

УДК 530.1 + 537.86

А.А. Потапов

**ФРАКТАЛЫ И ДРОБНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ОБРАБОТКЕ ИНФОРМАЦИИ –  
ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ СИНЕРГЕТИКИ**

*Кратко систематизированы результаты, полученные автором с учениками в радиофизических и радиолокационных направлениях с помощью теории фракталов и математической теории дробной размерности при учете скейлинговых эффектов реальных радиосигналов и электромагнитных полей. Исследования проведены в рамках фундаментального научного направления "Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: Проектирование фрактальных радиосистем", предложенного и развиваемого автором в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН с 80-х гг. XX в. По данному направлению выпущено в свет более 500 научных работ, 15 монографий и основан в 2003 г. журнал "Нелинейный мир" (см. авторский сайт: [www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)). Приведены основные этапы становления московской научной школы фрактальных методов во главе с автором.*

*Фракталы; скейлинг; дробные операторы; фрактальная обработка.*

А.А. Potapov

**FRACTALS AND FRACTIONAL OPERATORS IN THE INFORMATION –  
PROCESSING IS A FUNDAMENTAL SYNERGETICS DIRECTION**

*The results which I and my pupils obtained in radio physics and radar directions using the fractal theory and the mathematical theory of the fractional measure taking into account the scaling effects of real radio signals and electromagnetic fields have been briefly systematized. The investigations were performed in the framework of the fundamental scientific trend "Fractal radio physics and fractal radio electronics: Designing of the fractal radio systems", which was proposed and is being developed in V.A. Kotelnikov IREE RAS by the author since the eighties of XX. Within this direction, 500 scientific works, 15 monographs were published and the journal "Non-linear world" was established in 2003 (see the author's web page [www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)). The main stages of formation of the Moscow scientific school of fractal approaches with the author as the head were presented.*

*Fractals; scaling; fractional operators; fractal processing.*

**Введение.** В основе всех существующих информационных технологий лежат, в общем случае, разнообразные методы обработки сигналов. В настоящее время преимущественно, привычно и повсеместно используются целочисленные меры (интегралы и производные целого порядка), гауссовская статистика, марковские процессы и т.п.

С созданием в 70-х гг. XX в. фрактальной геометрии (Б. Мандельброт, 1924 – 2010 гг.) в науку и технику начали стремительно проникать идеи дробных размерностей, дробных операторов, недифференцируемых функций, скейлинга. Данные математические понятия, объединенные с физикой фракталов, образуют новые "мостики", довольно неожиданные, между не только смежными дисциплинами, что зачастую приводит к эффективным методам решения задач, иногда трудно разрешимых на данном уровне развития классических научных направлений.

Другими словами, по твердому убеждению автора, *полное описание процессов современной обработки сигналов и полей невозможно лишь с помощью формул классической математики.* Далее приведем несколько ссылок о признании важности проводимых нами в настоящее время фундаментальных и прикладных исследований.

**Значимость результатов и цель исследований.** В книге [1] в подразделе "Локационные системы", раздел "Информационные технологии и вычислительные

системы” (С. 41), размещен текст: “Создан эталонный словарь фрактальных признаков оптических и радиоизображений, необходимый для реализации принципиально новых фрактальных методов обработки радиолокационной информации и синтеза высокоинформативных устройств обнаружения и распознавания слабых сигналов на фоне интенсивных негауссовских помех. Установлено, что для эффективного решения задач радиолокации и проектирования фрактальных обнаружителей многомерных радиосигналов существенное значение имеют дробная размерность, фрактальные сигнатуры и кепстры, а также текстурные сигнатуры фона местности. (ИРЭ РАН)”.

В книге [2] в подразделе “Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы”, раздел “Нанотехнологии и информационные технологии” (С. 24), размещен текст: “Впервые в мировой практике предложены и экспериментально доказаны принципы построения новых, фрактальных адаптивных радиосистем и фрактальных радиоэлементов для современных задач радиотехники и радиолокации. Принцип действия таких систем и элементов основан на введении дробных преобразований излучаемых и принятых сигналов в пространстве нецелой размерности при учете их скейлинговых эффектов и негауссовской статистики. Это позволяет выйти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей (ИРЭ РАН)”.

