УДК 681.327.12

**Б.М. Петров**

## СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТНОГО ТИПА В КОАКСИАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ ГИРОСКОПА

*В лазерном гироскопе информация о скорости вращения Ω извлекается из фазовых (частотных) характеристик электромагнитного (ЭМ) поля, распространяющегося в направлении и против направления вращения резонатора. При этом используется эффект Саньяка.*

*Решению задачи о возможности существования ЭМ-поля во вращающемся резонаторе гироскопа посвящено большое количество работ. Однако, решения получены на основе разного рода приближенных представлений об ЭМ-поле. Строгая электродинамическая теория эффекта Саньяка рассмотрена в [1]. По конструктивным соображениям при разработке гироскопов может оказаться предпочтительным применение коаксиальных резонаторов.*

*В статье, на основе ковариантных уравнений электродинамики общей теории относительности даны постановка и строгое решение граничной задачи о возможности существования колебаний магнитного типа во вращающемся коаксиальном резонаторе без тепловых потерь.*

*Лазерный гироскоп; коаксиальный резонатор; колебания магнитного типа.*

**B.M. Petrov**

## NATURAL VIBRATION OF THE FREQUENCY OF MAGNETIC TYPE IN COAXIAL RESONATOR GYRO

*In the laser gyroscope information about rotational speed Ω is extracted from the phase (frequency) characteristics of electromagnetic (EM) field spreading in the direction and opposite to the rotation of the resonator. The effect of Sanyak is used here.*

*Grate number of works are devoted to solving the problem of the possibility of existence of the EM - field in rotating gyroscope. However, the decisions are derived from various kinds of approximate representations of the EM - field. Strict electrodynamics' theory of the Sanyak effect is considered in the first point [1].*

*By constructional reasons in the development of gyroscopes the usage of coaxial resonators may be preferable.*

*In this article, on the bases of covariant electrodynamics equations of the theory of general relativity the setting and strict solution of the boundary problem of the possible existence of oscillations in a rotating magnetic type coaxial resonator without heat loss are observed.*

*Laser gyroscope; coaxial resonator; oscillations of magnetic type.*

В лазерном гироскопе информация о скорости вращения Ω извлекается из фазовых (частотных) характеристик электромагнитного (ЭМ) поля, распространяющегося в направлении и против направления вращения резонатора. При этом используется эффект Саньяка.

Решению задачи о возможности существования ЭМ-поля во вращающемся резонаторе гироскопа посвящено большое количество работ. Однако, решения получены на основе разного рода приближенных представлений об ЭМ-поле. Строгая электродинамическая теория эффекта Саньяка рассмотрена в [1]. По конструктивным соображениям при разработке гироскопов может оказаться предпочтительным применение коаксиальных резонаторов.

Ниже на основе ковариантных уравнений электродинамики общей теории относительности даны постановка и строгое решение граничной задачи о возможности существования колебаний магнитного типа во вращающемся коаксиальном резонаторе без тепловых потерь.

**Постановка граничной задачи.** Введем в свободное пространство инерциальную (декартову) систему отсчета $K'(x', y', z', ict) = K'(r', \varphi', z', ict) = K'(x^{j'})$, где $i$ – мнимая единица, $t$ – время, $x^{j'} = (x^{1'}, x^{2'}, x^{3'}, x^{0'})$, $x^{\alpha'} = (r', \varphi', z')$ – цилиндрические координаты (α=1, 2, 3), и покоящуюся в ней точку наблюдения $P'(x^{\alpha'}, ict)$. Внутри металлической цилиндрической трубы радиуса $a$, длины $l$ расположен коаксиально металлический цилиндр радиуса $b$, длины $l$. Ось $z'$ направлена вдоль осей коаксиальных цилиндров. В поперечных сечениях при $z'=0$ и $z'=l$ расположены металлические плоские торцы. Коаксиальные цилиндры с торцами вращаются относительно точки $P'$ с постоянной угловой частотой Ω=2πF. Введем жесткую вращающуюся систему отсчета $K(r, \varphi, z, t) = K(x^j, t)$ с осью $z$, направленной вдоль осей цилиндров. Тогда ось $z = z'$ является осью вращения. Обозначим через $P(p^\alpha, t)$, где $p^\alpha = p^\alpha(r, \varphi, z)$, покоящуюся в системе отсчета $K$ точку наблюдения ЭМ-поля. Пространство между коаксиальными цилиндрами заполнено изотропной однородной линейной средой без джоулевых потерь и гистерезиса с диэлектрической $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon'$ и магнитной $\mu = \mu_0 \mu'$ проницаемостями, где $\varepsilon_0$ и $\mu_0$ – электрическая и магнитная постоянные. Если $x^\alpha = (r, \varphi, z)$ – цилиндрические координаты, то $r' = r,\ \varphi = \varphi + \Omega t,\ z' = z.$ Параметры $\varepsilon, \mu, a, b$ считаем измеренными в системе отсчета $K$. Полагаем, что область сторонних источников, возбуждающих ЭМ-поле на частоте $\omega_0$ (длина волны $\lambda_0$), измеренной во времени $t$, выведена из объема, образованного коаксиальными цилиндрами и торцами (объема резонатора). Тогда необходимо рассмотреть возможность существования ЭМ-поля в объеме вращающегося резонатора.

