

УДК 681.51

Т.А. Мотиенко

**СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ИЕРАРХИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ ЛЕГКИМ САМОЛЕТОМ***

Рассматриваются вопросы синергетического синтеза иерархических систем управления летательными аппаратами. Для решения задач, в рамках публикации, предлагается использовать метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, который позволяет реализовать высокоточные законы управления сложными объектами. В соответствии с методикой построена многоуровневая иерархическая структура регуляторов, позволяющая максимально учитывать динамику каждого из уровней. Созданный регулятор обладает универсальностью и высокой точностью.

Векторный регулятор; асинхронный электропривод; синергетический подход; иерархические системы управления.

Т.А. Motienko

**SYNERGISTIC SYNTHESIS OF HIERARCHICAL CONTROL SYSTEMS
OF LIGHT AIRCRAFT**

A problem of synthesis of hierarchical control of aircraft motion is considered in this article. In the context of this task it is proposed to use a method of analytical construction of aggregated regulators. This method is a methodological base of the synergetic control theory. According to this method the hierarchical structure of the mathematical motion models was researched. In accordance to the methodology, a multilevel hierarchy of regulators was built, allowing the highest consideration to the dynamics of each level. Created regulator has an universality and high precision.

Vector regulator; induction motor; synergetic approach; hierarchical control systems.

Введение. Согласно современным мировоззренческим представлениям, весь мир представляет собой сложную структуру, состоящую из огромного количества развивающихся подсистем и систем различных классов. Развитие науки и техники влечет за собой возникновение все более сложных структур, которые динамически взаимодействуют друг с другом, обмениваясь энергией, веществом и информацией.

Одним из ярких примеров сложных структур является система автоматического управления движением летательного аппарата (ЛА). На данный момент существует огромное множество автопилотов различных классов, однако проблема синтеза высокоточных и быстродействующих регуляторов остается одной из важнейших задач теории и практики управления пространственным движением ЛА.

1. Иерархическая структура математических моделей движения ЛА. При изучении сложных многомерных объектов неизменно приходится оперировать большим количеством переменных состояния. Чем сложнее объект, тем выше порядок уравнений, описывающих его поведение. Порой количество этих уравнений настолько огромно, что синтез законов управления известными методами становится практически невозможным. В связи с этим, сложные многомерные динамические системы удобно рассматривать в виде некоторых иерархических систем, поведение которых описывается динамикой подсистем с переменными и параметрами, присутствующими данному уровню иерархии [1, 2], причем на каждом из этих уровней каждая система имеет свои локальные цели. При решении задач синтеза законов управле-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-00252-а и № 10-08-00912-а).

ния такими сложными объектами, как ЛА, неизбежно приходится использовать различные допущения и упрощения, либо же разбивать исходную задачу на несколько более простых подзадач. Главной проблемой такого подхода является выбор таких допущений и упрощений, чтобы построенная на их основе модель могла бы с достаточной степенью адекватности описывать поведение объекта. Наиболее часто в таких случаях прибегают к структурной (объектной) декомпозиции, в результате которой из исходной многосвязанной системы выделяются более простые подсистемы, рассмотрение которых раздельно считается допустимым при определенных условиях. При этом в полной мере проявляются недостатки традиционных методов синтеза нелинейных систем. Данный тип декомпозиции подразумевает пренебрежение внутренними перекрестными связями между каналами управления, а также линеаризацию исходной математической модели. Подобное «упрощение» позволяет описать подробно все блоки, входящие в рассматриваемые контуры управления, однако при синтезе векторных регуляторов использование нелинейной модели высокого порядка, описывающей все технические средства управления полетом, приведет к избыточному усложнению самой процедуры синтеза, а вид полученных законов управления будет сложен для технической реализации. Кроме того, данный подход сам по себе исключает универсальность и возможность какой-либо дальнейшей модернизации, поскольку полученные результаты будут жестко привязаны к каждому конкретно рассматриваемому ЛА.

Использование функциональной и временной декомпозиции позволяет создавать более гибкие законы управления. При этом временная декомпозиция позволяет выделить цели и приоритеты для отдельных режимов работы, а задачно-ориентированная декомпозиция реализуется при следующей иерархии управления пространственным движением ЛА:

1. Нахождение законов изменения обобщенных сил и моментов. Полученные на верхнем уровне иерархии законы будут являться базовыми для всех классов подвижных объектов различных аэродинамических компоновок. На данном этапе ЛА рассматривается в пространстве как твердое тело.
2. На среднем уровне иерархии, в соответствии с заданной компоновочной схемой (расположением и назначением органов управления), для каждого конкретного ЛА находятся законы, описывающие зависимость отклонения рабочих управляющих органов в зависимости от поставленных задач. Полученные на среднем уровне иерархии законы будут являться задающими воздействиями для исполнительных механизмов (рулевых машинок).
3. На нижнем уровне иерархии локальные регуляторы формируют программы управления для электрических, гидравлических и пневматических приводов рулевых машинок, реализующие заданные отклонения управляющих поверхностей.

