

3. Рабочий горизонт является слабонапорным. Статические уровни располагаются на отметках, близких к отметкам поверхности земли, а в кровле залегает грунтовый водоносный горизонт. По этой причине атмосферные осадки практически не влияют на запасы подземных вод рабочего горизонта.

Выводы. Анализ двадцати пяти лет эксплуатации Березовского участка показывает, что гидравлическая модель достаточно точно описывает динамику изменения уровня подземных вод и минерализацию и может использоваться при переоценке запасов и управления качественными показателями минеральных вод на последующую перспективу.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бочвер Ф.М.* Теория и практические методы гидрогеологических расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. – М.: Недра, 1968. – 325 с.
2. *Комаров И.С., Хайме Н.М., Бабенышев А.П.* Многомерный статистический анализ в инженерной геологии. – М.: Недра, 1976. – 198 с.
3. Гидравлический метод оценки эксплуатационных запасов подземных вод // Разведка и охрана недр. – 2009. – № 11. – С. 45-50.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Ефимов.

Малков Анатолий Валентинович

ООО «Нарзан-гидроресурсы».

E-mail: narzan-gidroresursy@yandex.ru.

357743, г. Кисловодск, Ставропольский край, ул. Кирова, 43.

Директор; д.т.н.

Хмель Владимир Викторович

Аспирант, инженер-гидрогеолог.

Malkov Anatoly Valentinovich

Company «Narzan-hydroresurs».

E-mail: narzan-gidroresursy@yandex.ru.

43, Kirov Street, Kislovodsk, Stavropolsky region, 357743, Russia.

Director; Dr. of Eng. Sc.

Khmel Vladimir Victorovich

Postgraduate Student; Engineering and Hydrogeology.

УДК 681.5

О.И. Золотов, А.Л. Ляшенко

АНАЛИЗ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ЗАПАС УСТОЙЧИВОСТИ ПО ПОКАЗАТЕЛЮ КОЛЕБАТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрена возможность использования аппарата расширенных частотных характеристик (РЧХ) для анализа систем с распределенными параметрами (СРП). Введено понятие пространственной М-окружности. Рассмотрено применение распределённого пространственного годографа и пространственной М-окружности для оценки устойчивости систем. Сформулирована и решена задача по разработке методики оценки запаса устойчивости СРП по показателю колебательности, рассмотренная на примере замкнутой системы управления с распределенным пропорциональным регулятором. Разработанная методика позволят рассчитывать настройки распределённых пропорциональных регуляторов.

Системы с распределенными параметрами; расширенные частотные характеристики; расширенный пространственный годограф; передаточные функции распределенных объектов; показатель колебательности.

O.I. Zolotov, A.L. Lyashenko

THE ANALYSIS OF SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS ON THE RESERVE OF STABILITY IN TERMS OF INDICATOR THE OSCILLATION

In article possibility of use of the device of the expanded response characteristics for the analysis of systems with the distributed parameters is considered. The concept of a spatial M-circle is entered. Application of the distributed spatial hodograph and spatial M-circle for an estimation of stability of systems is considered. The problem on working out of the estimation technique of margin of stability SRP on index of oscillation, considered on an example of the closed control system with the distributed proportional regulator is formulated and solved. The developed technique will allow to calculate adjustments of the distributed proportional regulators.

Systems with the distributed parameters; the expanded response characteristics; the expanded spatial hodograph; transfer functions of the distributed objects; index of oscillation.

Рассмотрим процедуру оценки запасов устойчивости по показателю колебательности на примере системы управления температурным полем объекта. Структурная схема системы управления изображена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема системы управления

Объект управления представлен на рис.2.