Уравнения Максвелла в резонаторе в системе отсчета $K$ однородны и могут быть записаны в соответствии с [2] в трехмерной форме для ковариантного вектора напряженности электрического поля $E_\alpha = (E_1, E_2, E_3) = \mathbf{E}$, для контравариантной векторной плотности веса +1 – напряженности магнитного поля $\hat{H}^{\alpha\beta} = (\hat{H}^{23}, -\hat{H}^{13}, \hat{H}^{12}) = \hat{\mathbf{H}}$, для контравариантной векторной плотности веса +1 – электрической индукции $\hat{D}^\alpha = (\hat{D}^1, \hat{D}^2, \hat{D}^3) = \hat{\mathbf{D}}$, для ковариантного бивектора магнитной индукции $B_{\alpha\beta} = (B_{23}, -B_{13}, B_{12}) = \mathbf{B}$:

$$rot\hat{\mathbf{H}} = \partial_t \hat{\mathbf{D}}, \quad rot\mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad div\hat{\mathbf{D}} = 0, \quad div\mathbf{B} = 0. \tag{1}$$

ЭМ-поле в системе отсчета $K$, удовлетворяющее (1), с помощью электрического $V^Ý$ и магнитного $V^M$ потенциалов Дебая, являющихся решениями [2] волнового уравнения

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V^{Ý,Ì}}{\partial r} + \frac{1-\beta^2}{r^2}\frac{\partial^2 V^{Ý,Ì}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\beta}{\mathrm{v}_ô r}\frac{\partial^2 V^{Ý,Ì}}{\partial \varphi \partial t} + \frac{\partial^2 V^{Ý,Ì}}{\partial z^2} - \frac{1}{\mathrm{v}_ô^2}\frac{\partial^2 V^{Ý,Ì}}{\partial t^2} = 0, \tag{2}$$

где $\mathrm{v}_ô = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon' \mu'}}$, $\beta = \dfrac{\Omega r}{\mathrm{v}_ô}$, разделяется на ЭМ-поле волн электрического типа (Е-волн), когда продольная компонента бивектора магнитной индукции $B_{r\varphi} = r^{-1}$ $B_{12} = 0$ и на ЭМ-поле волн магнитного типа (Н-волн), когда продольная компонента векторной плотности электрической индукции $\hat{D}^z = r^{-1}\,\hat{D}^3 = 0$. При этом для Н-волн, если обозначить $W = \sqrt{(\mu/\varepsilon)}$, то

$$B_{r\varphi} = -\frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial V^M}{\partial r}) - \frac{\mu}{r^2}\frac{\partial^2 V^M}{\partial\varphi^2};\; E_r^M = \frac{\mu}{r}\frac{\partial^2 V^M}{\partial t\partial\varphi} - W\frac{\partial}{\partial r}(\beta\frac{\partial V^M}{\partial r});$$

$$E_\varphi^M = \mu\frac{\partial^2 V^M}{\partial t\partial r} - W\frac{\beta}{r}\frac{\partial^2 V^M}{\partial\varphi\partial r};\quad E_z^{Ý} = -W\beta H_r^M; \tag{3}$$

$$H_r^M = \frac{\partial^2 V^M}{\partial r\partial z};\;\; H_z^M = \frac{1-\beta^2}{\mu}B_{r\varphi} + W^{-1}\beta E_r^M.$$

В математической модели считаем проводимость стенок цилиндров и торцов идеальной. Тогда на поверхностях цилиндра и на торцах для ЭМ-поля Н-волн должны выполняться граничные условия [2]

$$\partial H_z^M/\partial r = 0 \text{ при } r = a \text{ и при } r = b;\; H_z^M = 0 \text{ при } z = 0 \text{ и при } z = l. \tag{4}$$

Таким образом, для ЭМ-поля Н-колебаний необходимо найти решение уравнений (2) при граничных условиях (4).

