

9. Гретцер Г. Общая теория решеток: Пер. с англ. / Под редакцией Д.М. Смирнова. – М.: Мир, 1981.
10. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики: Пер. с англ. / Под ред. А.Н. Аверкина. – М.: Физматлит, 2006. – 352 с.
11. Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 352 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор С.М. Ковалев.

**Бердник Владислав Леонидович** – Волгоградский государственный технический университет; e-mail: bwlg@inbox.ru; 400131, г. Волгоград, пр. Ленина, 28; тел.: 88442248491; к.т.н.; ст. преподаватель.

**Заболеева-Зотова Алла Викторовна** – e-mail: zabzot@gmail.com; тел.: 88442248492; д.т.н.; профессор.

**Berdnik Vladislav Leonidovich** – Volgograd State Technical University; e-mail: bwlg@inbox.ru; 28, Lenin V.I. avenue, Volgograd, 400131, Russia; phone: +78442248491; cand. of eng. sc.; senior lecturer.

**Zaboleeva-Zotova Alla Victorovna** – e-mail: zabzot@gmail.com; phone: +78442248492; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 681.3:519.168

**Л.С. Берштейн, С.Л. Беляков, А.В. Боженюк**

### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ ТЕМПОРАЛЬНЫХ ГРАФОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГИС\***

*Произведен анализ геоинформационных моделей. Обосновывается их нестатичность, нечеткость и неопределенность. В связи с этим, вводится понятие нечеткого темпорального графа, который является обобщением, с одной стороны, нечеткого, а с другой стороны – темпорального графов. В нечетком темпоральном графе степень связности вершин изменяется в дискретном времени. Предлагается использовать нечеткий темпоральный граф в качестве модели в геоинформационной системе. В работе введены понятия нечеткого пути, конъюнктивной прочности пути, степени достижимости, времени достижимости и степени связности нечеткого темпорального графа.*

*Нечеткий темпоральный граф; степень достижимости; время достижимости; степень связности вершин графа.*

**L.S. Bershtein, S.L. Beliakov, A.V. Bozhenyuk**

### **THE USING OF FUZZY TEMPORAL GRAPHS FOR MODELING IN GIS**

*In this paper the analysis of geoinformation models is made. The illegibility, uncertainty and fuzziness of geoinformation models are proved. In this connection, the concept of fuzzy temporal graph is introduced. Which one is a generalisation of a fuzzy graph on the one hand, and a temporal graph on the other hand. The incidence of graph vertices is changed in the discrete time in fuzzy temporal graph. Fuzzy temporal graph is offered to use as a model in geographical information system. The notions of degree of graph reachability, reachability time and degree of graph connectivity are considered too.*

*Fuzzy temporal graph; degree of graph reachability; reachability time; degree of graph connectivity.*

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект № 10-01-00029а.

Геоинформационные технологии направлены на создание информационных моделей объектов, событий и явлений реального мира. Существенное значение в геоинформационных технологиях имеет визуализация. Карты и схемы играют одновременно роль исходных данных, среды моделирования и представления результата моделирования, средства диалога с пользователем. Аналитический аппарат, используемый геоинформационными системами (ГИС) для конструирования информационных моделей, включает в себя дискретные и непрерывные методы представления и манипулирования объектами [1, 2]. Одним из важных классов подобных объектов являются графы. Как универсальное средство моделирования отношений, графы и методы теории графов используются для визуализации и анализа и синтеза геоинформационных моделей [3, 4].

Геоинформационные модели не являются статичными. Изменение пространственных координат, временных меток, семантического содержания картографических объектов и изменения реального мира взаимообусловлены и предусматривают динамику геоинформационных моделей. Как показывает анализ, традиционно используемые графовые модели в ряде случаев становятся неадекватны постановкам задач в условиях динамичности. Причиной тому может стать:

- ◆ неполнота данных, которую несёт в себе картографическая основа ГИС. Процесс производства карт предполагает использование набора нескольких источников картографической информации и массивов геоданных. Согласование сведений, зачастую противоречивых, приводит к «пересогласованности», т.е. к искажениям карты. Кроме того, построение карты сопровождается картографической генерализацией – целенаправленным выделением главного и обобщением. Поскольку эта процедура не лишена субъективизма, построение графовых моделей процессов и явлений по электронным картам должно вносить категории нечёткости [5, 6]. Без них модель представляется упрощённой, что приведёт к сложности последующей интерпретации результатов моделирования;
- ◆ использование данных из недостоверных источников вне ГИС. Решение многих задач в среде ГИС предполагает знание текущего состояния отображаемой области пространства. Например, анализ транспортной ситуации в городе предполагает наличие данных о пропускной способности участков дорог, интенсивности транспортных потоков, путях суточной миграции населения, логистических схемах перемещения товаров и продукции, произведённой городскими предприятиями. Однако получить подобные данные с абсолютной достоверностью невозможно. Как следствие, требуются механизмы извлечения информации косвенным путём, например из сети Интернет. Полнота, достоверность и непротиворечивость подобных сведений оценивается экспертами и описывается нечётко;
- ◆ при использовании графов традиционно предполагается, что достижимость вершин однозначно определяется заданным вариантом графа. Во многих случаях это не так [7]. Веса отдельных дуг могут изменяться во времени, в процессе моделирования, что заставляет по-иному взглянуть на процедуры анализа и синтеза графов, алгоритмы решения оптимизационных задач на графах.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий перечисленные особенности постановки задач. На рис. 1 показана карта железных дорог, на основании которой построена схема. По схеме может быть построен граф дорожной сети, что позволит решать задачи нахождения кратчайшего пути, оценивать потоки, находить центры обслуживания, определять связность и решать другие, известные из теории графов задачи [3, 4]. Вместе с тем, при заданном расписании движения поездов решить задачу транспортировки дополнительного (не входящего в график) состава между

заданной парой станций за минимальное время традиционным путём становится невозможным. Отдельные участки пути на некоторых временных интервалах в граф дорожной сети не включаются. Здесь могут быть поставлены задачи:

- ◆ каков кратчайший путь из вершины  $A$  в  $B$ , если задан временной интервал начала движения из  $A$ ;
- ◆ каков кратчайший путь из вершины  $A$  в  $B$ , если задан временной интервал прибытия в  $B$ , и другие.

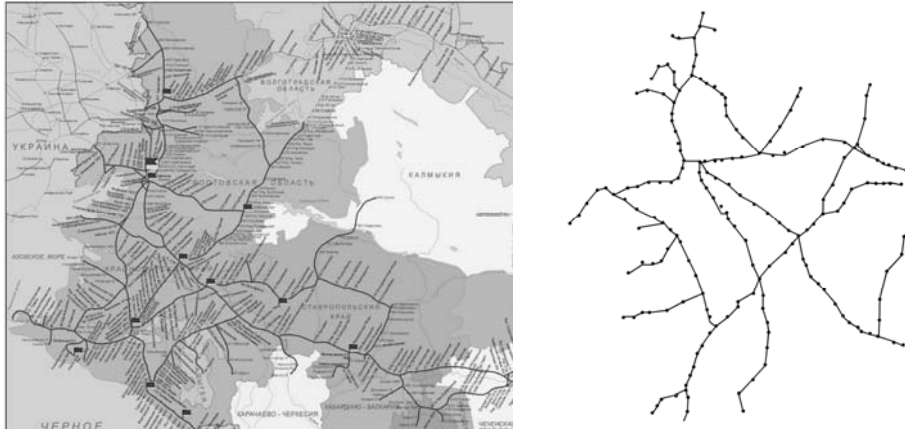


Рис. 1. Карта с сетью железных дорог и схемой дорог

Приведённые постановки на практике связаны с неопределённостью временных и метрических характеристик транспортной сети.

В случае решения задач логистики сложность графовых моделей растёт. На рис. 2 показан пример логистической сети, описывающей возможные направления перемещения материальных потоков. Вес каждой дуги определяется сложным образом, исходя из свойств перемещаемого объекта, пространственного окружения транспортной сети и динамики процессов, влияющих на транспортировку.

Таким образом, можно видеть, что решение ряда задач с использованием геоинформационных моделей требует специфического – темпорального описания графа. Поведение описывается функцией времени. Можно указать следующие модели описания поведения:

- ◆ аналитическая модель. Известным недостатком такого подхода является необходимость применения упрощений, позволяющих применять математические формализмы. Упрощения приводят к неадекватности модели;
- ◆ статистическая модель. Применима в тех случаях, когда исследователь располагает необходимыми средствами наблюдения в неизменных условиях. На практике это труднодостижимо. Но совершенствование технических средств наблюдения Земли позволяет говорить о перспективности такого подхода;
- ◆ экспертная логическая модель. Строится на основе индивидуального опыта экспертов. Недостаток её – субъективизм. Тем не менее экспертные знания в определённых случаях дают более адекватный результат, чем полная формализация [8];

- ◆ картометрическая модель. Под измерением на карте понимается обобщённая операция, предусматривающая оценку отношений между объектами на карте. Электронная карта рассматривается как источник данных метрического и неметрического характера. Современная структурная организация ГИС даёт возможность связывать с картографическими объектами сколь угодно сложное поведение, поддерживает коммуникацию с любыми внешними источниками данных локальных и глобальных сетей. Возникает идея моделей комбинированного характера, в которые входит сбор реальной информации, накопление опыта и использование логики экспертов.

