \quad (24)$$

$$\dot{z}(t) = -V \sin(\Psi_{тр});$$

$$\dot{\tilde{z}} = \eta(\theta_{тр} - \theta_{тр.зад}).$$

Искомые управлениями в системе (24) являются угол атаки  $\alpha$ , угол крена  $\gamma_c$  и тяга двигателя  $P_{дв}$ . Физически, конечно, управление осуществляется рулем высоты, элеронами и РУД. Отклонение РВ изменяет угол тангажа и угол атаки, отклонение элеронов изменяет угол крена, а изменение значения сектора РУД, в свою очередь, приводит к изменению  $P_{дв}$ .

Вводим для рассматриваемой системы следующие макропеременные:

$$\psi_1 = V - V_0, \quad (25)$$

$$\psi_2 = \theta_{тр} - \theta_{тр.зад} + B\tilde{z}, \quad (26)$$

$$\psi_3 = \Psi_{тр} - \varphi, \quad (27)$$

где  $B$  – константа,  $\varphi$  – внутреннее управление.

После декомпозиции поведение исходной системы описывается двумя автономными уравнениями:

$$\dot{z} = -V_0 \sin(\varphi), \quad (28)$$

$$\dot{\tilde{z}} = -B\eta \tilde{z}. \quad (29)$$

Условие устойчивости уравнения (29):  $B\eta > 0$ . Для уравнения (28) вводим макропеременную вида  $\psi_4 = z - z_0$ .

Все макропеременные должны удовлетворять функциональным уравнениям вида (5). Решая такое уравнение для  $\psi_4$ , находим внутреннее управление  $\varphi$ :

$$\varphi = \arcsin(\xi), \quad \xi = \begin{cases} -1, & \frac{z - z_0}{T_4 V_0} < -1, \\ \frac{z - z_0}{T_4 V_0}, & -1 \leq \frac{z - z_0}{T_4 V_0} \leq 1, \\ 1, & \frac{z - z_0}{T_4 V_0} > 1, \end{cases} \quad (31)$$

где  $T_4$  – постоянная времени. В (31) предполагается, что ордината функции  $\varphi = \arcsin(\xi)$  однозначно определена на интервале  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ . Физическая интерпретация полученного внутреннего управления  $\varphi$  такова: при значительном удалении по координате  $Z$  самолет ложится на курс, близкий к  $90^\circ$  по отношению к оси  $OZ$  выбранной СК, а затем, по мере приближения к  $Z_0$ , разворачивается и летит уже параллельно (или вдоль) оси  $OZ$ .

Макропеременные  $\psi_2, \psi_3$ , в свою очередь, должны удовлетворять функциональным уравнениям

$$T_2 \dot{\Psi}_2(t) + \Psi_2 = 0, \quad T_3 \dot{\Psi}_3(t) + \Psi_3 = 0. \quad (32)$$

Подставив в (32) соответственно выражения (26) и (27), а также второе и третье уравнения динамики системы (24), получим два уравнения, содержащие неизвестные управления  $P_{ос}$ ,  $\alpha$  и  $\gamma_c$ :

$$T_2 \left[ \frac{1}{mV} \left( (P_{ос}(\alpha + \varphi_p + \tilde{z}) + Sq(C_y^\alpha \alpha + \tilde{z})) \cos(\gamma_c) - mg \right) + B\eta(\theta_{mp} - \theta_{mp,зад}) \right] + \quad (33)$$

$$+ \theta_{mp} - \theta_{mp,зад} + B\tilde{z} = 0;$$

$$T_3 \left[ \frac{V \sin(\Psi_{mp})}{T_4 V_0 \sqrt{1 - \xi^2}} - \frac{\sin(\gamma_c)}{mV} (P_{ос}(\alpha + \varphi_p + \tilde{z}) + Sq(C_y^\alpha \alpha + \tilde{z})) \right] + \quad (34)$$

$$+ \Psi_{mp} - \varphi = 0.$$

Помножив (33) на  $T_3 \sin(\gamma_c)$ , а (34) на  $T_2 \cos(\gamma_c)$  и сложив эти выражения, получим уравнение, содержащее только  $\gamma_c$ :

$$-\frac{1}{V}(T_2 T_3 g \sin(\gamma_c)) + T_3 B \eta \sin(\gamma_c)(T_2 + 1)(\theta_{mp} - \theta_{mp.зад}) + T_3 B \tilde{z} \sin(\gamma_c) + T_2 \cos(\gamma_c) \left[ \frac{T_3 V \sin(\psi_{mp})}{T_4 V_0 \sqrt{1 - \xi^2}} + \psi_{mp} - \varphi \right] = 0. \quad (35)$$