Решение задачи. Потенциал Дебая $V^{м}$, являющийся решением уравнения (2), полученного из уравнений Максвелла (1), представляется при $z \ge 0$ линейной комбинацией элементарных цилиндрических волн [2]

$$V^{э}(P) = e^{i\omega_0 t}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{м} Z_n(\chi r)e^{-in\varphi}e^{-i\chi_n z}, \tag{5}$$

где $a_n^{м}$ – коэффициенты, $\chi_n = \sqrt{k_n^2 - \chi^2}$, $k_n = \omega_n / v_\phi$,

$\omega_n = \omega_0 + n\Omega$, $v_\phi = c/\sqrt{\varepsilon'\mu'}$, $Z_n(\chi r)$ – цилиндрическая функция аргумента $\chi r$, порядка *n*. Так как ЭМ-поле ищется в полости при $b \le r \le a$, то начало координат из рассмотрения исключается, поскольку ЭМ-поле в проводнике идеальной проводимости отсутствует. Тогда при $b \le r \le a$, $z \ge 0$ по (5) имеем

$$V^{м}(P) = e^{i\omega_0 t}\sum_{n=-\infty}^{\infty}[a_n^{м} J_n(\chi r) + b_n^{м} N_n(\chi r)]e^{-in\varphi}e^{-i\chi_n z}, \tag{6}$$

где $a_n^{м}$, $b_n^{м}$ – коэффициенты, $J_n(\chi r)$ и $N_n(\chi r)$ – функции Бесселя и Неймана.

Для того, чтобы выразить составляющую $H_z^{м}$ в (3), подставим значения $B_{r\varphi}$ и $E_r^{м}$ в общее выражение $H_z^{м}$. Используя волновое уравнение (2) для потенциала $V^{м}$, получаем

$$H_z(P) = e^{i\omega_0 t}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(k_0 k_n - \chi_n^2)[a_n^{м} J_n(\chi r) + b_n^{м} N_n(\chi r)]e^{-in\varphi}e^{-i\chi_n z}.$$

Из первого граничного условия (4) при $r = a$ имеем, обозначая $a = \varsigma b$, дисперсионное уравнение $J_n'(\chi b)/N_n'(\chi b) = J_n'(\varsigma\chi b)/N_n'(\varsigma\chi b)$. Корнями его являются $\sigma_{nm}^{м}$. Тогда

$$\mathrm{V}^{\text{м}}(P) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \mathrm{V}^{\text{м}}_{nm}(P), \quad \mathrm{V}^{\text{м}}_{nm}(P) = e^{i\omega_0 t}[a^{\text{м}}_{nm} J_n(k^{\text{м}}_{\perp nm} r) + b^{\text{м}}_{nm} N_n(k^{\text{м}}_{\perp nm} r)] e^{-in\varphi} Z^{\text{м}}_{(z)},$$

где $\mathrm{V}^{\text{м}}_{nm}$ – пространственная гармоника, $k^{\text{м}}_{\perp nm} = \sigma^{\text{м}}_{nm} / b$, а $Z^{\text{м}}_{nm}$ – искомая функция такая, что $\mathrm{V}^{\text{м}}_{nm}$ – должна удовлетворять граничному условию на торцах. Для этого надо, чтобы $Z_{mnq} = -2 g_{mnq} \sin q\pi / l,\ q = 1,2,3,...$ Тогда

$$\mathrm{V}^{\text{м}}_{mn}(P) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \mathrm{V}^{\text{м}}_{nmq}, \quad \mathrm{V}_{nmq} = e^{i\omega_0 t}[a'_{nm} J_n(k^{\text{м}}_{\perp nm} r) + b'_{nm} N_n(k^{\text{м}}_{\perp nm} r)] e^{-in\varphi} \sin\frac{q\pi}{l}, \qquad (7)$$

где $a'_{nm}, b'_{nm}$ - постоянные коэффициенты.

Собственные частоты $H_{nmq}$-колебаний получаем, подставляя (7) в (2). При этом $(k_n^2)_{\text{рез},nmq} = (k^{\text{м}}_{\perp nm})^2 + (q\pi/l)^2$, откуда имеем $\omega^{\text{м}}_{0,\text{рез},nmq} = \mathrm{v}_{\text{ф}} \sqrt{(k^{\text{м}}_{\perp nm})^2 + (q\pi/l)^2} - n\Omega.$ Тогда для пространственных гармоник, распространяющихся в направлении увеличения угла φ – для $H_{|n|mq}$ – колебаний, резонансной (собственной) частотой является $(\omega_0)^{+\text{м}}_{\text{рез},|n|mq} = \omega_{0,nmq} - |n|\Omega,$ где $\omega_{0,nmq} = \mathrm{v}_{\text{ф}} \sqrt{(k^{\text{м}}_{\perp nm})^2 + (q\pi/l)^2}$ – собственная частота «неподвижного» резонатора. Для пространственных гармоник, распространяющихся в противоположном направлении (для $H_{-|n|mq}$ – колебаний $(\omega_0)^{\text{м-}}_{\text{рез},-|n|mq} = \omega_{0,nmq} + |n|\Omega.$ Поэтому разность (расщепление) частот $\Delta\omega^{\text{м}}_{\text{рез},nmq} = 2|n|\Omega.$ В многомодовом режиме, учитывая асимптотические свойства цилиндрических функций, получаем $\Delta\omega^{\text{м}}_{\text{рез},nmq} = (\nu_N a - \nu'_N b) 4\pi\Omega / \lambda_0$, где коэффициенты $\nu'_N > 1, \nu_N > 1$ определены в [2].