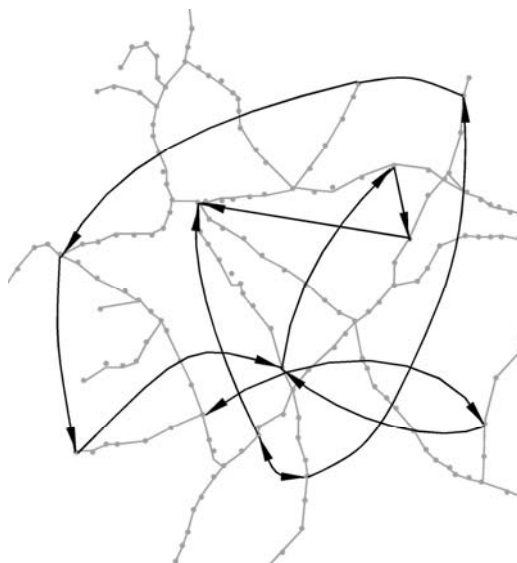


Рис. 2. Логистическая сеть

Последний вариант модели представляется наиболее перспективным. Его реализация требует проработки аппарата анализа и синтеза теории нечетких темпоральных графов, которые, с одной стороны, обладали бы свойством нечеткости [9, 10], а с другой – изменялись бы во времени.

Необходимо отметить, что само понятие темпорального графа (temporal graph) известно в литературе и трактуется в достаточно широком диапазоне – от временных графиков до ориентированных ациклических графов и сетей Петри [11–16].

В данной работе рассматривается подход к построению нечеткого темпорального графа, в котором нечеткие связи между вершинами графа [10] меняются в дискретном времени [17].

Темпоральным нечетким графом назовем тройку  $\tilde{G} = (X, \tilde{U}_t, T)$ , где  $X$  – множество вершин графа с числом вершин  $|X|=n$ ;  $T=\{1, 2, \dots, N\}$  – множество натуральных чисел, определяющих (дискретное) время;  $\tilde{U}_t = \{ \langle \mu_t(x_i, x_j) / (x_i, x_j) \rangle \}$  – нечеткое множество ребер, где  $x_i, x_j \in X$ ,  $\mu_t(x_i, x_j) \in [0, 1]$  – значение функции принадлежности  $\mu_t$  для ребра  $(x_i, x_j)$  в момент времени  $t \in T$ . Причем для различных моментов времени для одного и того же ребра  $(x_i, x_j)$  значения функции принадлежности, в общем случае, различные.

*Пример 1.* Рассмотрим нечеткий темпоральный граф  $\tilde{G} = (X, \tilde{U}_t, T)$ , у которого множество вершин  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ , время  $T = \{1, 2, 3\}$ ,  $n=6$ ,  $N=3$ , а нечеткое множество дуг  $\tilde{U}_t$  задано в виде

$$\tilde{U}_t = \{ \langle 0,8_1/(x_1,x_2) \rangle, \langle 1_2/(x_1,x_2) \rangle, \langle 0,5_1/(x_2,x_1) \rangle, \langle 1_2/(x_2,x_1) \rangle, \langle 0,7_2/(x_2,x_3) \rangle, \langle 0,8_3/(x_2,x_3) \rangle, \langle 1_1/(x_3,x_2) \rangle, \langle 1_3/(x_3,x_2) \rangle, \langle 0,6_1/(x_3,x_5) \rangle, \langle 1_3/(x_3,x_5) \rangle, \langle 0,8_1/(x_5,x_3) \rangle, \langle 0,9_3/(x_5,x_3) \rangle, \langle 0,9_2/(x_5,x_6) \rangle, \langle 1_3/(x_6,x_5) \rangle, \langle 0,8_1/(x_1,x_4) \rangle, \langle 1_3/(x_1,x_4) \rangle, \langle 0,8_1/(x_4,x_1) \rangle, \langle 1_2/(x_4,x_1) \rangle, \langle 0,9_2/(x_4,x_5) \rangle, \langle 0,6_1/(x_5,x_4) \rangle, \langle 1_3/(x_5,x_4) \rangle \}.$$

Графически нечеткий темпоральный граф можно задать в виде нечеткого ориентированного графа, на дугах которого указаны значения функции принадлежности  $\mu_t$  в моменты времени  $t \in T$ .

