

Popov Andrei Nickolaevitch

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: andypriest@mail.ru.

2, Chekhova Street, Taganrog, 347922, Russia.

Phone: +78634318090.

The Department of Synergetics and Control; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.

УДК 621.396

В.П. Тепин, А.В. Тепин

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ И АВТОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
С ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ**

Исследуются особенности динамики нестационарных хаотических систем с внешним либо внутренним параметрическим управлением. В рассматриваемых системах скалярное управляющее воздействие контролирует скорость эволюции хаотического процесса. Это достигается синхронной вариацией значения производной каждой из переменных состояния. В результате обеспечивается управление временными и частотными показателями динамического хаоса за счет изменения свойств воздействия. Представлены результаты имитационного моделирования ряда параметрических и автопараметрических режимов хаотической системы, прототипом которой служит стационарная система Чуа.

Динамический хаос; управление хаосом; нестационарные хаотические системы; параметрическое управление; автопараметрическое управление.

V.P. Tepin, A.V. Tepin

**PARAMETRIC AND AUTOPARAMETRIC SYSTEMS WITH CHAOTIC
DYNAMICS**

In this paper, we study the peculiarities of the dynamics of non-stationary chaotic systems under external or internal parametric control. In the systems under consideration, a scalar control action governs the chaotic process evolution rate. This is achieved by the derivative value of each state variable synchronous variation. As the result, the dynamic chaos time and frequency domain characteristics control is provided by means of the control action behavior variation. Simulation results are presented for some parametric and autoparametric modes of chaotic system based on Chua's stationary prototype.

Dynamic chaos; chaos control; non-stationary chaotic systems; parametric control; autoparametric control.

Введение. Динамический (детерминированный) хаос представляет собой сложное нерегулярное движение, наблюдаемое в некоторых классах нелинейных систем различной физической природы [1]. Это движение имеет псевдослучайный характер – подобно случайному процессу оно является незатухающим, непериодическим, обладает непрерывным частотным спектром, быстро спадающей автокорреляционной функцией, однако закон этого движения в любой момент времени полностью предопределен уравнениями динамики системы и начальными условиями.

Возможности практического использования уникальных свойств систем с хаотической динамикой, способных порождать значительное многообразие широкополосных незатухающих непериодических процессов, привлекают пристальное внимание специалистов различных областей науки и техники. В течение двух десятилетий во всем мире ведутся многочисленные исследования и разработки, направленные на практическое использование хаотических систем. Наиболее значи-

тельные результаты внедрения, достигнутые в области информационных технологий. Передача информации на хаотической несущей, распознавание образов, имитация музыкальных инструментов – лишь некоторые из примеров успешного внедрения хаоса.

Известно, что хаос нельзя прогнозировать, однако им можно управлять [1]. Применительно к информационным технологиям основными задачами управления хаосом являются введение информационной компоненты в хаотический процесс (модуляция) и последующее извлечение этой компоненты (демодуляция) [1–4]. Задачу модуляции решают путем управления параметрами и режимами работы хаотической системы, при этом применяют различные методы: амплитудная модуляция, хаотическое маскирование, нелинейное подмешивание информационной компоненты, переключение хаотических режимов и параметрическая модуляция, т.е. вариация некоторых параметров системы [4, 5]. Для демодуляции применяются методы, основанные на самосинхронизации подобных систем [6], а также методы глобальной реконструкции динамического хаоса [7].

В параметрических и автопараметрических системах, предложенных в работах [8–11], модуляция осуществляется за счет управления параметром, задающим временной масштаб хаотического процесса, т.е. скорость его эволюции.

Цель настоящей работы – исследование особенностей динамики этого класса хаотических систем.

Математические модели параметрических хаотических систем. *Стационарные системы.* Множество известных систем этого класса описываются уравнением динамики вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{x}(t)], \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ и $\dot{\mathbf{x}}(t)$ – векторы переменных состояния и их производных, а $\mathbf{F}[\cdot]$ – некоторый нелинейный оператор эволюции (Чуа, Лоренца, Ресслера и др. [5]).