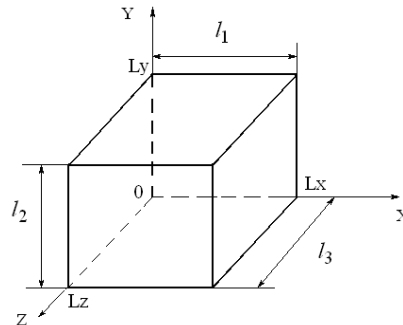


Рис. 2. Объект управления

Математическая модель объекта управления имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$$0 < x < L_x, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < z < L_z.$$

Граничные и начальные условия задаются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \\ \frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, L_z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (5)$$

Конструктивные и теплофизические параметры объекта приведены в табл. 1 (параметры заданы в системе СИ).

Таблица 1

Параметры объекта

L_x	L_y	L_z	a	λ
0,5	0,5	0,5	0,00002	0,0243

Рассмотрим случай, когда входное воздействие ($\alpha_{зад}$) предполагается заданным в виде следующего ряда:

$$\alpha_{зад}(x, y) = \sum_{\eta, \gamma=1}^3 C_{\eta, \gamma} \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y).$$

В соответствии с граничными условиями представим входное воздействие на объект управления $U(x, y, \tau)$ в виде ряда Фурье:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} D_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y), \quad (6)$$

где

$$\psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}, \quad (\eta = \overline{1, \infty}); \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}, \quad (\gamma = \overline{1, \infty}).$$

Согласно [3], распределённый объект с такой математической моделью и входным воздействием вида (6) может быть описан передаточной функцией, которая по η, γ ($\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$) моде входного воздействия при $z = z(z < L_z)$ имеет вид:

$$W_{0, \eta, \gamma}(p) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z)}{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z)}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (7)$$

где

$$\beta_{\eta, \gamma} = \left(\frac{p}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}); \quad \psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

где a, z, L_z – заданные числа.

Регулятор реализует пропорциональный закон управления и представляет собой распределённое пространственно-усилительное звено. Передаточную функцию распределённого пространственно-усилительного звена, согласно [3], можно записать следующим образом:

$$W_1(x, y, p) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right]. \quad (8)$$

где E_1 – заданное число (общий коэффициент усиления);

n_1 – весовой коэффициент ($n_1 \geq 1$).

Для проведения расчетов примем значение весового коэффициента $n_1 \rightarrow \infty$, и зададимся значением коэффициента усиления $E_1 = 2,7$.

Для проведения частотного анализа построим расширенные частотные характеристики системы управления, для чего произведем замену $p = \omega(j - m)$ [1].

Используя полученные выражения и программный комплекс MathCAD, произведем построение расширенных амплитудно-фазовых характеристик (РАФХ) разомкнутой системы (рис. 3) по $\eta = 1, 2, 3, 4$ модам входного воздействия и произведём оценку запаса устойчивости.

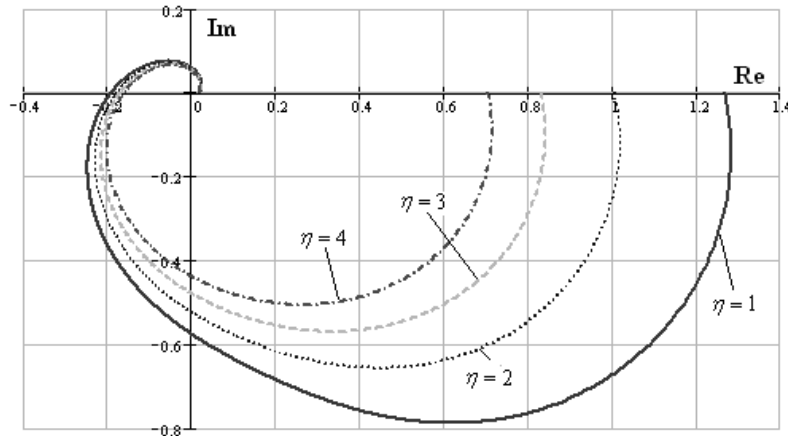


Рис. 3. РАФХ разомкнутой системы управления

Одним из основных частотных методов оценки запаса устойчивости является *показатель колебательности*, который объединяет запас устойчивости по модулю и запас устойчивости по фазе. Степень близости замкнутой системы к границе устойчивости можно определить по величине максимума амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы.