На рис. 1 изображена структура описанной иерархической схемы синтеза.

Стоит отметить, что описанный вариант задачно-ориентированной декомпозиции в полной мере соответствует принципам «внутренних» и «внешних» управлений в рамках *синергетической теории управления* (СТУ) и метода *аналитического конструирования агрегированных регуляторов* (АКАР) [3–5]. Кроме того, в результате применения такой декомпозиции рассматриваемая задача управления движением ЛА в целом дополняется правилами взаимодействия подсистем, а также ограничениями на управление, которые могут быть наложены на нижнем уровне на локальные регуляторы.



Рис. 1. Функциональная декомпозиция задачи синтеза законов управления пространственным движением ЛА

В данной статье рассматривается задача синтеза законов управления продольным движением ЛА. Математическая модель, описывающая движение ЛА в продольном движении, может быть представлена в следующем виде [6, 7]:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k &= -g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{m} (C_x \cos(\vartheta - \theta) - C_y \sin(\vartheta - \theta)); \\
 \dot{\theta} &= -\frac{g}{V_k} \cos \theta + \frac{P}{mV_k} \sin(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{mV_k} (C_x \sin(\vartheta - \theta) + C_y \cos(\vartheta - \theta)); \\
 \dot{\omega}_z &= \frac{qSb_A}{J_z} m_z; \\
 \dot{x} &= V_k \cos \theta \cos \psi; \\
 \dot{H} &= V_k \cdot \sin \theta; \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_z,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где V_k – земная скорость; θ – угол наклона траектории; ω_z – проекция вектора угловой скорости на ось z ; x – дальность полета; H – высота полета; ϑ – угол тангажа; $q = \frac{\rho V_k^2}{2}$ – скоростной напор; m – масса; J_z – осевой момент инерции; ρ – плотность воздуха; S – площадь обтекания; L – размах крыла; P – сила тяги; g – ускорение свободного падения; C_x, C_y, m_z – коэффициенты аэродинамических сил и моментов, ψ – текущее значение путевого угла.

Коэффициенты аэродинамических сил являются функциями (в частном случае линейными) углов атаки и отклонения руля высоты: $C_x = C_x(\alpha, \delta)$, $C_y = C_y(\alpha, \delta)$, коэффициент аэродинамического момента еще также зависит от

угловой скорости $m_z = m_z(\alpha, \omega_z, \delta)$. При принятых допущениях угол атаки связан с углами тангажа и наклона простым соотношением $\alpha = \vartheta - \theta$.

Переменными продольного движения в модели являются величина скорости ЛА, угловая скорость вращения относительно оси Oz , углы наклона траектории и тангажа, высота и дальность полета. Силу тяги и отклонение руля высоты можно рассматривать как управляющие воздействия.

Согласно [6, 7], коэффициенты аэродинамических сил могут быть записаны как

$$\begin{aligned} C_x &= C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\delta_b} \delta, & C_y &= C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_b} \delta, \\ m_z &= m_z^\alpha (\vartheta - \theta) + m_z^{\delta_b} \delta, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $\alpha = \vartheta - \theta$ – угол атаки.

Тогда уравнение (1) с учетом (2) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= -g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{m} ((C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\delta_b} \delta) \cos(\vartheta - \theta)) - \\ &- \frac{qS}{m} ((C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_b} \delta) \sin(\vartheta - \theta)); \\ \dot{\theta} &= -\frac{g}{V_k} \cos \theta + \frac{P}{mV_k} \sin(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{mV_k} ((C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\delta_b} \delta) \sin(\vartheta - \theta)) + \\ &+ (\frac{qS}{m} ((C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_b} \delta) \cos(\vartheta - \theta))); \\ \dot{\omega}_z &= \frac{qSb_A}{J_z} (m_z^\alpha (\vartheta - \theta) + m_z^{\delta_b} \delta); \\ \dot{x} &= V_k \cos \theta \cos \psi; \\ \dot{H} &= V_k \cdot \sin \theta; \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z. \end{aligned} \quad (3)$$

В системе (3) переменными величинами являются: скорость ЛА, угловая скорость вращения относительно оси Oz , углы наклона траектории и тангажа, высота и дальность полета. Силу тяги и отклонение руля высоты можно рассматривать как управляющие величины. Предполагается, что тяговый двигатель вырабатывает необходимые для заданного режима воздействия. Тогда в системе управления продольным движением ЛА имеется один исполнительный механизм, приводящий в движение руль высоты.