Стационарность такой системы понимается в смысле независимости ее оператора эволюции от времени, ее структура представлена на рис. 1,а.

Параметрические системы. Эти системы относятся к нестационарным, а уравнение их динамики имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = g(t)\mathbf{F}[\mathbf{x}(t)], \quad (2)$$

где $g(t)$ – произвольное скалярное управляющее воздействие, синхронно изменяющее величину производной каждой из переменных состояния.

Структура системы показана на рис. 1,б.

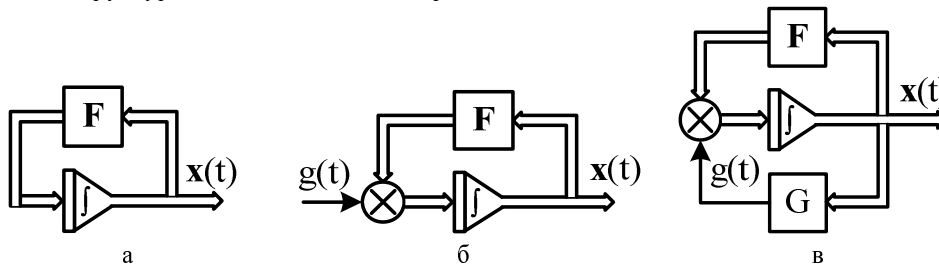


Рис. 1. Системы с хаотической динамикой: а – стационарная, б – параметрическая, в – автопараметрическая

При единичном воздействии $g(t) = 1$ уравнения (1) и (2), а также соответствующие им структуры совпадают. Потому стационарную систему (1) логично называть прототипом параметрической системы (2).

Параметрическая система может быть синтезирована на основе прототипа любого класса и порядка, с любым типом нелинейности. Динамика такой системы подобна динамике ее прототипа [9, 11].

Например, при постоянном управляющем воздействии $g(t) = g_0$ решения уравнений (1) и (2) отличаются лишь масштабом шкалы времени:

$$\mathbf{X}_{PAR}(t) = \mathbf{X}_{PR}(g_0 t), \quad (3)$$

где $\mathbf{X}_{PAR}(t)$ и $\mathbf{X}_{PR}(t)$ – векторы переменных состояния параметрической системы и ее прототипа.

В общем случае связь между динамическим хаосом, порождаемым параметрической системой, хаосом ее прототипа, а также управляющим воздействием выражается соотношением

$$\mathbf{X}_{PAR}(t) = \mathbf{X}_{PR} \left[\int_0^t g(t) dt \right]. \quad (4)$$

Отсюда следует, что динамика параметрической системы, рассматриваемая в иной, «приведенной» временной шкале, связанной со шкалой реального времени

соотношением $\tau = \int_0^t g(t) dt$, идентична динамике прототипа в реальном времени,

т.е. $\mathbf{X}_{PAR}(t) = \mathbf{X}_{PR}(\tau)$.

По причине необратимости реального времени ($t \geq 0$) из соотношения (4) следует условие физической реализуемости параметрической системы, которому должно удовлетворять управляющее воздействие:

$$\int_0^t g(t) dt \geq 0. \quad (5)$$

Это условие выполняется при следующих режимах работы и состояниях параметрической системы:

- ◆ стационарный режим – воздействие отлично от нуля и не изменяется во времени ($g(t) = g_0$), при этом система генерирует ускоренную (при $g_0 > 1$) либо замедленную (при $g_0 < 1$) копию динамического хаоса прототипа;
- ◆ состояние замораживания (фиксации) – воздействие $g(t) = 0$ обращает в нуль производные переменных состояния, в результате значение всех переменных фиксируется;
- ◆ режим однополярного управления – воздействие принимает только положительные значения ($g(t) \geq 0$);
- ◆ режим двуполярного управления – воздействие изменяет знак, однако при этом выполняется условие (5), т.е. в любой момент времени значение интеграла от этого воздействия остается положительным.

