

4. *Феер К.* Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
5. *Кротова Е.И.* Разработка метода контроля качества спутниковой радионавигационной системы // Сб. тр. 2011 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Proceedings.- Krasnoyarsk, September 15-10000000006, 2011. – P. 446-448.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.А. Мурашов.

**Кротова Елена Ивановна** – Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова; e-mail: ken@uniyar.ac.ru; 150032 г. Ярославль, пос. Прибрежный, 8 кв. 7; тел.: 84852469897; кафедра динамики электронных систем; к.т.н., доцент.

**Krotova Elena Ivanovna** – The Yaroslavl State University him. P.G. Demidova; e-mail: ken@uniyar.ac.ru; 8, Pribregniy, fl. 7, Yaroslavl, 150032, Russia; phone: +74852469897; the department of dynamics of electronic systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК621.391.6

**В.И. Петренко, Ю.В. Кузьминов, А.П. Жук, Я.С. Зданевич**

#### **ПРАВИЛО ФОРМИРОВАНИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ СЕГМЕНТОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ МАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ**

*Рассмотрен процесс разработки правила формирования ансамблей многозначных ортогональных дискретных последовательностей при использовании производящих последовательностей линейной структуры, формируемых на основе сегментных систем. Преимуществом данного правила является простота технической реализации генераторов производных последовательностей при использовании для генерации производящих последовательностей типовых формирователей последовательностей максимальной длительности. Полученные с помощью сформированного правила ансамбли последовательностей могут найти применение как в системах связи в качестве адресных и расширяющих спектр последовательностей, так и в системах засекречивания информации.*

*Цифровые системы радиосвязи; помехоустойчивость; дискретные последовательности; автокорреляционные свойства.*

**V.I. Petrenko, Yu.V. Kuzminov, A.P. Zhuk, Ya.S. Zdanevich**

#### **RULE OF FORMATION OF MULTIPLE-VALUED ORTHOGONAL SEQUENCES ON THE BASIS OF SEGMENTS OF SEQUENCES OF THE MAXIMUM DURATION**

*This article describes the process of developing rules for ensembles valued orthogonal discrete sequences by using the generating sequences of linear structure formed on the basis of segmented systems. The advantage of this rule is the ease of technical implementation generators derived sequences when used to generate sequences of typical formers produce sequences of maximum length. Obtained using the generated rules ensembles sequences can be used in communication systems as address and spread-spectrum sequences, and in the encryption systems.*

*Digital radio system; noise immunity; discrete sequence; autocorrelation properties.*

Известно [1], что одним из методов повышения помехоустойчивости систем радиосвязи с кодовым разделением абонентов является применение в них в качестве адресных и расширяющих спектр последовательностей многозначных ортогональных дискретных последовательностей (МОДП). Одним из способов получения данных типов последовательностей является формирование производных последовательностей на основе ансамблей ортогональных дискретных последова-

тельностей и производящих многозначных последовательностей. Производной последовательностью  $n$ -го порядка [2] называют последовательность  $W_n$ , образованную из  $n=1, 2, 3, \dots$  последовательностей вида  $V_j, j=1, 2, 3, \dots, n$  по следующему правилу:

$$\begin{cases} W_n = \{W_{ni}: i = 1, 2, \dots, N\}, N = (\prod_{j=1}^n l_j)/r \\ W_{ni} = V_{1i(\text{mod } l_1)} \times V_{2i(\text{mod } l_2)} \times \dots \times V_{ni(\text{mod } l_n)} = \prod_{j=1}^n V_{ji(\text{mod } l_j)}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $l_j$  – длительности производящих последовательностей  $V_j, j$  – номер производящего элемента,  $r$  – наибольший общий делитель для длительностей  $l_j, n$  – номер последовательности.

К классу производных последовательностей относятся последовательности Диджилок, Стиффлера, а также некоторые другие, построенные по схожим правилам. Данные производные последовательности формируются путем перемножения каждой последовательности ансамбля Уолша на последовательность, найденную экспериментальным путем. Использованный метод был взят за основу при синтезе ансамблей МОДП линейной структуры, основные этапы которого рассматриваются в данной статье.