Решая (35) относительно  $\gamma_c$ , получим выражение для управления по крену:

$$\gamma_c = -\arctg \left[ \frac{T_2 V \left( T_3 V \sin(\psi_{mp}) + \psi_{mp} T_4 V_0 \sqrt{1 - \xi^2} - \varphi T_4 V_0 \sqrt{1 - \xi^2} \right)}{T_3 T_4 V_0 \left( V(T_2 B \eta + 1)(\theta_{mp} - \theta_{mp.зад}) - T_2 g + V B \tilde{z} \right) \sqrt{1 - \xi^2}} \right]. \quad (36)$$

Макропеременная  $\Psi_1$  должна удовлетворять функциональному уравнению

$$T_1 \dot{\Psi}_1(t) + \Psi_1 = 0. \quad (37)$$

Из (37), используя уравнение (25) и первое уравнение системы (24), получим:

$$\frac{T_1}{m} \left[ P_{\partial s} - S q (C_x^\alpha \alpha + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 + \tilde{z}) - m g \theta_{тр} \right] + V - V_0 = 0, \text{ откуда выражение для искомого управления равно}$$

$$P_{\partial s} = S q (C_x^\alpha \alpha + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 + \tilde{z}) + m g \theta_{тр} - \frac{m}{T_1} (V - V_0). \quad (38)$$

Уравнение (38) содержит неизвестное управление  $\alpha$ . Для его нахождения подставим (38) в (33). В результате получим кубическое уравнение, общий вид которого

$$k_3 \alpha^3 + k_2 \alpha^2 + k_1 \alpha + k_0 = 0, \quad (39)$$

где

$$k_0 = T_2 \left[ \left( \left( \left( S q \tilde{z} + m g \theta_{mp} - \frac{m}{T_1} (V - V_0) \right) (\varphi_p + \tilde{z}) + S q \tilde{z} \right) \cos(\gamma_c) - m g \right) / m V + B \eta (\theta_{mp} - \theta_{mp.зад}) \right] + \theta_{mp} - \theta_{mp.зад} + B \tilde{z};$$

$$k_1 = \frac{T_2}{m V} \left( S q \tilde{z} + m g \theta_{тр} - \frac{m}{T_1} (V - V_0) + S q C_x^\alpha (\varphi_p + \tilde{z}) + S q C_y^\alpha \right) \cos(\gamma_c);$$

$$k_2 = \frac{T_2}{m V} \left[ S q \left( C_x^{\alpha^2} (\varphi_p + \tilde{z}) + C_x^\alpha \right) \right] \cos(\gamma_c); \quad k_3 = \frac{T_2 S q C_x^{\alpha^2}}{m V} \cos(\gamma_c).$$

Найти аналитическое решение уравнения (39) возможно методом Кардано. В результате получим три корня, два из которых комплексные и не подходят по физическому смыслу задачи. Третье решение, в области действительных чисел, имеет вид

$$\begin{aligned}
\alpha = & \frac{1}{6k_3} (36k_1k_2k_3 - 108k_0k_3^2 - 8k_2^3 + \\
& + 12k_3 \sqrt{3(4k_1^3k_3 - k_1^2k_2^2 - 18k_0k_1k_2k_3 + 27k_0^2k_3^2 + 4k_0k_2^3)})^{1/3} + \\
& + \frac{2}{3k_3} (k_2^2 - 3k_1k_3) / (36k_1k_2k_3 - 108k_0k_3^2 - 8k_2^3 + \\
& + 12k_3 \sqrt{3(4k_1^3k_3 - k_1^2k_2^2 - 18k_0k_1k_2k_3 + 27k_0^2k_3^2 + 4k_0k_2^3)})^{1/3} - \frac{k_2}{3k_3}.
\end{aligned} \tag{40}$$

Естественно, необходимо ввести ограничение требуемого угла атаки, определяемого выражением (40), величиной на  $2-3^\circ$  меньше угла сваливания. В результате синтеза векторного регулятора управления траекторией полета были получены три закона управления (36), (38) и (40), которые формируют уставки для регуляторов нижнего уровня. Связь между регуляторами верхнего и нижнего уровня в продольном канале осуществляется на основе известного геометрического соотношения между углами:  $\vartheta_0 = \theta_{тр} + \alpha - \varphi_{закл}$ , где  $\varphi_{закл}$  – угол заклинения крыла.