Автопараметрические системы. Параметрическое управление динамическим хаосом может осуществляться не только внешним по отношению к системе воздействием, но также и воздействием, сформированным из переменных состояния самой системы – тогда систему логично называть автопараметрической [9, 11].

Аналитическое выражение автопараметрического воздействия может быть представлено в следующем виде:

$$g(t) = G[\mathbf{x}(t)], \quad (6)$$

где $G[\cdot]$ – произвольный скалярный линейный либо нелинейный оператор, удовлетворяющий условиям физической реализуемости (5). Тогда уравнение динамики автопараметрической хаотической системы принимает вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = G[\mathbf{x}(t)]\mathbf{F}[\mathbf{x}(t)]. \quad (7)$$

Структура этой системы представлена на рис. 1,в. Очевидно, что ее прототипом также является система (1), поскольку при $G[\mathbf{x}(t)] = 1$ уравнения (7) и (1) идентичны.

Принципиально важно, что как в параметрической, так и в автопараметрической системе управляющее воздействие $g(t)$ изменяет лишь скорость эволюции системы, т.е. временной масштаб развития процесса, но никак не влияет на характер этой эволюции. Следовательно, динамика таких систем, наблюдаемая в пространстве состояний, идентична динамике прототипа, независимо от характера приложенного управляющего воздействия (детерминированное или случайное, периодическое или непериодическое, однополярное или двуполярное), а также от величины и скорости его изменения. Это – фундаментальное свойство рассматриваемого класса систем.

Особенности фазового портрета параметрической системы. Как известно, состояние системы в любой момент времени можно отобразить точкой в фазовом пространстве. При исследовании стационарных систем координатами этого пространства служат переменные состояния. В случае нестационарных систем (включая параметрические и автопараметрические) для однозначного отображения положения изображающей точки фазовое пространство дополняют еще одной координатой – временем [12].

Так как управляющее воздействие $g(t)$ параметрической либо автопараметрической системы не входит в уравнения фазовых траекторий, портрет этих систем, рассматриваемый в пространстве переменных состояния, совпадает с портретом прототипа. Это положение иллюстрируется графиками на рис. 2.

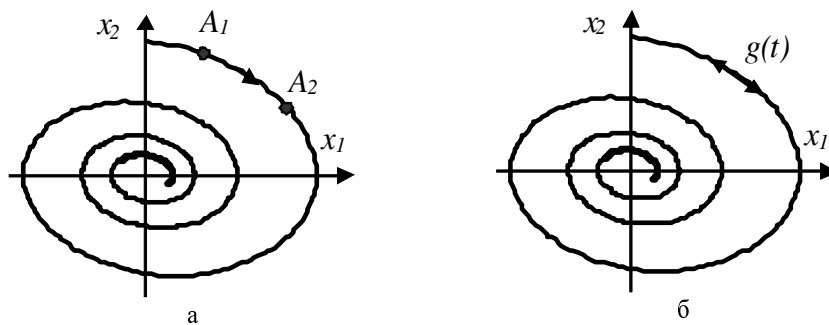


Рис. 2. Фазовая траектория прототипа (а) и параметрической системы (б)

Для отображения различий в динамике систем достаточно, дополнив фазовое пространство временной координатой, "развернуть" эти траектории во времени, как показано на рис. 3,а,б.

Как известно, каждая траектория характеризуется направлением перемещения изображающей точки при возрастании времени, отображаемым стрелкой. В случае прототипа эта точка движется по направлению часовой стрелки (рис. 2,а), однако в случае параметрической системы, когда знак производной переменных

состояния зависит от воздействия, направление перемещения зависит от его знака. Когда оно отрицательно, направление изменяется на противоположное. В стационарных системах это принципиально невозможно – оно соответствовало бы обратному течению времени.

