

## Раздел IV. Математическое моделирование физических процессов

УДК 534.22

О.А. Савицкий, Т.А. Чистякова

### СЖАТИЕ И ДЕКОМПРЕССИЯ ИМПУЛЬСОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С НИЗКОЧАСТОТНЫМИ ВОЛНАМИ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЗВУКОВЫХ ПУЧКАХ\*

*Приведены результаты теоретического анализа и математического моделирования явлений нелинейного сжатия (компрессии) и расплывания (декомпрессии) импульсных акустических сигналов в поле звукового пучка в квадратично-нелинейной среде без физической дисперсии. Подтвержден вывод работ [1,2] о возможности наблюдения эффектов компрессии и декомпрессии импульсов в квадратично-нелинейных средах. Показано, что явления компрессии (декомпрессии) может быть связано с нелинейным взаимодействием импульсного сигнала с мощной низкочастотной квазимонохроматической волной. Рассматриваются основные закономерности эффектов сжатия и расплывания импульсов в звуковом пучке.*

*Компрессия; декомпрессия импульсов; звуковой пучок.*

O.A. Savitsky, T.A. Chistyakova

### IMPULSE COMPRESSION AND DECOMPRESSION IN INTERACTION OF IMPULSE WITH LOW-FREQUENCY MODES OF FINITE AMPLITUDE IN SOUND BEAMS.

*The results of theoretical analysis and mathematical modeling of phenomena of nonlinear compression (compression) and spreading (decompression) of pulsed acoustic signals in the acoustic beam in a quadratically nonlinear medium without physical dispersion. Confirmed the conclusion of [1,2] about a possibility of observing the effects of compression and decomposition of pulses in quadratically nonlinear media. Shown that the effects of compression (decompression) may be due to the nonlinear interaction of a pulsed signal with a powerful low-frequency quasi-monochromatic wave. The basic pattern of effects of compression and spreading of the pulse in the sound beam.*

*Impulse compression; impulse decomposition; sound beam.*

В работах [1,2] на основе уравнения Хохлова–Заболотской были получены модельные уравнения, для описания взаимодействия звуковых пучков волн с различающимися временными масштабами. В частности, были рассмотрены возможные сценарии развития нелинейных процессов при взаимодействии мощной низкочастотной (НЧ) квазигармонической волны  $V_2$  и высокочастотного радиоимпульса  $V_1$  малой амплитуды (рис. 1). В этом случае уравнение для поля  $V_1$  примет вид

\* Работа выполнена в рамках проектов П458 ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.», а также проекта РНПВШ 2.1.1/6584.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial V_1}{\partial z} - V_2 \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right) = \frac{N}{4} \Delta_{\perp} V_1, \quad (1)$$

где  $V_2$  является решением уравнения Хохлова-Заболотской [3,4].

Проведенный в [1,2] анализ показывает, что характер эволюции волны  $V_1$  будет зависеть от того, с каким участком профиля волны  $V_2$  будет происходить взаимодействие.

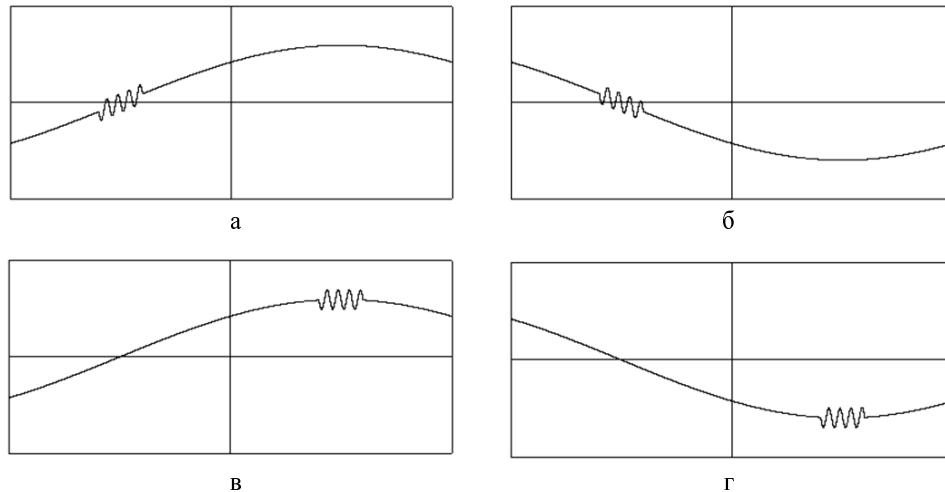


Рис. 1. Начальные условия для различных сценариев эволюции импульсного сигнала

В случае временного совмещения импульса  $V_1$  с линейными участками профиля  $V_2$  (рис. 1 а, б) возможно наблюдение компрессии или декомпрессии импульса, которое будет сопровождаться увеличением или уменьшением частоты заполнения, соответственно. Из уравнения (1) следует оценка коэффициента компрессии  $k$  на начальном участке эволюции волнового возмущения, когда преобладающими являются нелинейные процессы