Для полного решения поставленной задачи необходимо ещё синтезировать регулятор, формирующий значение угла наклона траектории в зависимости от заданной и текущей высот полета, а также автомат тяги. Синтез этих регуляторов также выполнен методом АКАР и в статье не приводится.

**5. Моделирование системы “самолет-автопилот” при посадке в условиях ветровых возмущений.** Для комплексной проверки предложенных выше алгоритмов управления самолетом при посадке была проведена серия численных экспериментов на компьютерной модели пространственного движения самолета-амфибии Бе-200 [5]. Также целью экспериментов была оценка робастности системы по отношению к различным внешним возмущениям в виде порывов ветра на различных этапах посадки. На рис. 4–9 в качестве иллюстрации приведены графики изменения положения рулевых поверхностей, а также остальных переменных состояния в ходе выполнения захода на посадку и непосредственно при посадке модели самолета-амфибии Бе-200 в условиях воздействия постоянного бокового ветра (5 м/с). Удаление от торца ВПП, принятого за начало координат, составляло 15 км, начальное боковое смещение от оси ВПП – 1 км, начальная высота полета – 400 м. Самолет при включении автопилота шел курсом, параллельным курсу на ВПП.

При включении автопилота самолет накрывается в сторону разворота (рис. 6). Затем для устранения возникшего рассогласования между курсом самолета и курсом на ВПП самолет накрывается в противоположную сторону.

После того как самолет вышел на продолжение оси ВПП, полет продолжается с малым углом крена, а руль направления создает угол скольжения, компенсирующий действие бокового ветра (рис. 5). Высота полета поддерживается постоянной – 400 м (рис. 9). Затем происходит захват глиссады и снижение по ней вплоть до высоты 15 м. Фрагмент этого этапа полета приведен на рис. 3. Слева на рис. 3 приведено положение самолета в пространстве в соответствующий момент времени и траектория его полета (масштаб графика по осям искажен), а справа – положение самолета относительно нормальной системы координат.

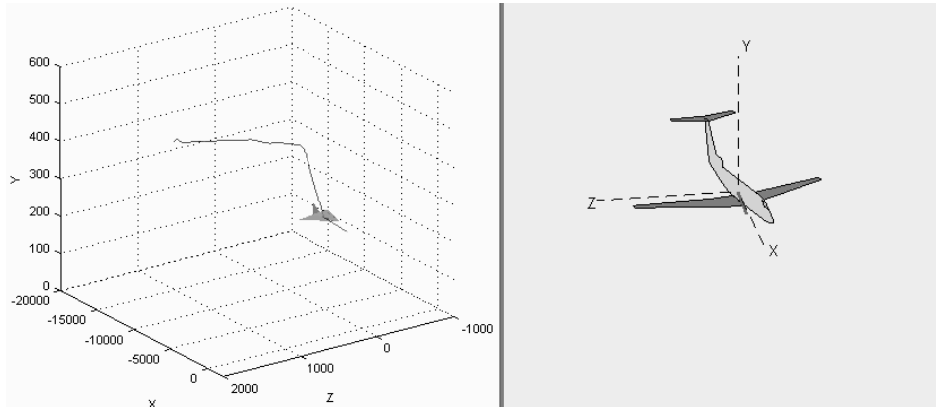


Рис. 3

На четвертом этапе посадки, непосредственно перед приземлением, крен и угол рыскания полностью устраняются, что видно из рис. 5 и 6. Как видно из рис. 9, самолет после приземления имеет очень небольшое боковое смещение ( $z \approx 4 \text{ м}$ ). Само приземление произошло «мягко», с приемлемым значением вертикальной скорости ( $V_{yg} \approx -2,4 \text{ м/с}$ ).