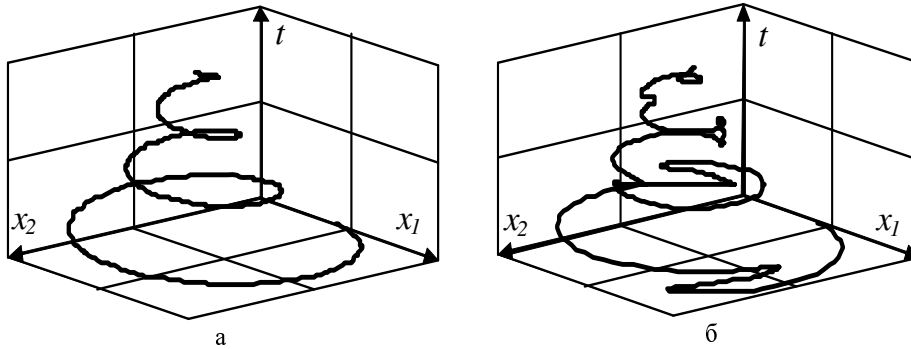


Рис. 3. Фазовая траектория прототипа (а) и параметрической системы (б) в пространстве, дополненном временной координатой

Имитационное моделирование параметрических хаотических систем. *Pspice-модель системы.* Чтобы получить математическую модель такой системы, необходимо модифицировать уравнения прототипа в соответствии с (2). Например, уравнения динамики параметрической системы Чуа имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(t)[c_1 h(x) + c_2 x(t) + n_0 y(t) + n_1 z(t)], \\ \dot{y}(t) = g(t)z(t), \\ \dot{z}(t) = g(t)[x(t) + d_0 y(t) + d_1 z(t)], \end{cases} \quad (8)$$

где $h(x)$ – статическая характеристика трехсегментного нечетно-симметричного кусочно-линейного элемента (PWL)

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{if } |x| \leq E, \\ E \operatorname{sgn} x & \text{if } |x| > E. \end{cases} \quad (9)$$

PSpice-модель исследуемой системы показана на рис. 4.

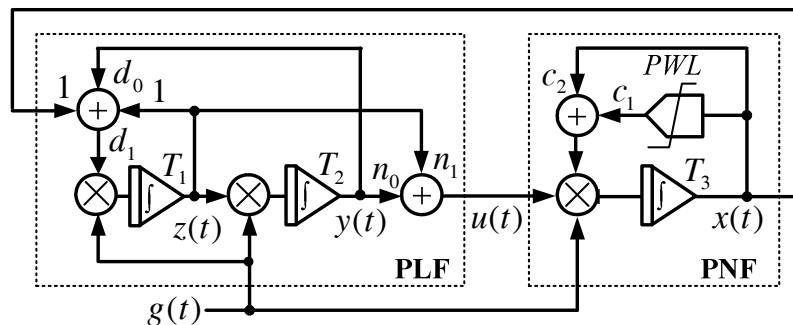


Рис. 4. PSpice-модель параметрической системы на базе прототипа Чуа:
 $d_0 = -14,8064$, $d_1 = -1,01607$, $n_0 = 0,150317$, $n_1 = 9,35159$, $c_1 = 3,88988$,
 $c_2 = -2,59552$, $E = 1B$, $T_1 = T_2 = T_3 = 0,1c$, $x(0) = -0,4 B$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0,4 B$

Это – аналоговая модель для решения системы нестационарных дифференциальных уравнений (8), содержащая программируемые аналоговые интеграторы (каждый состоит из обычного интегратора и аналогового перемножителя), сумматоры и блоки коэффициентов. Модель представляет собой кольцо из двух программируемых фильтров: линейного фильтра второго порядка (PLF), и нелинейного фильтра первого порядка (PNF). Оба фильтра синхронно управляются общим параметрическим воздействием $g(t)$.

Моделирование прототипа. На рис. 5 представлены результаты моделирования динамики прототипа.