$$k = \left( 1 - \frac{\partial V_{20}(0)}{\partial \theta} \cdot \frac{x}{x_{p2}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где  $V_{20}(0)$  – начальная амплитуда низкочастотной волны конечной амплитуды на оси. Видно, что степень компрессии (декомпрессии) импульса  $V_1$  определяется крутизной нарастания переднего (заднего) фронта мощной низкочастотной волны  $V_2$ , а также характерным пространственным масштабом накопления нелинейных искажений в этой волне –  $x_{p2}$ . Величина компрессии (декомпрессии) растет с увеличением  $\frac{\partial V_{20}(0)}{\partial \theta}$  и уменьшением расстояния образования разрыва  $x_{p2}$  в волне  $V_2$ .

Для нелинейных волновых процессов в квадратично-нелинейных средах без физической дисперсии характерно множественное рождение гармоник и волн комбинационных частот, вследствие чего их описание в рамках простых аналитических моделей затруднительно. Сказанное в полной мере относится и к тем нелинейным явлениям, которые исследуются в настоящей работе. В такой ситуации вычислительный эксперимент становится альтернативой аналитическим методам описания сложных нелинейных процессов, мощным, а иногда и единственным инструментом их теоретического исследования.

Разработанный в «Научно-образовательном центре комплексных исследований и математического моделирования сложных природных и техногенных систем» программный комплекс по расчету полей волн конечной амплитуды позволил выполнить исследование нелинейных эффектов, существование которых было предсказано аналитическими методами в работах [1,2,3]. Основным модельным уравнением для разработки программного комплекса является уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова (ХЗК), обобщающее уравнение Хохлова-Заболотской на случай сред с диссипацией. В рамках выбранной модели внешними параметрами основного модельного уравнения являются  $\Gamma$  – отношение характерных масштабов проявления нелинейных и диссипативных процессов,  $N$  – отношение характерных масштабов проявления нелинейных и дифракционных эффектов в звуковом пучке.

Исследование компрессии и декомпрессии высокочастотных импульсных сигналов при взаимодействии с низкочастотными возмущениями в звуковом пучке проводилось при следующих значениях параметров уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова,  $\Gamma=0,001$ ,  $N=0,2$ ;  $0,02$  и параметров начальных данных на входе в нелинейную среду  $V_{02}/V_{01}=50$ ,  $f_1/f_2=12$ . Наибольший интерес представляет парааксиальная область, поэтому анализировались волновые профили на оси аксиально-симметричного излучателя на расстояниях до  $x_{p2}$  (расстояние образования разрыва в плоской низкочастотной волне). При этом нормированное на  $x_{p2}$  расстояние изменялось в пределах  $0 \div 1$ . Для удобства наблюдения высокочастотного импульса  $V_1$  малой амплитуды на фоне мощной низкочастотной волны  $V_2$  выполнялось два расчета для двух разных начальных условий  $V1(0, r, \theta) = V_1(0, r, \theta) + V_2(0, r, k\theta)$  и  $V2(0, r, \theta) = V_2(0, r, k\theta)$ . После выполнения расчетов производилось вычитание  $V1(z, r, \theta) - V2(z, r, \theta)$ . Такой прием позволяет легко отфильтровать интересующую нас высокочастотную компоненту поля от низкочастотной компоненты. Правомерность такой операции опирается на теоретически доказанный факт отсутствия влияния высокочастотной волны на характер распространения низкочастотной [1,2].

На рис. 2 (а-е) представлена динамика трансформации с расстоянием взаимодействующих в нелинейной среде радиоимпульса малой амплитуды и мощной низкочастотной волны. В целях удобства наблюдения малого сигнала  $V_1$ , масштаб по оси ординат для  $V_1$  был увеличен в 50 раз ( $V_{02}/V_{01}=50$ ). Видно, что по мере нарастания крутизны переднего фронта НЧ-волны происходит уменьшение длительности радиоимпульса (компрессия) с одновременным изменением формы его огибающей, увеличением частоты заполнения и амплитуды. По мере приближения к области формирования слабых разрывов в профиле ( $z=1$ ), становится заметным также появление частотной модуляции в импульсе. Сформировавшийся при  $z=1$  участок разрывного профиля НЧ-волны приводит к резкому увеличению нелинейного поглощения совмещенного с ним участка радиоимпульса. Внутренняя часть импульса «съедается» (рис. 2,е) появившимся участком ударного фронта низкочастотной волны, при этом уменьшается и амплитуда импульса.