Показатель колебательности M характеризует величину максимума модуля частотной передаточной функции замкнутой системы (на частоте резонанса) и, тем самым, характеризует колебательные свойства системы.

Если задан показатель колебательности, то задан запас устойчивости, выражающийся геометрически в задании на плоскости РАФХ разомкнутой системы M -

окружности радиусом $r = \frac{M}{M^2 - 1}$, с центром на отрицательной вещественной

полуоси на расстоянии $R = \frac{M^2}{M^2 - 1}$, которую не должна пересекать амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы.

При оценке запаса устойчивости по показателю колебательности M строится РАФХ разомкнутой системы и M -окружность радиуса $r = \frac{M}{M^2 - 1}$ с центром в точке $\left(-\frac{M^2}{M^2 - 1}, j0\right)$.

Используя полученные выражения, произведем расчеты показателей колебательности M_η разомкнутой системы, построение РАФХ и M_η -окружности по каждой составляющей входного воздействия (рис. 4).

В результате получаем численные значения показателей колебательности M_η , которыми обладает разомкнутая система по каждой составляющей входного воздействия:

$$M_1 = 1,55, \quad M_2 = 1,4, \quad M_3 = 1,28, \quad M_4 = 1,17.$$

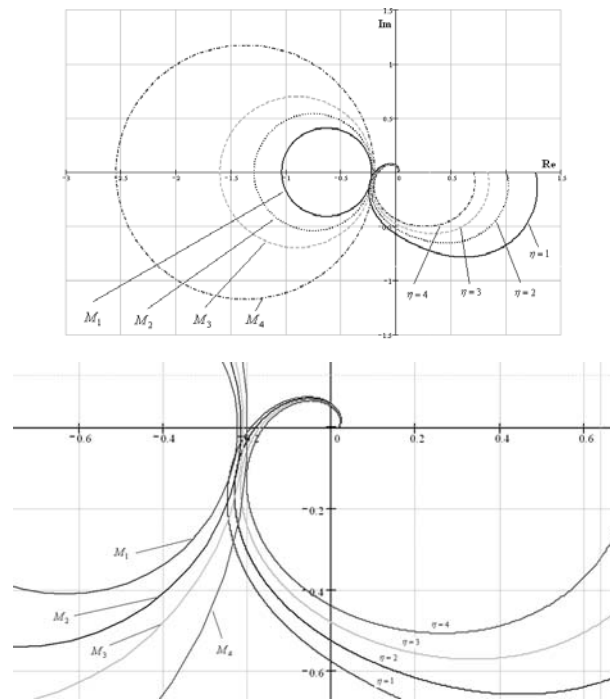


Рис. 4. M_η -окружности, расширенные амплитудно-фазовые частотные характеристики и точки их соприкосновения

Рассмотрим случай, когда показатель колебательности задан на этапе расчета настроек распределённого регулятора.

Одним из показателей качества переходного процесса является степень колебательности. Показатель колебательности M и степень колебательности m связаны между собой соотношением:

$$M = \frac{m^2 + 1}{2 \cdot m}. \quad (9)$$

В качестве типовых процессов рекомендуются использовать процессы с заданной степенью затухания $\psi = 0,75 \div 0,9$. Наиболее употребительными при расчетах являются значения $m = 0,221 \dots 0,336$, соответствующие значениям $\psi = 0,75 \div 0,9$.

Используя заданные значения степени колебательности процесса и программный комплекс MathCAD, произведем расчёты показателей колебательности, получим $M = 1.656 \dots 2.373$. Выберем несколько значений, лежащих в этом пределе. Полученные в результате расчетов M-окружности для различных типовых значений показателя колебательности и расширенные амплитудно-фазовые частотные характеристики объекта управления представлены на рис. 5.