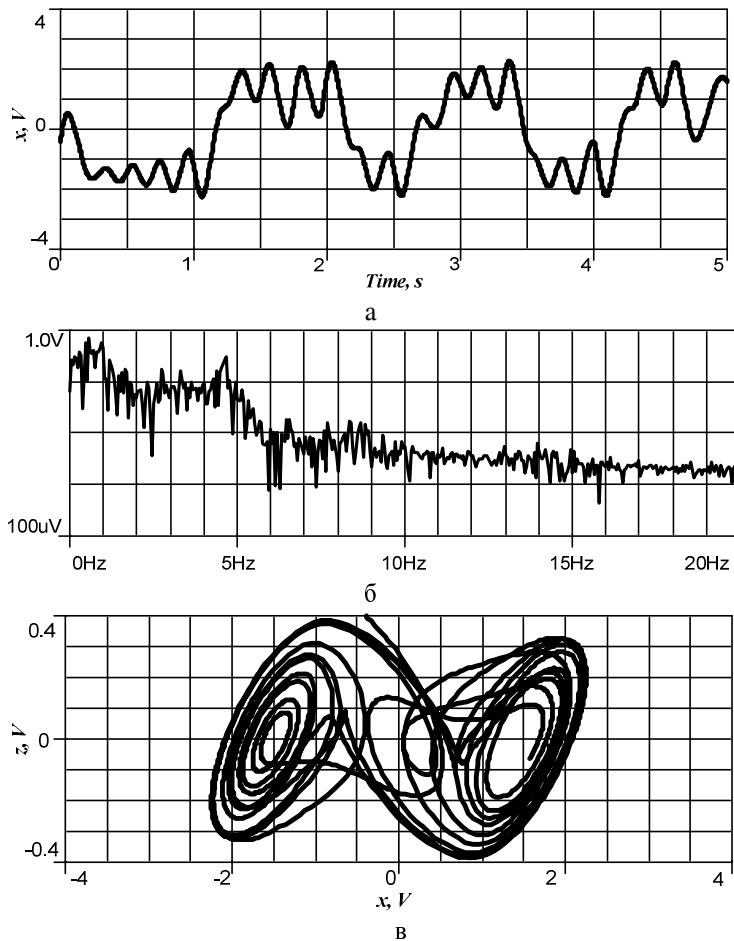


Рис. 5. Динамика прототипа: а – временная диаграмма выходного сигнала; б – спектр мощности; в – хаотический аттрактор

Очевидно, что прототип генерирует шумоподобный динамический хаос с непрерывным спектром, а его фазовый портрет содержит аттрактор типа «двойной завиток».

Моделирование параметрических режимов. На рис. 6 показана динамика системы Чуа в параметрических режимах под влиянием внешнего параметрического воздействия. Черные и красные линии на графиках соответствуют выходному сигналу и параметрическому воздействию.