Как следует из рис. 3, при  $N \ll 1$  зависимость длительности импульса от расстояния монотонна и близка к линейной, причем при  $z = 1$  импульс сжимается практически втрое. Пространственная зависимость частоты максимума спектральной плотности приведена на рис. 4. Видно, что максимум спектра импульсного сигнала вначале смещается в высокочастотную область, достигая максимума в области формирования слабых ударных волн. При  $z > 1$  высокочастотная часть импульса поглощается на разрыве, а низкочастотные «хвосты» еще продолжают существовать, что и приводит к некоторому понижению эффективной частоты сигнала.

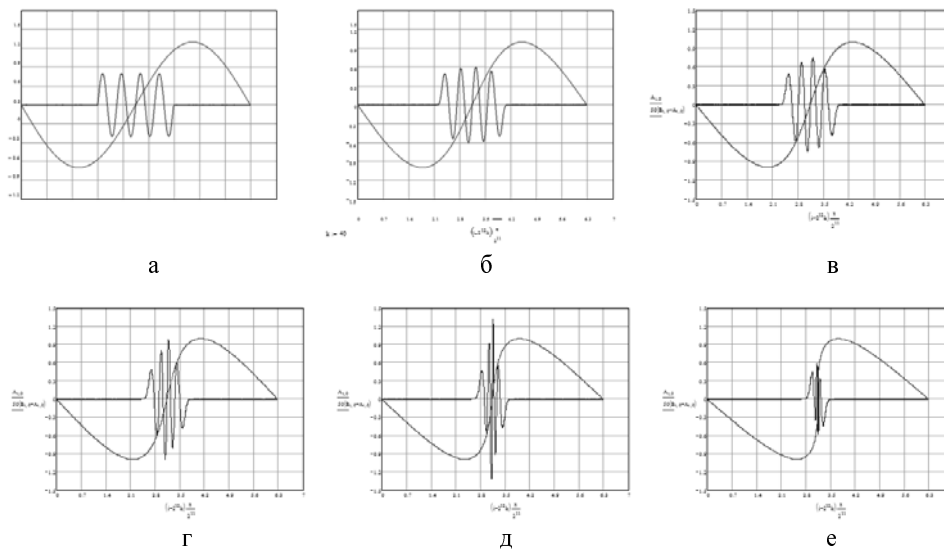


Рис. 2. Наблюдение компрессии импульсного сигнала при взаимодействии с низкочастотной волной при  $N=0,002$ ,  $R=0$  на различных расстояниях от источника звука: а –  $z=0$ ; б –  $z=0,2$ ; в –  $z=0,4$ ; г –  $z=0,6$ ; д –  $z=0,8$ ; е –  $z=1,0$

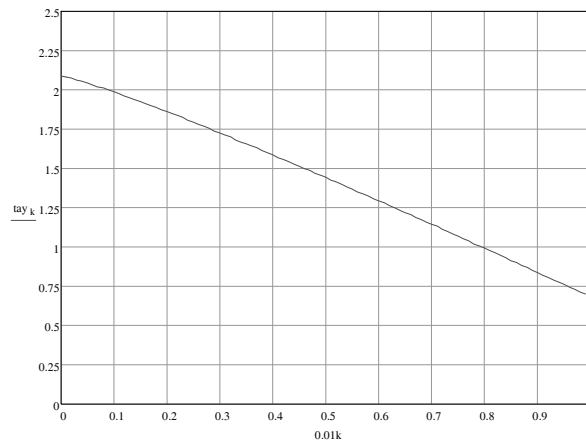


Рис. 3. Зависимость длительности импульса  $V_1$  от расстояния до источника звука при  $N=0,002$ ,  $R=0$

Явление расплывания (декомпрессии) наблюдается, когда импульсный сигнал совмещается с задним фронтом низкочастотной волны  $V_2$ . Остальные параметры модели при моделировании явления расплывания импульсного сигнала оставались неизменными. Эволюция импульса для этого случая представлена на рис. 5,а–е. Анализ расчетных данных показывает, что увеличение длительности импульса с расстоянием, действительно, имеет место и, как следует из рис. 6, может достигать 2–2,5. В отличие от режима компрессии, форма импульса в рассматриваемом случае не меняется, оставаясь прямоугольной практически на всем протяжении анализируемого интервала дистанций. Монотонное увеличение длительности импульса  $V_1$  сопровождается практически синхронным снижением частоты максимума спектральной плотности  $\omega$  волны  $V_1$  (рис. 6 и 7).