*Цель доклада* – дать обзор принципиально новых синергетических методов, предложенных автором и развиваемых им с учениками в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, с использованием текстурных и фрактальных сигнатур/мер на основе принципов детерминированного хаоса, скейлинга и дробных операторов для решения радиофизических, радиолокационных, радиоэлектронных и других задач *в их современной постановке* [3–17]. **Фракталы и дробные операторы – авторский подход.** Отметим, что теория фракталов рассматривает вместо целочисленных мер – дробные и базируется на новых количественных показателях в виде дробных размерностей  $D$  и соответствующих фрактальных сигнатур.

Фракталы относятся к множествам с крайне нерегулярной разветвленной или изрезанной структурой. Разработанная автором классификация фракталов *была в декабре 2005 г. в США лично одобрена Б. Мандельбротом* [7] и приведена на рис. 1, где описаны их свойства при условии, что  $D_0$  – топологическая размерность пространства, в котором рассматривается фрактал с дробной размерностью  $D$ .

Большое значение приобретает глубокая аналогия между современными задачами радиофизики и радиоэлектроники и современной флуктуационной теорией фазовых переходов и критических явлений. Как известно, в основе современной ренормгрупповой теории фазовых переходов лежит подход, базирующийся на гипотезе скейлинга, или масштабной инвариантности. Аналогичный подход удалось разработать автору для решения множества радиофизических и радиотехнических задач [3–17]. Относительно дробных операторов можно отметить следующее. Задолго до введения в научный обиход понятия динамической системы дробного порядка и появления работ Б. Мандельброта, было замечено, что поведение некоторых исследуемых процессов и объектов (распространение тепла, вязкоупругие свойства материалов, диффузия и др.) не укладывается в рамки традиционного описания с помощью дифференциальных уравнений целого порядка. Более точно эти процессы и объекты могут быть количественно описаны с использованием оператора дробного интегрирования или дифференцирования  $D^\alpha[f(t)]$ , где показатель  $\alpha$  лежит в пределах  $-1 < \alpha < 1$  [5, 6, 14, 15].

Укажем, что *дробный* математический анализ имеет давнюю историю и чрезвычайно богатое содержание [14, 15]. Интерес к дробному исчислению возник почти одновременно с появлением классического анализа. Г. Лейбниц в письмах к

Г. Лопиталю еще в 1695 г. при рассмотрении дифференциалов и производных порядка  $\frac{1}{2}$  высказал пророческие слова: “...Из этого парадокса со временем будут выведены полезные следствия”.

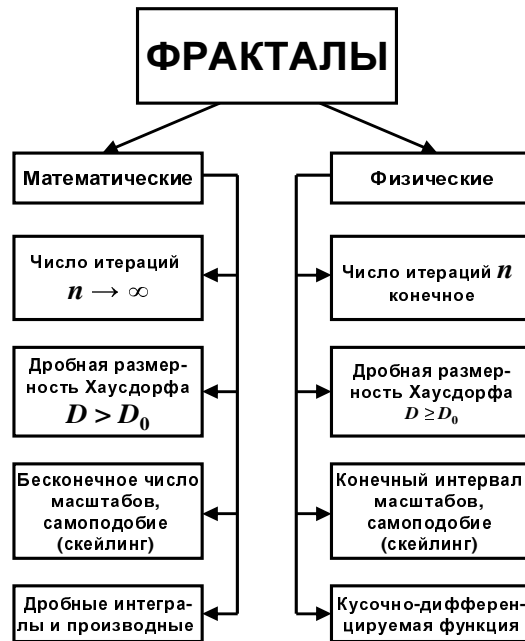


Рис. 1. Классификация и морфология фрактальных множеств и сигнатур, разработанная автором

Следует особо отметить цикл работ чл.-корр. Петербургской Академии наук (1884) русского ученого А.В. Летникова (1837–1888), который за время своей 20-летней научной деятельности разработал полную теорию дифференцирования с произвольным показателем (в настоящее время его работы преданы почти полному забвению) [14, 15]. Кстати, операционное исчисление, разработанное О. Хевисайдом (1892, 1893, 1920), оказалось важным этапом в применении обобщенных производных. Именно Хевисайд (1920) первым применил дробное дифференцирование в теории линий передач.