Граф, рассмотренный в примере 1, имеет вид, приведенный на рис. 3:

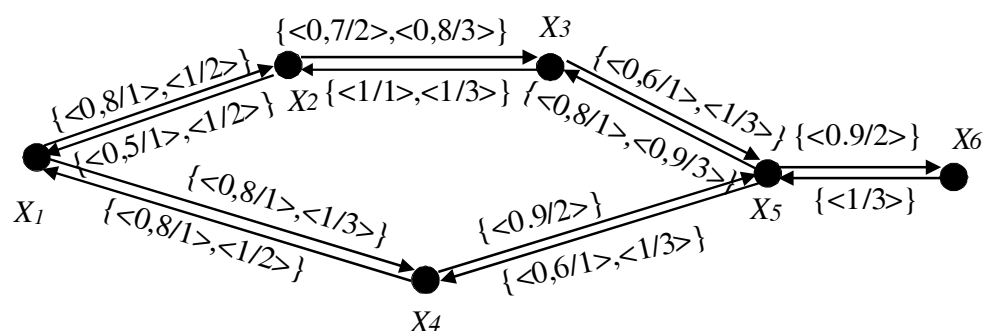


Рис. 3. Пример нечеткого темпорального графа для  $T = \{1, 2, 3\}$

Будем считать, что вершина  $x_j$  является нечетко смежной вершине  $x_i$  по моменту времени  $t \in T$ , если выполняется условие:  $\mu_t(x_i, x_j) > 0$ .

Ориентированным нечетким путем  $\tilde{L}(x_i, x_k)$  нечеткого темпорального графа  $\tilde{G}$  назовем направленную последовательность нечетких дуг, ведущих из вершины  $x_i$  в вершину  $x_k$ , в которой конечная вершина всякой дуги, отличной от последней, является начальной вершиной следующей дуги:

$$\tilde{L}(x_i, x_k) = \langle \mu_{t_1}(x_i, x_1)/(x_i, x_1) \rangle, \langle \mu_{t_2}(x_1, x_2)/(x_1, x_2) \rangle, \dots, \langle \mu_{t_k}(x_{k-1}, x_k)/(x_{k-1}, x_k) \rangle, \quad (1)$$

и для которой выполняются условия

$$\mu_{t_1}(x_i, x_1) > 0, \mu_{t_2}(x_1, x_2) > 0, \dots, \mu_{t_k}(x_{k-1}, x_k) > 0, \quad (2)$$

а для моментов времени  $t_1, t_2, \dots, t_k \in T$  выполняется неравенство

$$t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k. \quad (3)$$

Иными словами, если в нечетком пути (1) каждая последующая вершина нечетко является смежной предыдущей вершине по моменту времени, не меньше чем моменты, по которым все предыдущие вершины в этой последовательности являются нечетко смежными.

Конъюнктивная прочность пути  $\tilde{L}(x_i, x_k)$  определится выражением

$$\mu_{\&}(\tilde{L}(x_i, x_k)) = \&_{t_1, t_2, \dots, t_k} \mu_{t_j} \langle x_i, x_j \rangle.$$

Нечеткий путь  $\tilde{L}(x_i, x_k)$  будем называть простым путем между вершинами  $x_i$  и  $x_k$ , если его часть не является никаким другим нечетким путем между этими же вершинами.

Очевидно, что это определение совпадает с таким же определением для четких графов.

Вершину  $x_k$  будем считать нечетко достижимой из вершины  $x_i$  в нечетком темпоральном графе при условии, что существует ориентированный нечеткий путь  $\tilde{L}(x_i, x_k)$  из вершины  $x_i$  в вершину  $x_k$ .

Значение  $t_k$  назовем временем достижимости вершины  $x_k$  из вершины  $x_i$ , а величину  $\mu_{\&}(\tilde{L}(x_i, x_k))$  – степенью достижимости по этому пути.

Если существует несколько  $\tilde{L}$  последовательностей вида (1) из вершины  $x_l$  в вершину  $x_k$ , то значения  $i_{k-1}^{(j)}$  для каждой последовательности могут быть различными. Наименьшее из этих величин назовем минимальным временем достижимости  $t_{\min}(x_l, x_k)$  вершины  $x_k$  из вершины  $x_l$ , т.е.

$$t_{\min}(x_l, x_k) = \min_{j=1, L} \{i_{k-1}^{(j)}\}, \quad (4)$$

а соответствующее ему значение  $\mu(t_{\min})$  – степенью достижимости при минимальном времени.