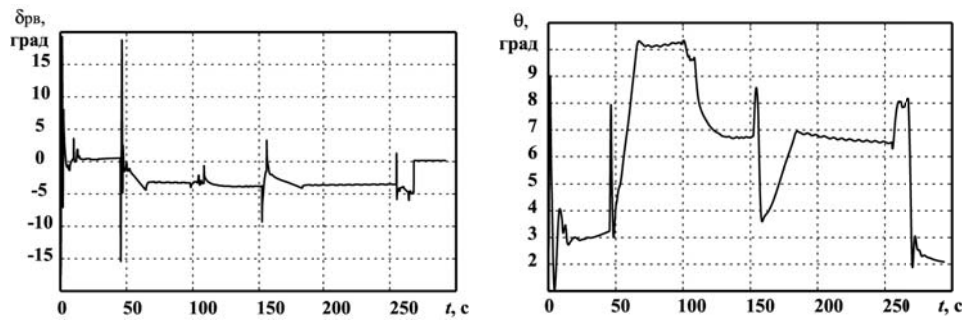


Рис. 4

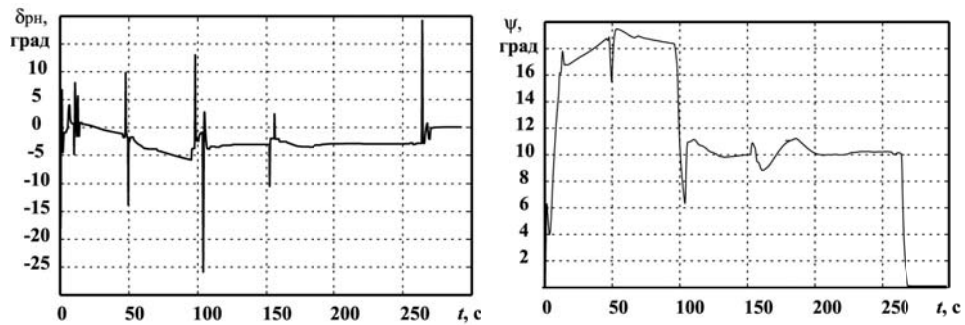


Рис. 5

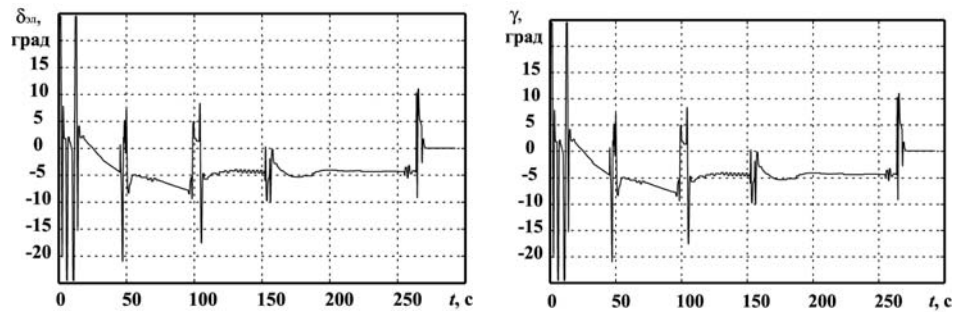


Рис. 6

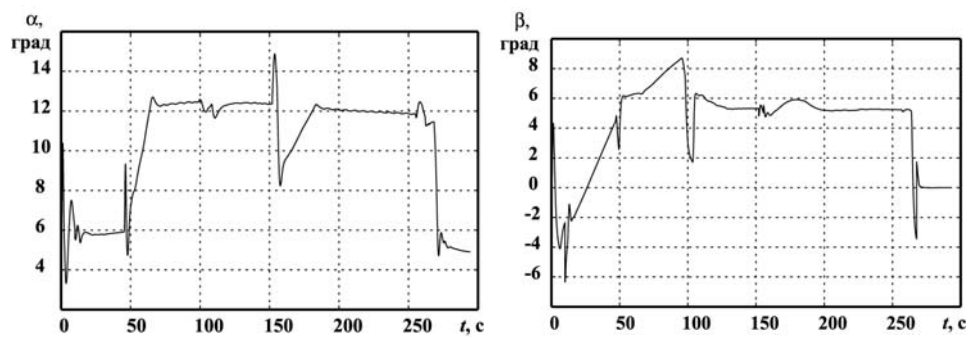


Рис. 7

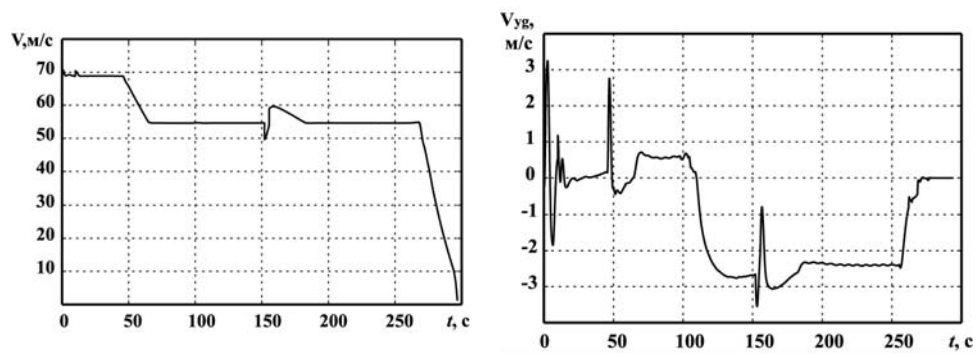


Рис. 8

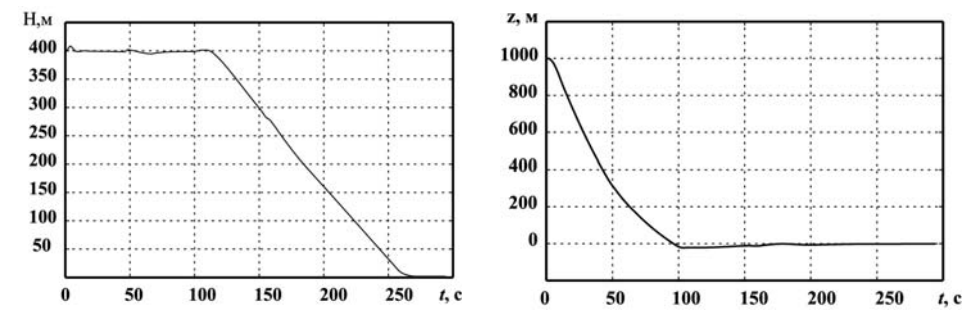


Рис. 9

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Михалев И.А., Окоемов Б.Н., Чукулаев М.С.* Системы автоматической посадки. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.
2. Аэромеханика самолета: Динамика полета: Учебник для авиационных вузов/ А.Ф. Бочкарев, В.В. Андреевский, В.М. Белоконов и др.; Под ред. А.Ф. Бочкарева и В.В. Андреевского. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1985. – 360 с
3. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
4. Современная прикладная теория управления: синергетический подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова Ч. II. – М.–Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – 559 с.
5. *Никитин А.И.* Реализация математической модели пространственного движения самолета-амфибии Бе-200 в среде MATLAB/Simulink // Исследования и перспективные разработки в авиационной промышленности: Материалы конф. – М.: ОАО «ОКБ Сухого», 2005. – С. 80-84.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.А. Терехов.

**Колесников Анатолий Аркадьевич**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: [anatoly.kolesnikov@gmail.com](mailto:anatoly.kolesnikov@gmail.com).

347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2.