Физически операторы дробного интегрирования играют роль своеобразных “фильтров”, выделяющих только те составляющие, которые локализованы на фрактальных (дробных) множествах исследуемого процесса. В последнее время в научном мире интенсивно обсуждаются фрактальные объекты и процессы, имеющие *комплексную дробную степень* [5–9, 11, 12, 15]. Приложения дробного исчисления слишком многочисленны, чтобы все их перечислять. Наконец, *настало время* мощно применить его к современным задачам фрактальной радиофизики и фрактальной радиолокации [3–18], что мы и делаем первыми в мире.

**Исследования в новом фундаментальном направлении.** Для иллюстрации этих утверждений в докладе приведены избранные примеры из радиофизики, радиолокации, электроники, материаловедения, электродинамики, медицины и т.д. Эти примеры получены в рамках нового фундаментального научного направления “Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем”, предложенного и развиваемого автором в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, начиная с 80-х гг. XX в. [1–17]. Эволюция взглядов авто-

ра и развитие на сегодняшний момент в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН “фрактальной идеологии” исследований показаны на рис. 2, где также приведены сведения о моменте их интенсивного развертывания [3–17]. Данные исследования нашли широкий спектр применения практически во всех радиофизических/радиотехнических аспектах (НИР, ОКР, РФФИ...).



Рис. 2. Эскиз развития новых информационных технологий на основе фракталов, дробных операторов и скейлинга

Физическое моделирование дробных операторов позволяет создавать радиоэлементы на пассивных элементах, моделирующие фрактальные импедансы с частотным скейлингом [6, 14, 15].

При конечной стадии построения модели фрактального импеданса можно регулировать диапазоны частот, в которых будет наблюдаться степенная частотная зависимость импеданса. В таком случае, например, мы впервые на практике реализуем “фрактальный конденсатор” в любом частотном диапазоне [5, 6, 14, 15].

*Фрактальная электродинамика* – это область исследований, в которой на основе комбинирования концепций фрактальной геометрии с классической теорией электромагнетизма ставятся и решаются новые проблемы излучения, рассеяния и распространения волн [3–8, 14, 15]. Работа *фрактальных антенн* достигается через геометрию проводников, а не через накопление отдельных компонентов или элементов (как в классических антеннах), что в последнем случае увеличивает сложность и потенциальные точки отказа. Анализ показывает, что в мире существуют два активных направления исследований во фрактальной технике: 1 – фрактальные апертуры, 2 – использование фракталов в разработке антенных решеток.

Фрактальные антенны позволяют создать многополосные варианты, уменьшенный размер и часто оптимальную или “шикарную” технологию таких устройств. Несомненным достоинством фрактальных антенн является тот факт, что они нередко имеют меньшие резонансные частоты по сравнению с классическими (евклидовыми) антеннами тех же размеров. Врожденные *широкополосные* качества фрактальных антенн идеальны для интеллектуальных приложений, в частности, при защите информации.

Области применения фрактальных антенн: современные телекоммуникации, широкополосная/многополосная и нелинейная радиолокация, системы поиска, локализации и трассировки мобильных объектов, пеленгация в сложных городских условиях, определение местоположения несанкционированных источников радиоизлучения при борьбе с террористами, оперативная связь в войсках, маркеры на различных предметах, космическая связь, современный физический эксперимент и т.п. [5, 6].

**Конспект о фрактальных радиосистемах, антеннах и элементах.** Необходимо особо отметить, что современный специалист в области антенной техники обладает большим набором аналитических, асимптотических и численных методов, которые позволяют анализировать реальную антенну. И с этой точки зрения этот опыт исследования позволяет получить физическую трактовку процесса формирования излучения. То есть, мы не только рассчитываем антенну, но мы умеем и объяснять физику антенны. С этой точки зрения исследователь, который занимается анализом фрактальных антенн, находится в более сложном положении. Он руководствуется принципом самоподобия (скейлинга) при конечном числе итераций. Ключевой момент, – из каких соображений выбирать исходную структуру при анализе фрактальных антенн? Поэтому единственным инструментом исследования является только численный метод и численный эксперимент. Здесь примерно такая же ситуация, которая была, когда методы анализа классических антенн ещё не были развиты и приходилось полагаться лишь на эксперимент.