*Пример 2.* В нечетком темпоральном графе, приведенном на рис. 3, вершина  $x_3$  достижима из вершины  $x_1$  с помощью последовательности  $seq_1=(x_1, x_2, x_3)$  – со степенью достижимости 0,7 при времени достижимости  $t=2$ , со степенью достижимости 0,8 при  $t=3$  и последовательности  $seq_2=(x_1, x_4, x_5, x_3)$ , – со степенью достижимости 0,8 при  $t=1$  и со степенью достижимости 0,9 при  $t=3$ . Поэтому величина  $t_{\min}(x_1, x_3) = 1$ , а значение  $\mu(t_{\min}) = 0,8$ .

Нечеткий темпоральный граф  $G$  назовем нечетко сильно связным, если каждая вершина графа достижима из любой другой вершины за конечное время.

Величину  $t_{scon} = \max_{\forall x_i, x_j \in X} \{t_{\min}(x_i, x_j)\}$  назовем временем сильной связности темпорального графа  $G$ . Иными словами, каждая вершина графа достижима из любой другой вершины за время не более  $t_{scon}$ .

Введенные понятия нечеткого темпорального графа, степени его достижимости и степени связности могут послужить основой для моделирования сложных процессов в ГИС, в которых элементы имеют нечеткие связи, изменяющиеся во времени.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Malczewski J.* GIS and Multicriteria Decision Analysis. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 1999. – 220 p.
2. *Longley, P., Goodchild M., Maguire D., Rhind D.* Geographic Information Systems and Science. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. – 350 p.
3. *Кофман А.* Введение в прикладную комбинаторику. – М.: Наука, 1975. – 180 с.
4. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 290 с.
5. *Goodchild, M.* Modelling Error in Objects and Fields. – Basingstoke: Taylor & Francis, Inc., 1989. – 114 p.
6. *Zhang J., Goodchild, M.* Uncertainty in Geographical Information. . – New York: Taylor & Francis, Inc, 2002. – 260 p.

7. *Иерусалимский Я.М.* Дискретная математика: теория, задачи, приложения. – М.: Вузовская книга. – 2001. – 240 с.
8. *Поспелов Д.А.* Ситуационное управление: теория и практика.– М: Наука, 1986. – 320 с.
9. *Monderson J.N., Nair P.S.* Fuzzy graphs and fuzzy Hypergraphs. – Heidelberg; New York: Physical-Verl., 2000. – 248 p.
10. *Берштейн Л.С., Боженюк А.В.* Нечеткие графы и гиперграфы. – М.: Научный мир, 2005.– 256 с.
11. *Kostakos V.* Temporal graphs // Proc. of Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2008. – Vol. 388. – P. 1007-1023.
12. *Barzilay R., Elhadad N., McKeown K.* Inferring strategies for sentence ordering in multidocument news summarization // Journal of Artificial Intelligence Research. – 2002. – № 17. – P. 35-55.
13. *Bramsen P.J.* Doing Time: Inducing Temporal Graphs. Technical report. – Massachusetts: Institute of Technology, 2006. – 51 p.
14. *Baldan P., Corradini A., Konig B.* Verifying finite-state graph grammars: An unfolding-based approach // Proc. of CONCUR'04, vol.3170 of Lecture Notes in Computer Science. – 2004. – P. 83-98.
15. *Baldan P., Corradini A., Konig B.* Verifying a behavioural logic for graph transformation systems // Proc. of COMETA'03. Vol. 104 of ENTCS, Elsevier. – 2004. – P. 5-24.
16. *Dittmann F., Bobda C.* Temporal graph placement on mesh-based coarse grain reconfigurable systems using the spectral method // From Specification to Embedded Systems Application. – 2005. – Vol. 184. – P. 301-310.
17. *Берштейн Л.С., Боженюк А.В.* Использование темпоральных графов как моделей сложных систем // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 4 (105). – С. 198-203.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Чернов.

**Берштейн Леонид Самойлович** – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: lsb@tti.sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371695; зав. кафедрой прикладной информатики; д.т.н.; профессор.

**Беляков Станислав Леонидович** – e-mail: beliacov@yandex.ru; д.т.н.; профессор.

**Боженюк Александр Витальевич** – e-mail: avb002@yandex.ru; д.т.н.; профессор кафедры прикладной информатики.

**Bershtein Leonid Samoilovich** – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: lsb@tti.sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: 88634371695; chief of department of applied Information science; dr. of eng. sc.; professor.

**Beliacov Stanislav Leonidovich** – e-mail: beliacov@yandex.ru; dr. of eng. sc.; professor department of applied Information science.

**Bozhenyuk Alexander Vitalievich** – e-mail: avb002@yandex.ru; dr. of eng. sc.; professor department of applied information science.