2. Синергетический синтез законов управления исполнительными приводами. Согласно методике, описанной в [1, 2], рассмотрение любой сложной иерархической системы необходимо начинать с подсистемы нижнего уровня (локальных регуляторов). В иерархических структурах динамика подсистем нижнего уровня играет важную роль в формировании необходимого механического момента.

В рамках данной статьи в качестве исполнительного привода используется асинхронный электропривод (АЭП), поскольку он экономически выгоден, имеет небольшую массу, а также отличается высокой степенью надежности.

Математические модели АЭП могут быть описаны в различных системах координат как неподвижных, так и вращающихся. Однако наиболее удобной считается форма записи во вращающейся системе координат относительно вектора потока сцепления ротора [8–10]:

$$\begin{aligned}
M_{\partial\delta} &= \frac{m}{3} \frac{pL_m}{L_r} \psi_r i_{sy}; \\
\frac{d\psi_r}{dt} &= a_2 i_{sx} - a_5 \psi_r; \\
\frac{di_{sy}}{dt} &= -a_1 i_{sy} - \omega_r i_{sx} - a_2 \frac{i_{sx} i_{sy}}{\psi_r} - a_4 \omega_r \psi_r + d_1 u_{sy}; \\
\frac{di_{sx}}{dt} &= -a_1 i_{sx} + \omega_r i_{sy} + a_2 \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} + a_3 \psi_r + d_1 u_{sx},
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\text{где } a_1 = \frac{r_r L_m^2 + r_s L_r^2}{a_0 L_r}; \quad a_0 = L_s L_r - L_m^2; \quad a_2 = \frac{r_r L_m}{L_r}; \quad a_3 = \frac{a_2}{a_0}; \quad a_4 = \frac{L_m}{a_0};$$

$$a_5 = \frac{r_r}{L_r}; \quad d_1 = \frac{L_r}{a_0}; \quad u_{sx}, \quad u_{sy} \text{ – проекции напряжения статора на оси } x \text{ и } y \text{ вра-}$$

щающейся системы координат; u_{sx}, u_{sy} – проекции тока статора на оси координат; ψ_r – модуль результирующего вектора потокосцепления ротора; ω_r – угловая электрическая скорость ротора; r_s, r_r – активные сопротивления обмоток статора и ротора; L_s, L_r – полные индуктивности обмоток статора и ротора; L_m – взаимная индуктивность между статором и ротором; p – число пар полюсов; J – приведенный момент инерции; $M_{\partial\delta}$ – момент двигателя; m – число фаз двигателя. Предполагается, что переменные, относящиеся к обмотке ротора (напряжения источников питания, токи и потокосцепления), а также параметры обмотки ротора приведены к числу витков обмотки статора.

Уравнение движения руля относительно оси вращения записывается следующим образом [11]:

$$J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = q M_{\partial\delta} - K_f \frac{d\delta}{dt} - K_u \delta - M_T(\delta), \tag{5}$$

где $J = J_{\partial\delta} q^2 + J_p$; $J_{\partial\delta}$ – момент инерции ротора АД; J_p – момент инерции руля высоты; J – суммарный момент инерции, приведенный к оси руля; q – передаточное отношение редуктора; δ – угол поворота руля высоты; K_f – коэффициент трения со смазочным материалом; K_u – коэффициент шарнирной нагрузки; M_T – момент трения без смазочного материала. Тогда общая модель рулевого привода описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\delta}{dt} &= \omega; \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= q \frac{m}{3} \frac{pL_m}{L_r} \psi_r i_{sy} - K_f \frac{d\delta}{dt} - K_u \delta - M_T(\delta); \\
 \frac{d\psi_r}{dt} &= a_2 i_{sx} - a_5 \psi_r; \\
 \frac{di_{sy}}{dt} &= -a_1 i_{sy} - q\omega i_{sx} - a_2 \frac{i_{sx} i_{sy}}{\psi_r} - a_4 q\omega \psi_r + d_1 u_{sy}; \\
 \frac{di_{sx}}{dt} &= -a_1 i_{sx} + q\omega i_{sy} + a_2 \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} + a_3 \psi_r + d_1 u_{sx},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где $\omega = \frac{\omega_r}{q}$ – угловая частота вращения руля высоты.

Задача управления рулевым приводом заключается в повороте руля на заданный угол. При этом разрабатываемая система управления должна быть инвариантна к внешним возмущениям, действующим на руль высоты.