Чрезвычайный широкополосный охват частот плюс компактные универсальные форм-факторы позволяют фрактальным антеннам контролировать коммуникации при распознавании сигналов, не обнаруживая себя. Широкополосные фрактальные антенны способствуют появлению передовых мобильных тактических коммуникаций, комбинируя полосу пропускания, способность к взаимодействию, регулирование мощности и компактную форму [5, 6].

Одним из современных направлений в анализе и синтезе фрактальных антенн является конструирование на их основе новых видов частотно-избирательных поверхностей и объемов [3–8, 15]. Идея реализации характеристик излучения с повторяющейся структурой на произвольных масштабах дает возможность создавать новые режимы во фрактальной электродинамике, а также получать принципиально новые свойства. В частности, размещение фрактальных элементов на корпусе или теле объекта может существенно исказить сигнатуру или радиолокационный портрет обнаруживаемого объекта.

Работы по фрактальным ЧИП, как и по фрактальным антеннам, также интенсивно выходят в свет в последние годы. В задаче синтеза фрактальных антенн и фрактальных частотно-избирательных поверхностей одним из наиболее перспективных путей на сегодняшний день является эволюционное проектирование на основе *генетических алгоритмов*.

Современные и перспективные радиопоглощающие покрытия и материалы (иначе – ЧИПы в широком смысле) должны обеспечивать поглощение широкого спектра электромагнитного излучения при произвольных углах зондирования и поляризации падающего излучения. С этой точки зрения один из перспективных

путей – применение *фрактальных искусственных композитов и метаматериалов*, которые можно отнести к “интеллектуальным”, или “умным”. Для рассматриваемых задач нами предложены и развиваются в настоящее время следующие основные пути: *a)* минифрактальные антенны, *b)* фрактальные структуры в фотонных и магннных кристаллах, *c)* физическое моделирование фрактальных импедансов и дробных операторов, *d)* перколяционный синтез фрактальных структур, т.е. “фрактальные лабиринты” (см., например, [3–8, 11, 12, 14, 15]). При этом подразумевается, по возможности, суммарное использование результатов, полученных микроскопическими, мезоскопическими и макроскопическими методами, работающими на разных пространственных / временных масштабах.

Как хорошо известно, *теория перколяции* – это теория, описывающая возникновение бесконечных связанных структур или кластеров, состоящих из отдельных элементов. Представляя среду в виде решетки, можно сформулировать несколько типов задач. Когда все узлы (или все связи) закрыты, решетка является моделью изолятора. Когда они все открыты и по проводящим связям через открытые узлы протекает ток, то решетка моделирует металл. При каком-то критическом значении произойдет перколяционный переход, являющийся геометрическим аналогом перехода металл-изолятор. Теория перколяции важна именно в окрестности перехода. Перколяционный переход аналогичен фазовому переходу второго рода.

Таким образом, речь идет и о построении пассивных электронных компонентов и базовых элементов нового поколения на основе фрактальных эффектов и свойств [3–8, 11, 12, 14, 15]. В частности, элементарное обобщение канторова множества на физическом уровне позволяет перейти к канторовым блокам в технологии молекулярных наноструктур. Применение рекурсивного процесса позволяет, в принципе, создавать самоподобную иерархическую структуру, вплоть до отдельных проводящих дорожек в микросхеме и в наноструктурах. При этом необходимо учитывать и научиться рассчитывать взаимное и коллективное влияние всех электромагнитных полей со всеми компонентами микросхемы: проводящие дорожки, полупроводник, диэлектрик и т.д.

В настоящее время заметное внимание специалистов уделяется моделированию фрактальных объектов комплексной динамики различными диссипативными системами. Наиболее естественный путь моделирования – это использование сценария Фейгенбаума перехода к хаосу через удвоение периода. В контексте наших разработок, множества Жюлиа, Фату и Мандельброта – интересные объекты для физического синтеза новых форм и видов фрактальных антенн и других фрактальных структур и метаматериалов на их основе.