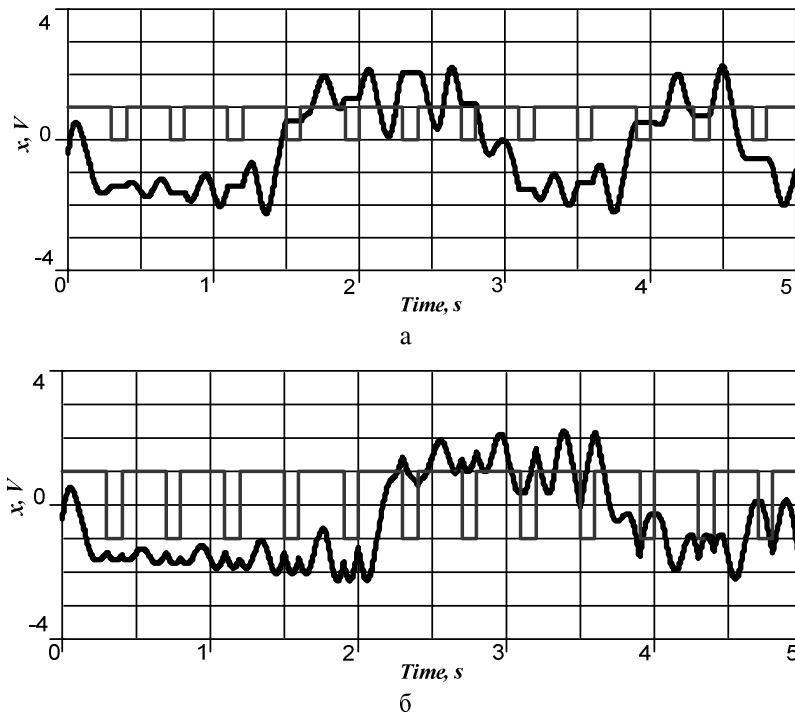


Рис. 6. Динамика параметрической системы Чуа: а – при воздействии положительных импульсов; б – при воздействии биполярных импульсов

Можно заметить, что динамика системы остается хаотической в обоих случаях, однако форма выходного сигнала изменяется, при этом наблюдаются уникальные эффекты. Когда $g(t) = 1$, обе параметрические системы движутся по тем же траекториям, что и прототип (см. рис. 5). Но если $g(t)$ становится равным нулю (рис. 6,а), система входит в состояние фиксации – ее выходной сигнал (как и остальные переменные состояния) «замораживается» до тех пор, пока воздействие $g(t)$ не изменит значение.

При отрицательных значениях $g(t)$ (рис. 6,б) система переходит в состояние «реверса времени» – она движется по той же траектории, как и до того, но в противоположном направлении. Это означает, что ее «внутренние часы», т.е. приведенное время, идут в обратную сторону. Такой эффект, как и предыдущий, объясняется сменой знака всех производных в уравнениях (8).

Фазовый портрет в обоих случаях аналогичен показанному на рис. 5,в.

Моделирование автопараметрического режима. Динамика системы в этом режиме иллюстрируется графиками на рис. 7 и 8.

В этом режиме управляющее воздействие выбрано в виде функции единственной переменной состояния – выходного сигнала системы. Как упоминалось ранее, воздействие должно оставаться положительным при любом значении этой переменной. Четная степень выходного сигнала (X^2) в сочетании с положительным смещением g_0 гарантируют соответствие этому требованию.

Анализируя графики на рис. 7, можно заметить, что спектр мощности генерируемого сигнала стал более равномерным по сравнению со стационарным режимом, приближаясь к белому шуму, при этом хаотический аттрактор остался без изменений.