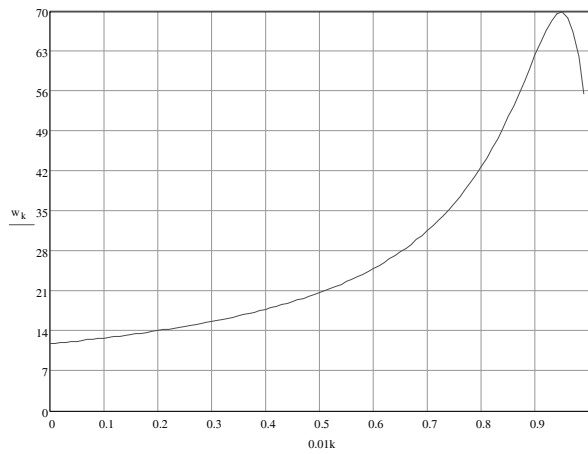


Рис. 4. Зависимость частоты максимума спектра импульса  $V_1$  от расстояния до источника звука при  $N=0,002$ ,  $R=0$

Проведенный вычислительный эксперимент подтверждает возможность наблюдения явлений компрессии и декомпрессии импульсных сигналов при их взаимодействии с низкочастотной волной конечной амплитуды в квадратично-нелинейной среде без дисперсии в звуковых пучках. Выполненные исследования показывают, что наблюдаемые нелинейные явления имеют те же общие закономерности своего проявления, что и их линейные аналоги в средах без дисперсии. В частности, компрессия импульсов сопровождается одновременным увеличением амплитуды импульсного сигнала (усиление звука звуком), а декомпрессия, соответственно – уменьшением (поглощение звука звуком).

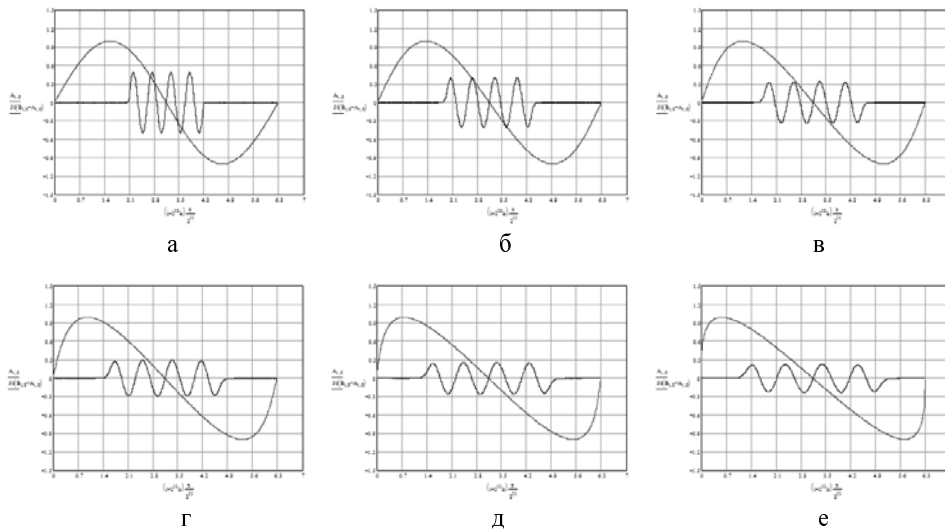


Рис. 5. Наблюдение декомпрессии импульсного сигнала при взаимодействии с низкочастотной волной при  $N=0,002$ ,  $R=0$  на различных расстояниях от источника звука: а –  $z=0$ ; б –  $z=0,2$ ; в –  $z=0,4$ ; г –  $z=0,6$ ; д –  $z=0,8$ ; е –  $z=1,0$