Фрактальные многослойные структуры (авторское название – фрактальные “сэндвичи”) помимо прямого назначения могут иметь разнообразное функциональное назначение. Расчет коэффициентов отражения и пропускания таких материалов можно производить по методикам, изложенным в [5, 6]. Затем решается обратная задача, т.е. определяются эффективные диэлектрические и магнитные проницаемости фрактальной многослойной среды, которые могут быть и тензорами в случае анизотропных материалов. При этом необходимо использовать многократное обращение к прямой задаче. При наложении двух идентичных фрактальных пластин, когда одна повернута на  $90^\circ$  относительно другой, можно синтезировать инвариантную структуру относительно операции вращения. Полученная фрактальная структура может моделировать эффекты полного отражения, не зависящие от угла падения и поляризации электромагнитной волны. Подходы к конструкции фрактальных фотонных и магннных кристаллов описаны нами в [5, 6].

Резонансные длины волн во фрактальных структурах могут быть намного больше, чем размеры образца. Низкочастотный резонанс определяется самой длинной проводящей линией во фрактале, а такая линия, естественно, намного превышает линейные размеры фрактала. Это придает фракталу его “сверхволновые” свойства, т.е. фрактальная пластина может эффективно отражать электромагнитные волны с длинами, намного большими, чем ее поперечные размеры.

Например, экспериментально и численно можно показать, что пластинка размерами  $30 \times 30 \text{ мм}^2$ , содержащая фрактал 6-го порядка дерева Кейли, почти полностью отражает электромагнитные волны частотой 3,85 ГГц (совпадающие с одной из резонансных линий фрактального образца), в то время как медной пластинке такого же размера не удастся преградить путь этой волне, поскольку она (пластина) гораздо меньше длины волны, приблизительно равной  $\lambda = 7,8 \text{ см}$ . Такие “сверхволновые” свойства означают, что фрактальная пластина может действовать как *компактный отражатель*.

Для *управляемых интеллектуальных покрытий* также можно использовать принцип реконфигурируемых фрактальных антенных решеток с электронной коммутацией подрешеток [5, 6]. Многополосный режим функционирования, перекрытие обширного спектрального диапазона и полосы пропускания, соответствующие длинам волн, которые значительно больше размеров образцов, делают фрактальные пластины / объемы чрезвычайно интересной и полезной в практических приложениях частотно-избирательной средой.

Фрактальные пластины всегда имеют самоподобный ряд резонансов, приводящих к логарифмической периодичности рабочих зон. Связанная топологическая фрактальная структура делает возможным модулирование коэффициента пропускания электромагнитных волн в широком диапазоне. Области применения фрактальных ЧИП в современных радиосистемах потенциально весьма широки. Конструктивно такие ЧИП представляют решетки фрактальных апертур в проводящем экране или, наоборот, решетки из проводящих фрактальных элементов. Практические конструкции фрактальных ЧИП обычно содержат несколько пластин, разделенных диэлектрическими слоями, т.е. фрактальные “сэндвичи”.

Представленные здесь некоторые вопросы проектирования разнообразных мультимасштабных фрактальных сред представляют, как мы считаем, интерес и для широко известной концепции *интеллектуальной обшивки*, например, программы “Smart Skins”. Данная концепция интеллектуальной обшивки летательного аппарата (ЛА) подразумевает глубокую интеграцию авионики в его структуру с целью уменьшения массы, объема, аэродинамического сопротивления, эффективной площади рассеяния. Интеллектуальная обшивка подразумевает: антенную адаптивную систему, состоящую из многофункциональных микроволновых антенн; сенсорную систему мониторинга состояния ЛА; систему управления рассеяния волн и обеспечения электромагнитной совместимости; систему передачи и обработки данных; подсистему управления электроникой.

Эта концепция включает в себя решение несколько задач, в которых актуально применение фрактальных методов. Например, сложная сеть встроенных датчиков ( $> 10^3 \dots 10^4$ ) осуществляет мониторинг конструкции (самолеты, турбины, нефтепроводы, мосты и т.п.) и ее режимов. Таким образом, задачу можно рассматривать в рамках понятия распределенной измерительной среды, когда каждая точка некоторой материальной среды способна выполнять сенсорные, измерительные и информационные функции.