Для решения задачи синтеза законов векторного управления нелинейными АЭП в статье будут использоваться принципы и методы синергетической теории управления [3, 4].

Ввиду того, что на систему (6) действуют внешние возмущения, необходимо, чтобы синтезируемый закон векторного управления обеспечивал подавление данных возмущений. В соответствии с синергетическим подходом [3, 4], влияние этих возмущений возможно учесть за счет расширения базовой математической модели. Введем дополнительную переменную z , которая будет являться оценкой внешних возмущений, и запишем расширенную модель объекта

$$\begin{aligned}
 \frac{dz}{dt} &= \xi(\delta - \delta_0); \\
 \frac{d\delta}{dt} &= \omega; \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= q \frac{m}{3} \frac{pL_m}{L_r} \psi_r i_{sy} - K_f \frac{d\delta}{dt} - K_u \delta - z; \\
 \frac{d\psi_r}{dt} &= a_2 i_{sx} - a_5 \psi_r; \\
 \frac{di_{sy}}{dt} &= -a_1 i_{sy} - q\omega i_{sx} - a_2 \frac{i_{sx} i_{sy}}{\psi_r} - a_4 q\omega \psi_r + d_1 u_{sy}; \\
 \frac{di_{sx}}{dt} &= -a_1 i_{sx} + q\omega i_{sy} + a_2 \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} + a_3 \psi_r + d_1 u_{sx},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где δ_0 – задание по углу поворота руля высоты; ξ – определенно-положительный коэффициент. Из первого уравнения расширенной модели (7) видно, что при $\delta = \delta_0$ производная от z будет равна нулю, что будет означать подавление внешнего возмущения.

Перейдем к процедуре синтеза. Введем первую совокупность макропеременных:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \beta_1(i_{sx} - \varphi_1) + \beta_2(i_{sy} - \varphi_2); \\ \psi_2 &= \beta_3(i_{sx} - \varphi_1) + \beta_4(i_{sy} - \varphi_2),\end{aligned}\quad (8)$$

где $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ – коэффициенты. Потребуем, чтобы совокупность макропеременных (8) удовлетворяла решению системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}T_1 \frac{d\psi_1}{dt} + \psi_1 &= 0; \\ T_2 \frac{d\psi_2}{dt} + \psi_2 &= 0.\end{aligned}\quad (9)$$

Очевидно, что решение $\psi_i = 0, i = 1, 2$ системы (9) асимптотически устойчиво при всех $T_i > 0$. Подставив макропеременные (8) в систему дифференциальных уравнений (9) с учетом математической модели (7) и при условии невырожденности матрицы $B = \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{vmatrix}$, получим выражения для управляющих воздействий:

$$\begin{aligned}u_{sx} &= c_{10}i_{sx} - c_4\omega i_{sy} - c_6 \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} - c_9\psi_r + \frac{1}{d_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + c_7(i_{sy} - \varphi_2) - c_8\varphi_1; \\ u_{sy} &= c_5i_{sy} + c_4\omega i_{sx} + c_6 \frac{i_{sx}i_{sy}}{\psi_r} + c_3\omega\psi_r + \frac{1}{d_1} \frac{d\varphi_2}{dt} - c_1\varphi_2 + c_2(i_{sx} - \varphi_1),\end{aligned}\quad (10)$$

где $c_0 = (\beta_3\beta_2 - \beta_1\beta_4)T_1T_2d_1$; $c_1 = \frac{T_1\beta_1\beta_4 - T_2\beta_2\beta_4}{c_0}$; $c_2 = \frac{\beta_1\beta_3(T_1 - T_2)}{c_0}$;

$c_3 = \frac{a_4q}{d_1}$; $c_4 = \frac{q}{d_1}$; $c_5 = \frac{a_1}{d_1} + c_1$; $c_6 = \frac{a_2}{d_1}$; $c_7 = \frac{\beta_2\beta_4(T_2 - T_1)}{c_0}$;

$c_8 = \frac{T_2\beta_1\beta_4 - T_1\beta_2\beta_4}{c_0}$; $c_9 = \frac{a_3}{d_1}$; $c_{10} = \frac{a_1}{d_1} + c_8$.