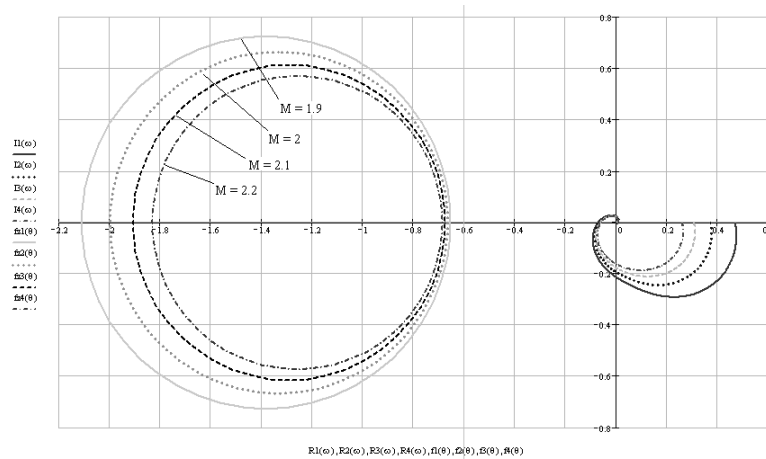


Рис. 5. M-окружности и расширенные амплитудно-фазовые частотные характеристики

Замкнутая система обладает запасом устойчивости выше заданного, если РАФХ разомкнутой системы не заходит внутрь этой окружности. Если РАФХ касается этой окружности, то замкнутая система обладает заданным запасом устойчивости.

Запишем передаточную функцию (7) с использованием обобщенной координаты G , в этом случае она примет вид [4]:

$$W_0(G, p) = \frac{\exp(\beta(G) \cdot z) + \exp(-\beta(G) \cdot z)}{\exp(\beta(G) \cdot L_z) + \exp(-\beta(G) \cdot L_z)}, \quad G_H \leq G \leq \infty, \quad (10)$$

где $\beta(G) = \left(G + \frac{p}{a}\right)^{1/2}$, $G_H = \tilde{G}_H = \psi \eta^2 + \tilde{\varphi} \eta^2$.

При изменении значения ω от 0 до ∞ , а значения G от G_H до ∞ , вектор $W(G, j\omega m)$ в пространстве $\text{Re}(W)$, $\text{Im}(W)$, G опишет поверхность, которую назовем расширенным пространственным годографом (РПГ) [2]. Расширенный пространственный годограф для исследуемого объекта управления и пространственная M-окружность для показателя колебательности $M=1,9$ представлены на рис. 6.

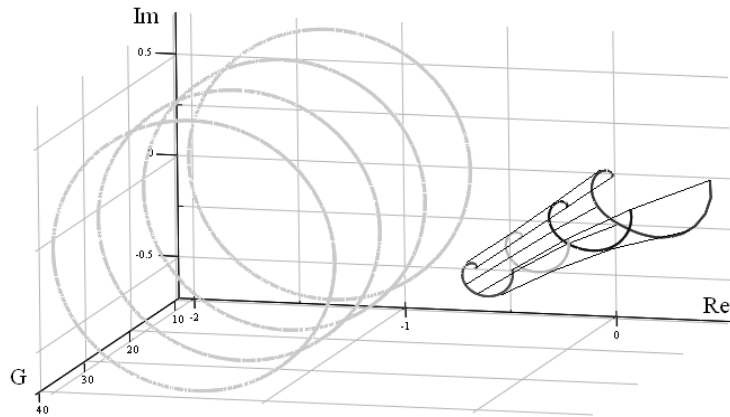


Рис. 6. Пространственная М-окружность и РППГ распределенного объекта управления

Введенные распределённый пространственный годограф и пространственная М-окружность позволяют сделать следующие утверждения: замкнутая система обладает запасом устойчивости выше заданного, если расширенный пространственный годограф разомкнутой системы не заходит внутрь пространственной М-окружности. Если РППГ касается пространственной М-окружности, то замкнутая система обладает заданным запасом устойчивости.

В случае применения распределённого П-регулятора в системе управления центры М-окружностей и их радиусы перестают быть фиксированными и становятся зависимыми от значения коэффициента усиления E_1 распределённого П-регулятора.