Фрактально-графовый подход позволяет изучать рост сложных сетей и дает метод манипулирования такими сетями на глобальном уровне, не прибегая к детальному описанию. При этом оказывается, что избыточное число датчиков не гарантирует их оптимальное распределение в/по исследуемой конструкции. Иначе

говоря, введение фрактальной топологии таких сетей с учетом конфигурации объекта позволит более точно и меньшими средствами осуществлять мониторинг данного объекта [5, 6].

Вторая задача непосредственно связана с применением фрактальных антенн и фрактальных 3D-сред, когда необходимо резкое уменьшение количества антенн радиолокационной системы, систем опознавания, систем связи, систем управления и т.д. на самом объекте. Третья задача – это фрактальные формователи характеристик рассеянного поля, т.е. управляемые фрактальные адаптивные покрытия. Таким образом, эти две задачи можно непосредственно отнести к содержанию данной работы.

Основываясь на всех полученных нами результатах, можно говорить о проектировании принципиально новых фрактальных элементов (устройств) и фрактальных радиосистем (рис. 3). Это позволяет, как отмечено выше, перейти на новый уровень информационной структуры *реальных немарковских сигналов* и совершенно по-новому взглянуть на традиционные методы построения радиосистем [1–15, 17].



Рис. 3. Авторская концепция фрактальных радиосистем и фрактальных устройств или фрактальных импедансов

**Главные направления развития.** В наших работах [3–21] представлены теоретические воззрения автора по фракталам, скейлингу и дробным операторам, разработаны методологические основы и обоснованы следующие проблемы:

1. Исследование возможностей текстурных (пространственных и спектральных), фрактальных и энтропийных (на основе мер Реньи, Хаврда–Чарвата–Дароши и т.п.) признаков для радиолокационных задач обнаружения.
2. Синтез новых моделей рассеяния радиолокационных сигналов земными покровами на основе теории детерминированного хаоса, странных аттракторов и фрактальных вероятностных распределений – устойчивых распределений.
3. Исследование волновых явлений (распространение и рассеяние волн, процессы диффузии) во фрактальных неоднородных средах на основе операторов дробного интегродифференцирования. Дальнейшее развитие фрактальной электродинамики [5, 6, 14, 15].



4. Синтез моделей каналов радиолокационных и телекоммуникационных систем на основе пространственных фрактальных обобщенных корреляторов и фрактальных частотных функций когерентности.
5. Исследование возможностей распознавания формы или контуров целей с помощью фрактальных, текстурных и энтропийных признаков. Работа на сингулярностях входной функции.
6. Исследование потенциальных возможностей и ограничений фрактальных методов обработки радиолокационных и связанных сигналов, в том числе фрактальной модуляции и демодуляции, фрактального кодирования и сжатия информации, фрактального синтеза изображений, фрактальных фильтров. Переход к фрактальным радиосистемам.
7. Исследование адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на основе дробной размерности и дробных операторов.
8. Поиск и исследование новых комбинированных методов обнаружения и распознавания классов мало контрастных целей в интенсивных негауссовских помехах.
9. Исследование возможностей создания новых сред для передачи информации, многодиапазонных фрактальных поглощающих материалов, конструирование фрактальных антенн и фрактальных частотно-селективных поверхностей и объемов. Дальнейшее развитие теории и техники фрактальных импедансов.
10. Синтез новых классов фракталов и мультифракталов с обобщением понятия меры множеств.
11. Изучение вида или топологии выборки одномерного (многомерного) сигнала для задач, например, искусственного интеллекта с целью создания словарей фрактальных признаков на основе фрактальных примитивов, являющихся элементами фрактального языка с фрактальной грамматикой, т.е. исследование проблемы “размерностного склероза” физических сигналов и сигнатур. Эти понятия, введенные автором, предполагают исследование топологических особенностей каждой конкретной индивидуальной выборки, а не усредненных реализаций, имеющих зачастую другой характер.
12. Прогноз механизмов формирования и характеристик шероховатости с целью управления геометрическими параметрами микрорельефа для получения заданных физико-химических и эксплуатационных свойств изделий при современных неравновесных технологиях обработки их поверхностного слоя. Фракталы в нанотехнологиях. (В 2008 г. автор предложил новую актуальную концепцию, а именно, “Скейлинг шероховатого фрактального слоя и нанотехнологии” [5–8, 14, 15]).
13. Развитие фрактальной неинерциальной релятивистской радиолокации в искривленном пространстве – времени связанных структур [10, 18–21], т.е. фрактальной геометрии пространства – времени детерминированных структур.