В силу уравнений (9) изображающая точка (ИТ) замкнутой системы (7), (10) неизбежно попадает на пересечение многообразий $\psi_i = 0, i = 1, 2$, в окрестности которого происходит динамическая декомпозиция и поведение ее описывается системой дифференциальных уравнений пониженного порядка:

$$\begin{aligned}
 \frac{dz}{dt} &= \xi(\delta - \delta_0); \\
 \frac{d\delta}{dt} &= \omega; \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= q \frac{m}{3} \frac{pL_m}{L_r} \psi_r \varphi_2 - K_f \frac{d\delta}{dt} - K_u \delta - z; \\
 \frac{d\psi_r}{dt} &= a_2 \varphi_1 - a_5 \psi_r.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Введем вторую совокупность макропеременных

$$\begin{aligned}
 \psi_3 &= \psi_r - \psi_{r0}; \\
 \psi_4 &= \omega + \beta_5 \delta + \beta_6 z,
 \end{aligned} \tag{12}$$

удовлетворяющую системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 T_3 \frac{d\psi_3}{dt} + \psi_3 &= 0; \\
 T_4 \frac{d\psi_4}{dt} + \psi_4 &= 0.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь ψ_{r0} – заданное значение потокосцепления ротора. Из теории частотного управления АЭП [8] известно, что механические характеристики АД аналогичны характеристикам компенсированного двигателя постоянного тока независимого возбуждения при обеспечении постоянства потокосцепления ротора. Соотношение $\psi_3 = 0$ является электромагнитным инвариантом, обеспечивающим максимальный развиваемый момент приводимого двигателя. Решение системы дифференциальных уравнений (13) асимптотически устойчиво при $T_3, T_4 > 0$. При совместном решении уравнений (12), (13) с учетом декомпозированной модели (11) получаем выражения для внутренних управлений

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= f_5 \psi_{r0} + f_6 \psi_r; \\
 \varphi_2 &= (f_1 \omega + f_2 z + f_3 \delta + f_4 \delta_0) / \psi_r,
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } f_0 &= \frac{3}{qmpL_m}; & f_1 &= f_0 L_r \frac{T_4(K_f - \beta_5 J) - J}{T_4}; & f_2 &= f_0 L_r \frac{T_4 - \beta_6 J}{T_4}; \\
 f_3 &= f_0 L_r \frac{T_4(K_u - \beta_6 \xi J) - \beta_5 J}{T_4}; & f_4 &= f_0 \beta_6 \xi L_r J; & f_5 &= \frac{1}{a_2 T_3}; \\
 f_6 &= f_5 (T_3 a_5 - 1).
 \end{aligned}$$

Получим решение замкнутой декомпозированной системы (11), (14):

$$\begin{aligned}
z(t) &= -T_4 \xi C_1 e^{-\frac{t}{T_4}} - \frac{C_2}{2\beta_6} \left(\beta_5 - \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6} \right) e^{-\frac{\beta_5 + \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t} - \\
&- \frac{C_3}{2\beta_6} \left(\beta_5 + \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6} \right) e^{-\frac{\beta_5 - \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t}; \\
\delta(t) &= \delta_0 + C_1 e^{-\frac{t}{T_4}} + C_2 e^{-\frac{\beta_5 + \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t} + C_3 e^{-\frac{\beta_5 - \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t}; \\
\omega(t) &= -\frac{C_1}{T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} - \frac{C_2}{2} \left(\beta_5 + \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6} \right) e^{-\frac{\beta_5 + \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t} - \\
&- \frac{C_3}{2} \left(\beta_5 - \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6} \right) e^{-\frac{\beta_5 - \sqrt{\beta_5^2 - 4\xi\beta_6}}{2} t}; \\
\psi(t) &= \psi_{r0} + C_4 e^{-\frac{t}{T_3}}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Полученное решение (15) наглядно демонстрирует, что после попадания ИТ-системы в окрестность пересечения многообразий $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$ система асимптотически придет в заданное состояние ($\delta = \delta_0, \psi_r = \psi_{r0}$). При этом время движения к пересечению многообразий $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$ определяется постоянными времени T_1 и T_2 , а движение вдоль пересечения к конечному состоянию постоянными времени T_3 и T_4 и коэффициентами β_5 и β_6 . Однако, в реальности модель декомпозированной системы отличается от модели (11), которую мы использовали при синтезе,

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{dt} &= \xi(\delta - \delta_0); \\
\frac{d\delta}{dt} &= \omega; \\
J \frac{d\omega}{dt} &= q \frac{m}{3} \frac{pL_m}{L_r} \psi_r \varphi_2 - K_f \frac{d\delta}{dt} - K_u \delta - M_T; \\
\frac{d\psi_r}{dt} &= a_2 \varphi_1 - a_3 \psi_r.
\end{aligned} \tag{16}$$

Нами были получены решения и системы (16), (14), которые не приводятся в данной статье из-за своей громоздкости. Следует отметить, что решения замкнутых систем (11), (14) и (16), (14) практически совпадают по своей структуре и отличаются лишь коэффициентами при экспонентах и в показателях, а также тем, что переменная z устремляется при $t \rightarrow \infty$ не к 0, а к некоторой величине

$$z_{ycm} = \frac{J\beta_5\delta_0 + T_4 M_T}{T_4 - \beta_6 J}. \tag{17}$$

Проведенное исследование подтверждает, что замкнутая система обладает свойством асимптотической устойчивости относительно заданного положения равновесия, а также инвариантностью к внешним возмущениям.