В случае измерения частот $\Delta\omega^{\text{м}+}_{0,\text{рез},|n|mq}$ и $\Delta\omega^{\text{м}-}_{0,\text{рез},-|n|mq}$ резонансные частоты вращения

$$\Omega^{\text{м}+}_{\text{рез}} = (\omega_{0,nmq} - \omega^{\text{м}+}_{0,\text{рез},|n|mq}) / n, \quad \Omega^{\text{м-}}_{\text{рез}} = (\omega^{\text{м-}}_{0,\text{рез},|n|mq} - \omega_{0,nmq}) / |n|, \quad n \neq 0.$$

**Заключение.** Таким образом, во вращающемся коаксиальном резонаторе могут существовать $E_{|n|mq}$ – и $E_{-|n|mq}$ – колебания, им соответствуют свои собственные частоты – происходит расщепление частот, появляются собственные частоты вращения.

Поставленная граничная задача решена строго.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Петров Б.М.* Электродинамическая теория эффекта Саньяка // Радиоэлектроника. – 2010. – Т. 53, № 1. – С. 1-9.
2. *Петров Б.М.* Прикладная электродинамика вращающихся тел. – М.: Изд-во Г. линия – Телеком, 2009. – 288 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Д.Д. Габриэльян.

**Петров Борис Михайлович** – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: airpu@tsure.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, ГСП 17А; тел.: 88634371733; кафедра антенн и радиопередающих устройств; д.т.н.; профессор.

**Petrov Boris Mihaylovich** – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomous Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: airpu@tsure.ru; GSP 17A, 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; the department of antennas and radio transmitters; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 681.327.12

**В.П. Федосов**

# АЛГОРИТМЫ СОВМЕСТНОЙ АДАПТАЦИИ НА ПРИЕМ И ПЕРЕДАЧУ В СИСТЕМЕ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК ПРИ НАЛИЧИИ АКТИВНЫХ ПОМЕХ

*Представлены результаты разработки и исследований адаптивных алгоритмов в MIMO-системе связи (multiple-inputmultiple-output) как на передающем, так и на приемном концах линии беспроводного доступа на основе антенных решеток при наличии активной помехи как от аналогичной системы MIMO, так и от системы SISO (single-inputsingle-output).*

*Методы обработки пространственно-временных сигналов в MIMO-системе беспроводного доступа позволяют повысить пропускную способность канала без увеличения занимаемой полосы частот [1]. В то же время, адаптация приемной антенной решетки в релеевском канале приводит к снижению вероятности ошибочного приема передаваемой информации и повышает устойчивость системы к воздействию активных помех [2].*

*MIMO; SISO; антенная решетка; активные помехи.*

**V.P. Fedosov**

# ALGORITHMS OF COOPERATIVE ADAPTATION FOR RECEPTION AND TRANSFERRING IN COMMUNICATION SYSTEM BASED ON ARRAYS IN THE PRESENCE OF JAMMING

*The results of development and researching of adaptive algorithms in MIMO-communication system (multiple-inputmultiple-output) as at the transmitting and receiving ends of the line of a wireless access based on arrays with active interference of the same system as MIMO, and the system SISO (single-inputsingle-output) are presented.*

*Methods of processing spatio-temporal signals in MIMO-system of the wireless access can increase the channel capacity without increasing the occupied bandwidth [1]. At the same time, the adaptation of the receiving antenna array in Rayleigh channel leads to decreasing the probability of erroneous reception of the transmitted information and increases the stability of the system to the effects of jamming. [2]*

*MIMO; SISO; array; active interference.*

Представлены результаты разработки и исследований адаптивных алгоритмов в MIMO-системе связи (multiple-input multiple-output) как на передающем, так и на приемном концах линии беспроводного доступа на основе антенных решеток при наличии активной помехи как от аналогичной системы MIMO, так и от системы SISO (single-input single-output).

Методы обработки пространственно-временных сигналов в MIMO-системе беспроводного доступа позволяют повысить пропускную способность канала без увеличения занимаемой полосы частот [1]. В то же время, адаптация приемной антенной решетки в релеевском канале приводит к снижению вероятности ошибочного приема передаваемой информации и повышает устойчивость системы к воздействию активных помех [2].