**Заключение.** Становление теории фракталов – яркий пример развития нового направления науки, в равной мере основанного как на достижениях в весьма абстрактных областях математики, так и на новом взгляде на давно известный эмпирический материал, который до создания адекватных моделей не поддается даже научному описанию и интерпретации. Обладая большой объяснительной силой, теория фракталов стимулирует развитие естествознания. Применение теории фракталов позволяет вскрыть огромные неиспользуемые ранее резервы и применить их в области различных технических приложений.

Для аппаратной реализации устройств и методов фрактальной радиоэлектроники необходима элементная база, позволяющая непосредственно выполнять обработку сигналов в пространстве дробной меры и моделировать фрактальные объекты и процессы, динамика которых подчиняется дифференциальным уравнениям дробного порядка – *фрактальные импедансы*.

В результате чтения лекций по разработанным автором “фрактальным” технологиям и докладам по проекту МНТЦ в 2000 г. и 2005 г. в США (Вашингтон, Нью-Йорк, Хантсвилл, Атланта, Франклин) в декабре 2005 г. американскими специалистами в официальном письме на имя директора ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН академика Ю.В. Гуляева были отмечены *российский приоритет* и важность данных исследований. Тогда же состоялась научная встреча А.А. Потапова с основателем фрактальной геометрии Б. Мандельбротом (см., авторский сайт: [www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)) [22, 23].

В настоящее время установлены универсальные черты функционирования, изоморфные для огромного количества объектов, относящихся к различным классам явлений, описываемых дробными операторами и фракталами. Результаты, методы и выводы, полученные автором с учениками, имеют большой инновационный потенциал, реализация которого, на наш взгляд, обеспечит решение ряда современных задач радиофизики, радиотехники, радиолокации, связи и управления, позволит обеспечить новое качество систем обнаружения и распознавания, развития новых информационных технологий и повышения конкурентоспособности отечественных изделий радиоэлектроники.

В связи с имеющими международное значение полученными результатами на основе развития и применения дробных мер, в начале марта 2011 г. автору присвоено звание Почетного профессора Джинанского университета (Honorary Professor of Jinan University, г. Гуанджоу, Китай) и он назначен Президентом совместной китайско-российской лаборатории информационных технологий и фрактальной обработки сигналов.

Исходя из всего вышесказанного, можно объективно говорить о становлении *московской научной школы фрактальных методов* с центром в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и хорошо известной в мире. По данному направлению нами выпущено в свет более 500 научных работ, 15 книг и основан в 2003 г. журнал “Нелинейный мир”, освещающий все рассмотренные здесь вопросы с синергетических позиций ([www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2007 году. – М.: Наука, 2008. – 204 с.
2. Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2009 году. – М.: Наука, 2010. – 486 с.
3. *Потапов А.А.* Фракталы в задачах искусственного интеллекта: подходы, модели, некоторые результаты // Использование методов искусственного интеллекта и высокопроизводительных вычислений в аэрокосмических исследованиях / Под ред. *Е.П. Велихова*. – М.: Физматлит, 2003. – С. 76-90.
4. *Потапов А.А.* Синергетика и проблемы радиоэлектроники: основы, методы, прикладные задачи // Синергетика. – М.: Изд-во МГУ, 2006. – Т. 8. – С. 163-179.
5. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос, 2002. – 664 с.
6. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Университет. книга, 2005. – 848 с.
7. *Потапов А.А.* Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах // Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах: Пер. с англ. / Под ред. *Т.Э. Кренкеля*. – М.: Техносфера, 2006. – С. 374-479.