Для получения окончательного выражения закона векторного управления АД подставим (16) в (10) и учтем математическую модель (7)

$$\begin{aligned}
 u_{xx} &= -k_1 \frac{\delta}{\psi_r} - k_2 \frac{z}{\psi_r} + k_3 i_{xx} - \left(c_4 i_{sy} + \frac{k_4}{\psi_r} \right) \omega - c_6 \frac{i_{sy}^2}{\psi_r} + c_7 i_{sy} - k_5 \psi_r - k_6 \psi_{r0} - k_7 \frac{\delta_0}{\psi_r}; \\
 u_{sy} &= \left(-g_1 \frac{i_{xx}}{\psi_r^2} + \frac{g_2}{\psi_r} \right) \delta + \left(-g_3 \frac{i_{xx}}{\psi_r^2} + \frac{g_4}{\psi_r} \right) z + \left(\left(c_4 - \frac{g_5}{\psi_r} \right) \omega + c_6 \frac{i_{sy}}{\psi_r} + c_2 - g_6 \frac{\delta_0}{\psi_r^2} \right) i_{xx} + \\
 &+ \left(c_3 \psi_r + \frac{g_7}{\psi_r} \right) \omega + g_8 i_{sy} - g_9 \psi_r - g_{10} \psi_{r0} + g_{11} \frac{\delta_0}{\psi_r},
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\text{где } z = \xi \int (\delta - \delta_0) dt; \quad k_1 = c_7 f_3; \quad k_2 = c_7 f_2; \quad k_3 = \frac{c_{10} d_1 + a_2 f_6}{d_1}; \quad k_4 = c_7 f_1;$$

$$k_5 = \frac{f_6 (c_8 d_1 - a_5) - c_9 d_1}{d_1}; \quad k_6 = c_8 f_5; \quad k_7 = c_7 f_4; \quad g_1 = \frac{f_3 a_2}{d_1};$$

$$g_2 = \frac{J f_3 (a_5 - c_1 d_1) - f_1 K_\theta + f_2 \xi}{J d_1}; \quad g_3 = \frac{f_2 a_2}{d_1}; \quad g_4 = \frac{J f_2 (a_5 - c_1 d_1) - f_1}{J d_1};$$

$$g_5 = \frac{f_1 a_2}{d_1}; \quad g_6 = \frac{f_4 a_2}{d_1}; \quad g_7 = \frac{f_1 (J (a_5 - c_1 d_1) - K_f) + f_3 J}{J d_1};$$

$$g_8 = \frac{qmp L_m f_1 + 3c_5 d_1 L_r J}{3L_r J d_1}; \quad g_9 = c_2 f_6; \quad g_{10} = c_2 f_5; \quad g_{11} = \frac{f_4 (a_5 - c_1 d_1) - f_2 \xi}{d_1}.$$

Таким образом, разработанный регулятор нижнего уровня позволяет обрабатывать высокоточные задания, поступающие от подсистем высшего уровня, что обеспечивает высокую надежность, а также эффективность работы всей системы в целом. При этом учет динамики на подсистемах более высокого уровня иерархии, при применении синергетических методов синтеза, позволяет создавать регуляторы не по полным математическим моделям, а по редуцированным, которые получаются в результате естественной динамической декомпозиции подсистем электроприводов.

3. Синергетический синтез законов управления продольным движением ЛА. Математическая модель верхнего уровня с учетом того, что обеспечивает требуемое значение угла поворота руля высоты, будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k &= -g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{m} \left((C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\delta_0} \delta_0) \cos(\vartheta - \theta) \right) - \\
 &- \frac{qS}{m} \left((C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_0} \delta_0) \sin(\vartheta - \theta) \right); \\
 \dot{\theta} &= -\frac{g}{V_k} \cos \theta + \frac{P}{m V_k} \sin(\varphi + \vartheta - \theta) + \frac{qS}{m V_k} \left((C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\delta_0} \delta_0) \sin(\vartheta - \theta) \right) + \\
 &+ \left(\frac{qS}{m} \left((C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_0} \delta_0) \cos(\vartheta - \theta) \right) \right); \\
 \dot{\omega}_z &= \frac{qS b_A}{J_z} (m_z^\alpha (\vartheta - \theta) + m_z^{\delta_0} \delta_0); \\
 \dot{x} &= V_k \cos \theta \cos \psi; \\
 \dot{H} &= V_k \cdot \sin \theta; \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_z.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Определим инварианты для подсистемы верхнего уровня. Поставим задачу определить вектор управления как функцию координат состояния системы, обеспечивающий продольное движение ЛА с заданной скоростью на заданной высоте