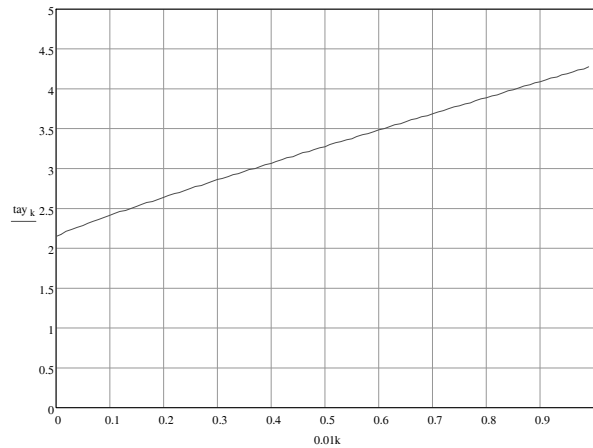


Рис. 6. Динамика декомпрессии импульсного сигнала при  $N=0,002$ ,  $R=0$

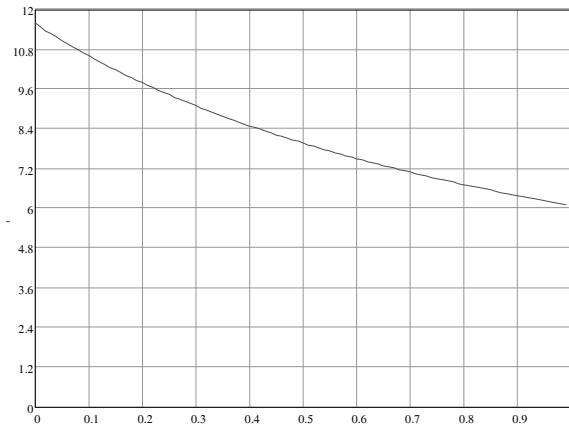


Рис. 7. Изменение частоты максимума спектральной плотности мощности с расстоянием в режиме декомпрессии при  $N=0,002$ ,  $R=0$

В то же время имеются и существенные отличия. Так, например, необходимым условием наблюдения явления компрессии импульсов в линейной среде с физической дисперсией является излучение достаточно сложного сигнала со специальным законом частотной модуляции, что затрудняет экспериментальное наблюдение такого эффекта. При этом самим процессом компрессии в линейной среде управлять достаточно сложно. Вместе с тем, наблюдать явление нелинейной компрессии можно на простых изначально узкополосных импульсных сигналах. Важной особенностью рассмотренных эффектов является возможность управления ими посредством изменения амплитуды низкочастотной волны.

Следует также отметить тот факт, что компрессия импульсов в линейной среде процесс обратимый и присутствует только в ограниченной пространственной области, затем происходит обратный процесс декомпрессии с последующим их чередованием в пространстве, пока необходимая амплитудно-частотная структура сигнала не будет разрушена диссипативными или нелинейными процессами. Для явлений сжатия импульсов и их расплывания в квадратично-нелинейной среде характерна необратимость их пространственного поведения.

Рассмотренные выше эффекты имеют важное прикладное значение. Так, например, нелинейная компрессия может быть использована для повышения пространственной разрешающей способности акустических локационных приборов. А эффект управляемого изменения частоты максимума амплитудного спектра зондирующего импульса – для измерения частотных характеристик отражения зондируемых структур, или для разработки новых принципов акустической томографии, когда информация о пространственном расположении отражающих структур будет содержаться в частоте рассеянного в обратном направлении сигнала. Такой принцип построения акустической томографии будет свободен от интерференционных искажений сигнала, характерных для традиционной акустической томографии.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Самарский А.А., Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1983.
2. Сухинов А.И., Двумерные схемы расщепления и некоторые их приложения. – М.: МАКС Пресс, 2005. – 408 с.
3. Чистяков А.Е. Трехмерная модель движения водной среды в Азовском море с учетом транспорта солей и тепла // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 75-82.
4. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 3. – С. 3-21.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Г. Захаров.

**Савицкий Олег Анатольевич**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: osav66@mail.ru.

347932, г. Таганрог, ул. Ломоносова 57/1, кв. 57.

Тел.: 88634371741, +79034354049.

Кафедра высшей математики; доцент; зам. директора НОЦ комплексных исследований и математического моделирования сложных природных и техногенных систем, с.н.с. ОКБ «Ритм» ЮФУ.

**Чистякова Татьяна Алексеевна**

E-mail: a\_tanya84@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371606.

Кафедра высшей математики, ассистент.

**Savitsky Oleg Anatoljevich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: osav66@mail.ru.

57/1, Lomonosov Street, Apr. 57, Taganrog, 347932, Russia.

Phone: +78634371741, +79034354049.

The Department of Higher Mathematics; Associate Professor; the Deputy Director REC Complex Research and Mathematical Modeling of the Complex Natural and Anthropogenic Systems; Senior Staff Scientist of the Design Office "RITM".

**Chistyakova Tatyana Alexeevna**

E-mail: a\_tanya84@mail.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371606.

The Department of Higher Mathematics, Assistant.