Тел.: 88634360707.

Кафедра синергетики и процессов управления; заведующий кафедрой; д.т.н.; профессор.

**Кобзев Виктор Анатольевич**

Таганрогский авиационный научно-технический комплекс (ТАНТК) им. Г.М. Бериева.

E-mail: [anatoly.kolesnikov@gmail.com](mailto:anatoly.kolesnikov@gmail.com).

347923, г. Таганрог, пл. Авиаторов, 1.

Тел.: 88634390901; факс: 88634647434.

Генеральный директор.

**Никитин Александр Игоревич**

E-mail: [savr.nik@gmail.com](mailto:savr.nik@gmail.com).

347923, г. Таганрог, 10-й переулок, 116, кв. 15.

Тел.: +79185189198.

Инженер-конструктор.

**Kolesnikov Anatoliy Arkad'evich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: [anatoly.kolesnikov@gmail.com](mailto:anatoly.kolesnikov@gmail.com).

2, Checkhov Street, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634360707.

The Department of Synergetics and Control; Head the Department; Dr. of Eng. Sc.; Professor.

**Kobzev Viktor Anatol'evich**

Beriev Aircraft Company.

E-mail: [anatoly.kolesnikov@gmail.com](mailto:anatoly.kolesnikov@gmail.com).

1, Aviatorov Square, Taganrog, 347923, Russia.

Phone: +78634390901; Fax: +78634647434.

Director General.

**Nikitin Alexander Igorevich**

E-mail: [savr.nik@gmail.com](mailto:savr.nik@gmail.com)

116, 10 Pereulok Street, Apartment 15, Taganrog, 347923, Russia.

Phone: +79185189198.

Design Engineer.