$$V_k = V_{zad}, \quad H = H_{zad} \quad (20)$$

Введем первую последовательность инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned} \psi_1^{(1)} &= V_k - V_{zad}; \\ \psi_2^{(1)} &= \theta - \varphi^{(1)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Потребуем, чтобы совокупность макропеременных (21) удовлетворяла решению системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} T_1^{(1)} \frac{d\psi_1^{(1)}}{dt} + \psi_1^{(1)} &= 0; \\ T_2^{(1)} \frac{d\psi_2^{(1)}}{dt} + \psi_2^{(1)} &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Очевидно, что решение $\psi_i^{(1)} = 0$, $i = 1, 2$ системы (22) асимптотически устойчиво при всех $T_i^{(1)} > 0$. На первом этапе достигнута первая совокупность целей – $V_k = V_{zad}$. Для достижения второй совокупности целей необходимо продолжить процедуру синтеза. При попадании ИТ замкнутой системы в окрестность пересечения многообразий $\psi_i^{(1)} = 0$ происходит динамическая декомпозиция, в результате которой подсистема верхнего уровня будет описываться уравнениями более низкого порядка:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z &= \frac{qSb_A}{J_z} (m_z^\alpha (\vartheta - \varphi^{(1)}) + m_z^{\delta_0} \delta_0); \\ \dot{x} &= V_{zad} \cos \varphi^{(1)} \cos \psi; \\ \dot{H} &= V_{zad} \cdot \sin \varphi^{(1)}; \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z. \end{aligned} \quad (23)$$

Для системы (23) введем многообразие, обеспечивающее достижение второй цели:

$$\psi_3^{(1)} = V_{zad} \cdot \sin \varphi^{(1)} + H - H_{zad}, \quad (24)$$

удовлетворяющее условию:

$$T_3^{(1)} \frac{d\psi_3^{(1)}}{dt} + \psi_3^{(1)} = 0. \quad (25)$$

Найдем выражения для внутреннего управления

$$\varphi^{(1)} = \arcsin \left(\frac{H - H_{zad}}{T_3^{(1)} V_{zad}} \right). \quad (26)$$

Для нахождения закона управления подсистемы верхнего уровня необходимо, согласно методу АКАР, произвести подстановку (21) в (22) с учетом (26). Выражения для δ_0 и P ввиду громоздкости в статье не приводятся.

4. Результаты моделирования. На рис. 2–7 приведены результаты моделирования, которое проводилось при следующих параметрах: $r_s = 0,09 \text{ Ом}$; $r_r = 0,01 \text{ Ом}$; $L_m = 0,012 \text{ Гн}$; $L_s = L_r = 0,015 \text{ Гн}$; $J_{\text{об}} = 0,0189 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$; $m = 3$; $M = 600 \text{ кг}$, $J_z = 320 \text{ кг} / \text{м}^2$, $S = 12,5 \text{ м}^2$, $\rho = 1,225 \text{ кг} / \text{м}^3$, $b_A = 10,5 \text{ м}$. Инварианты: $\psi_{r0} = 0,8 \text{ Вб}$, $\delta_0 = 0,5 \text{ рад}$, $H_{\text{зад}} = 300 \text{ м}$, $V_{\text{зад}} = 200 \text{ км/ч}$.

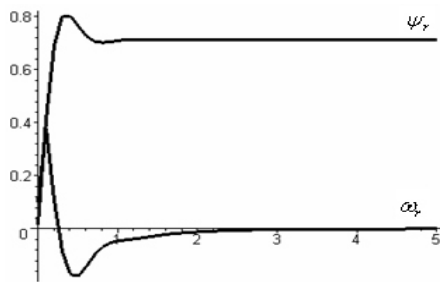


Рис. 2. Переходные процессы по потокосцеплению ротора и угловой скорости поворота руля