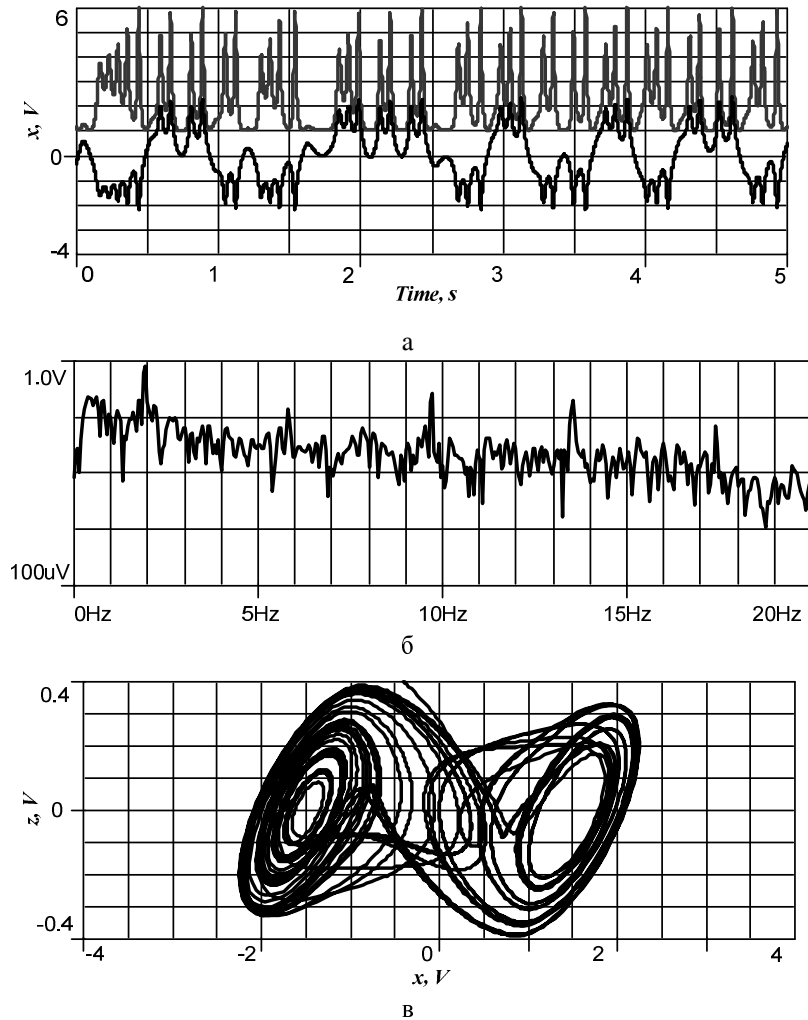


Рис. 7. Динамика автопараметрической системы при $g(t) = g_0 + x^2(t)$, $g_0 = 1$:
 а – выходной сигнал (нижняя линия) и управляющее воздействие (верхняя линия);
 б – спектр мощности; в – хаотический аттрактор

На рис. 8 показан эффект «замораживания», который характерен для автопараметрических систем в случаях, когда под влиянием выходного сигнала в некоторый момент времени управляющее воздействие обращается в нуль – здесь $g(t) = g_0 - x(t)$.

Очевидно, что когда $x(t) \rightarrow g_0$, производные всех переменных состояния приближаются к нулю, и система стремится к состоянию «замерзания» – в результате формируется хаотический всплеск.

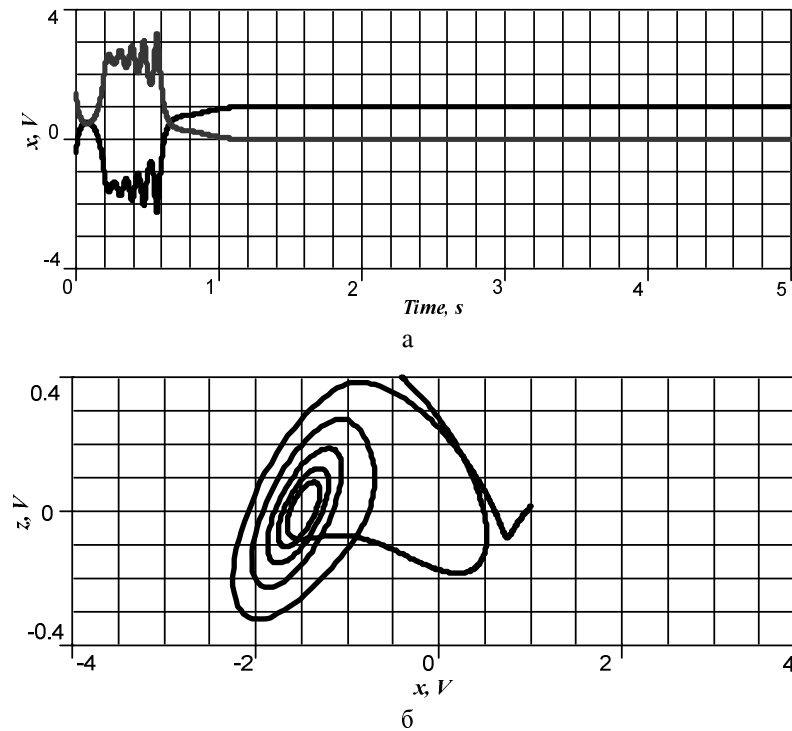


Рис. 8. Эффект «замораживания» в автопараметрической системе при $g(t) = g_0 - x(t)$, $g_0 = 1$: а – выходной сигнал и управляющее воздействие, б – хаотический аттрактор