8. *Потапов А.А.* Фрактальные модели и методы на основе скейлинга в фундаментальных и прикладных проблемах современной физики // Необратимые процессы в природе и технике / Под ред. *В.С. Горелика* и *А.Н. Морозова*. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – С. 5-107.
9. *Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А.* и др. Новейшие методы обработки изображений / Под ред. *А.А. Потапова*. – М.: Физматлит, 2008. – 496 с. (Грант РФФИ № 07–07–07005).
10. *Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А.* Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / Под ред. *А.А. Потапова*. – М.: Радиотехника, 2003. – 720 с.
11. *Потапов А.А.* Фрактальные методы исследования флуктуаций сигналов и динамических систем в пространстве дробной размерности // Флуктуации и шумы в сложных системах живой и неживой природы / Под ред. *Р.М. Юльметьева* и др. – Казань: Мин-во образования и науки Республики Татарстан, 2008. – С. 257-310.
12. *Потапов А.А., Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А.* Фрактальные элементы и радиосистемы: Физические аспекты / Под ред. *А.А. Потапова*. – М.: Радиотехника, 2009. – 200 с.
13. *Антипов О.И., Неганов В.А., Потапов А.А.* Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах / Под ред. и с предисловием акад. *Ю.В. Гуляева* и чл.-корр. РАН *С.А. Никитова*. – М.: Радиотехника, 2009. – 235 с.
14. *Потапов А.А.* О фрактальных радиосистемах, дробных операторах, скейлинге, и не только... // Фракталы и дробные операторы / С предисловием акад. *Ю.В. Гуляева* и чл.-корр. РАН *С.А. Никитова*. – Казань: Изд-во "Фэн" Академии наук РТ, 2010. – С. 417-472.
15. *Потапов А.А., Черных В.А.* Дробное исчисление А.В. Летникова, теория фракталов и скейлинг / Под ред. *А.А. Потапова*. – М.: Физматлит, 2011. – 700 с.
16. *Колесов В.В., Потапов А.А.* Свойства полимерных наноконструктивов: Физико-химические и фрактально-структурные динамические явления в сложных системах / Под ред. А.В. Мокшина и др. – Казань: Изд-во Мин-ва образования и науки РТ, 2011. – С. 127-160.
17. *Лазоренко О. В., Потапов А.А., Черногор Л. Ф.* Фрактальные сверхширокополосные сигналы // Защита информации (методы шифрования) / Под ред. *Е.М. Сухарева*. – М.: Радиотехника, 2011. – 238 с.
18. *Foukzon J., Potapov A.A., Podosenov S.A.* Hausdorff-Colombeau measure and axiomatic quantum field theory in space-time with negative B. Mandelbrot dimensions // <http://arxiv.org/abs/1004.0451v1>, 3 Apr. 2010. – 20 p.
19. *Foukzon J., Podosenov S.A., Potapov A.A., Menkova E.* Bimetric Theory of Gravitational-Inertial Field in Riemannian and in Finsler-Lagrange Approximation // <http://arxiv.org/abs/1007.3290>, 9 Oct. – 2010. – 95 p.
20. *Podosenov S. A., Foukzon J., Potapov A.A.* A Study of the Motion of a Relativistic Continuous Medium // Gravitation and Cosmology. – 2010. – Vol. 16, № 4. – P. 307-312.
21. *Foukzon J., Potapov A.A., Podosenov S.A.* Hausdorff-Colombeau measure and axiomatic quantum field theory in spacetime with negative B. Mandelbrot dimensions // <http://arxiv.org/abs/1004.0451>, 5 Feb. – 2011. – 206 p.
22. *Потапов А.А.* Моя встреча с Б. Мандельбротом // Нелинейный мир. – 2007. – Т. 5, № 6. – С. 402-404.
23. *Потапов А.А.* Бенуа Мандельброт (1924 – 2010) – человек, “преодолевший пропасть размерностей” // Нелинейный мир. – 2010. – Т. 8, № 12. – С. 733-738.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.А. Колесников.

**Потапов Александр Алексеевич**

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

E-mail: [potapov@cplire.ru](mailto:potapov@cplire.ru).

125009, г. Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7.

Тел.: 88636293406.

Главный научный сотрудник; д.ф.-м.н.; профессор.

**Potapov Aleksandr Alekseevich**

Chief Scientist of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS.

E-mail: [potapov@cplire.ru](mailto:potapov@cplire.ru).

11, Mohovaya Street, Building 7, 125009, Moscow, Russia.

Phone: +78636293406.

Dr. of Phys.-Math. Sc.; Professor.