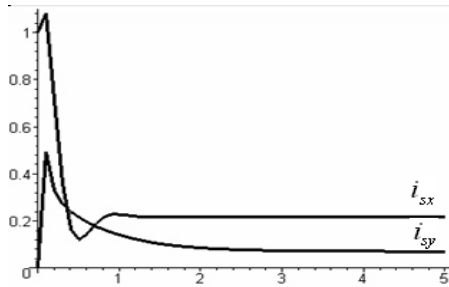


Рис. 3. Переходные процессы проекции тока статора i_{sx} , i_{sy}

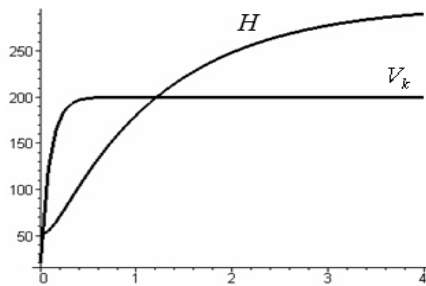


Рис. 4. Изменение высоты полета H и земной скорости V_k

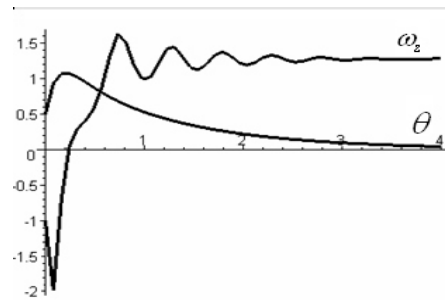


Рис. 5. Переходные процессы траектории θ и угловой скорости ω_z

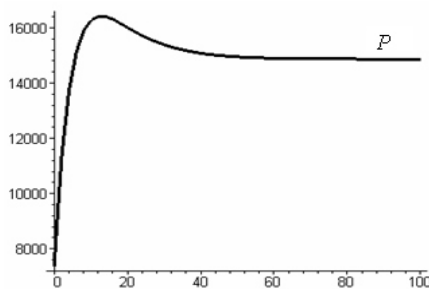


Рис. 6. Изменение тяги двигателя P

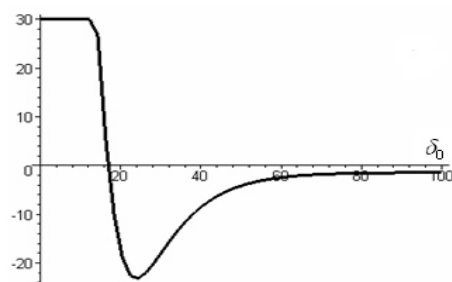


Рис. 7. Изменение угла отклонения руля высоты δ_0

Из результатов моделирования видно, что синтезированная иерархическая система обрабатывает задания по потокосцеплению ротора, углу отклонения руля высоты, высоте полета, а также заданной земной скорости.

Заключение. Таким образом, в данной статье был предложен метод синергетического синтеза иерархических систем управления ЛА, базирующийся на идеологии синергетической теории управления. Применение данного метода позволяет, не прибегая к упрощениям, конструировать сложные структуры взаимосвязанного управления многомерными объектами, что позволяет обеспечивать более эффективную координацию регуляторов верхнего уровня поведения подчиненных ему подсистем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Веселов Г.Е.* Иерархическое управление многосвязными динамическими системами: синергетический подход. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003.
2. *Веселов Г.Е.* Прикладная теория синергетического синтеза иерархических систем управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 5. – С. 66-76.
3. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
4. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления: концепции, методы, тенденции развития // Известия ТРТУ. – 2001. – № 5 (23). – С. 7-27.
5. *Колесников А.А.* Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 10-38.
6. *Колесников А.А., Кобзев В.А., Нгуен Ф.* Синергетический синтез систем управления движением самолетов-амфибий, функционирующих в экстремальных условиях // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 5 (106). – С. 150-154.
7. *Колесников А.А., Кобзев В.А.* Динамика полета и управление: синергетический подход. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009.
8. *Рудаков В.В., Столяров И.М., Дартау В.А.* Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
9. *Веселов Г.Е.* Синергетическое векторное управление асинхронными электроприводами исполнительных механизмов летательных аппаратов // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 2. – С. 27-33.
10. *Колесников А.А., Веселов Г.Е.* Синергетическое управление нелинейными электроприводами III. Векторное управление асинхронными электроприводами // Известия вузов. Электромеханика. – 2006. – № 2. – С. 25-36.
11. *Крымов Б.Г., Рабинович Л.В., Стеблецов В.Г.* Исполнительные устройства систем управления летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1987.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.А. Терехов.

Мотиенко Татьяна Александровна

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: tatyana@motienko.ru.

347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2.

Тел.: 88634360707.

Кафедр синергетики и процессов управления; аспирант.

Motienko Tatyana Alexandrona

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: tatyana@motienko.ru.

2, Checkhov Street, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634360707.

The Department of Synergetics and Control; Postgraduate Student.