Заключение. Таким образом, переход от стационарных хаотических систем к параметрическим и автопараметрическим открывает перспективы радикального расширения возможностей управления динамическим хаосом. Представленные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Во-первых, в отличие от других способов, параметрическое управление снимает все принципиальные ограничения на частотный и динамический диапазон, форму, ширину спектра, скорость изменения и другие показатели управляющего воздействия (информационного сигнала), поскольку оно не затрагивает параметров и структуры аттрактора выбранного прототипа. В реальных системах ограничения могут возникать лишь из-за неидеальности применяемой элементной базы.

Во-вторых, имеется полная свобода в выборе прототипа, так как изложенные принципы построения параметрических систем применимы к любому из них, описываемому стационарным уравнением динамики вида (1) – любого класса и порядка, с любым типом нелинейности.

В-третьих, новые эффекты, обнаруживаемые в рассматриваемых системах, – возможность «замораживания» динамического хаоса и его реверсирования (имитации обратного течения времени) – дают пищу для размышлений относительно новых приложений хаоса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: методы и приложения // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 5. – С. 3-45, а также 2004. – № 4. – С. 3-34.

2. *Corron N.J. and Hahs D.W.* A new approach to communication using chaotic signals. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I: Fundamental Theory and Applications*. – 1997. – Vol. 44, № 10. – P. 373-381.
3. *Yang T. and Chua L.O.* Secure communication via chaotic parameter modulation. *IEEE Trans. Circuits Syst. I*. – 1996. – Vol. 43. – P. 817-819.
4. *Dmitriev A.S., Kuzmin L.V., Laktushin A.M.* Amplitude modulation of chaotic signals. *Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communication (ICCSC'04), Moscow, Russia, 2004*.
5. *Шахтарин Б.И. и др.* Генераторы хаотических колебаний. – М.: Гелиос АРВ, 2007. – 248 с.
6. *Pecora L., Carrol T.* Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.* – 1990. – Vol. 64. – P. 821-824.
7. *Кононов А.Ф.* О проблеме синтеза систем передачи информации с хаотической несущей: синергетический подход // *Известия ЮФУ. Технические науки*. – 2009. – №1 (90). – С. 71-76.
- A. *Volkovskii.* *Synchronization of Chaotic Systems Using Phase Control*. *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I: Fundamental Theory and Applications*. – 1997. – Vol. 44, №. 10. – P. 913-917.
8. *Тепин В.П.* Автопараметрические гиперхаотические системы конфиденциальной связи. – Труды 7-й Международной конференции «Теория и техника передачи, приема и обработки информации». – Харьков: ХТУРЭ, 2001. – С. 8-11.
9. *Torres W.P., Oppenheim A.V., and Rosales R.R.* Generalized Frequency Modulation, *IEEE Transactions on Circuits and Systems–I: Fundamental Theory and Applications*. – 2001. – Vol. 48, № 12. – P. 1405-1412.
10. *Tepin V.P.* Self-Parametric Chaotic Oscillators for Secure Communication Systems, *Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communication (ICCSC'02)*. St. Petersburg, Russia, June 2002. – P. 271-274.
11. *Ланда П.С.* Нелинейные колебания и волны. – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 496 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Тепин Владимир Петрович

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: vtepin@gmail.com.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: +78634613116.

Кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; доцент.

Тепин Алексей Владимирович

E-mail: alexey.tepin@gmail.com.

Кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Tepin Vladimir Petrovich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

e-mail: vtepin@gmail.com.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634613116.

The Department of Automatic Control Systems; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.

Tepin Alexey Vladimirovich

E-mail: alexey.tepin@gmail.com.

The Department of Automatic Control Systems; Post-graduate Student.