Для проведения расчетов примем значение показателя колебательности, равным $M = 2,2$, значение весового коэффициента $n_1 \rightarrow \infty$, и зададимся несколькими значениями коэффициента усиления E_1 для рассматриваемой системы управления: $E_1 = 1, E_1 = 2, E_1 = 4, E_1 = 6$.

Произведём расчеты и построение М-окружностей для разомкнутой системы управления (рис. 7).

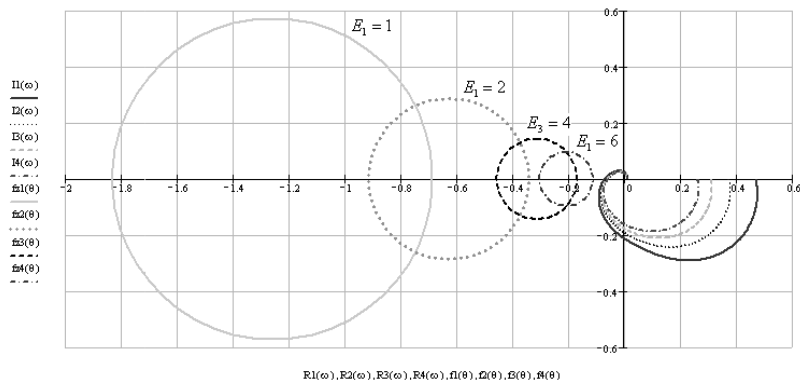


Рис. 7. М-окружности и расширенные амплитудно-фазовые частотные характеристики объекта

Разработанная методика позволяет рассчитывать запас устойчивости по показателю колебательности систем с распределёнными параметрами. Полученные с помощью представленной методики расширенные частотные характеристики и M_n -окружности позволяют рассчитывать настройки распределённых регуляторов, реализующих различные законы управления. При этом обеспечивается расположение всех корней характеристического полинома замкнутой системы внутри сектора, определяемого требуемой степенью колебательности m , a , следовательно, и требуемой степенью затухания переходного процесса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дудников Е.Г. Основы автоматического регулирования тепловых процессов: Учебное пособие для вузов. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 264 с
2. Ляшенко А.Л. Частотный анализ объектов с распределёнными параметрами с помощью расширенных частотных характеристик // Материалы 6-й научной конференции «Управление и информационные технологии» (УИТ-2010). – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2010. – С. 65-70.
3. Першин И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. – Пятигорск: РИА-КМВ, 2007. – 244 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Ефимов.

Ляшенко Александр Леонидович

Северо-западный государственный заочный технический университет.

E-mail: akuna_matata_kmv@mail.ru.

191186, г. Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 5.

Тел.: 89111878180.

Кафедра процессов управления и информационных систем; доцент.

Золотов Олег Иванович

Кафедра процессов управления и информационных систем; профессор.

Lyashenko Alexander Leonidovich

North-West State Technical University.

E-mail: akuna_matata_kmv@mail.ru.

5, Millionnaya Street, Saint-Petersburg, 191186, Russia.

Phone: +79111878180.

The Department of Management Processes and Information Systems; Associate Professor.

Zolotov Oleg Ivanovich

The Department of Management Processes and Information Systems; Professor.

УДК 681.5.01

В.А. Коваль, О.Ю. Торгашова

**СИНТЕЗ H_2 -ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА
ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ,
ОПИСЫВАЕМОГО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ**

На основе доказанного свойства о представлении интеграла с переменным верхним пределом в спектральной форме [1] осуществлен переход от интегродифференциального уравнения с частными производными к бесконечномерной системе дифференциальных уравнений в форме пространства состояний. Исследована сходимость полученного решения по ограниченному числу дифференциальных уравнений. Проведен синтез регулятора для объекта управления, описываемого интегродифференциальным уравнением, на основе метода H_2 -оптимизации.

Распределенная система; интегродифференциальное уравнение с частными производными; анализ; синтез; H_2 -оптимизация; сингулярная задача фильтрации.