С целью формирования ансамблей МОДП линейной структуры необходимо выделить многозначные варианты производящих последовательностей линейной структуры. В классе последовательностей линейной структуры в первую очередь следует выделить последовательности максимальной длительности (ПМД), простота реализации и близость корреляционных параметров к оптимальным значениям обуславливает их широкое применение [3, 4]. Данные последовательности существуют как в бинарном, так и в многозначном вариантах [2].

Основой построения многозначных ПМД служат характеристические полиномы вида

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_1x + a_0, \quad (2)$$

неприводимые над полем  $GF(p^n)$ .

Согласно [2], правило построения многозначных ПМД может быть записано в виде:

$$\begin{cases} V_h = \{V_{hi}: i = 0, 1, p^n - 2\}, \\ V_{hi} = \exp\left\{\left(\frac{j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(ha^i)\right\}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $p$  – характеристика поля  $F_1=GF(p), n$  – характеристика расширения  $F_2=GF(p^n)$  поля  $F_1, \alpha$  – примитивный элемент поля  $F_2, h$  – специфический элемент поля  $F_2$ , отличающий  $h$ -ю последовательность от  $t$ -й последовательности,  $t \neq h, Tr_{21}(x)$  – функция следа из  $F_2$  в  $F_1$  элемента  $x, i$  – номер элемента последовательности,  $j$  – мнимая единица.

Основываясь на выводах, полученных в [1], оценим значения периодической автокорреляционной функции (ПАКФ) последовательностей, построенных с использованием в качестве производящих последовательностей многозначных ПМД.

Поскольку ПАКФ любой числовой последовательности в общем виде определяется выражением

$$R(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} V_i V_{i+\tau}, \quad (4)$$

а длительности многозначных ПМД и последовательностей Уолша совпадают лишь в некоторых частных случаях (при построении ПМД в поле  $GF(p^n), p=2^k+1, k=2, 3, \dots, n-1$ ), то выражение для ПАКФ построенных на их основе МОДП запишем в виде:

$$R(\tau) = \begin{cases} N, & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}N); \\ l_1 \times R_{V_2}(\tau), & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}l_1), \tau \neq 0(\text{mod}l_2); \\ l_2 \times R_{V_1}(\tau), & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}l_2), \tau \neq 0(\text{mod}l_1); \\ \prod_{j=1}^2 R_{V_j}(\tau), & \text{если } \tau \neq 0(\text{mod}N, l_j), \end{cases} \quad (5)$$

где  $R_{V_j}(\tau)$  – ПАКФ  $j$ -й последовательности, применяемой при формировании производной последовательности,  $l_j$  – ее длительность. Поскольку величина выбросов боковых лепестков ПАКФ последовательностей Уолша достигает значений  $R_{V_1}(\tau)=l_1$ , где  $l_1$  – длительность последовательностей Уолша, ПАКФ МОДП будет содержать  $(N/l_2)$  выбросов боковых лепестков ПАКФ величины  $R(\tau) \leq l_1 \times l_2$ , возникающих в моменты совпадения тактового сдвига с длительностью  $l_2$  производящей последовательности, т.е. при выполнении равенства  $\tau \equiv 0(\text{mod}l_2)$ . Кроме того, в моменты  $\tau \equiv 0(\text{mod}l_1)$  ПАКФ МОДП содержит  $(N/l_1)$  выбросов  $R(\tau) \leq l_1 \times R_{V_2}(\tau)$ , где  $R_{V_2}(\tau)$  – ПАКФ производящей последовательности  $V_2$ .

Для определения величины  $R_{V_2}(\tau)$  подставим в (4) правило формирования многозначных ПМД из (3):

$$R_{V_2}(\tau) = \sum_{i=0}^{l_2-1} \exp\left\{\left(\frac{j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(h\alpha^i)\right\} \times \exp\left\{\left(\frac{-j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(h\alpha^{i+\tau})\right\} = \quad (6)$$

Поскольку характер мультипликативной группы  $G$  конечного поля, возведенный в степень, равную порядку мультипликативной группы, равен единице для всех элементов группы [2]

$$[\psi(\alpha)]q-1=\psi(\alpha)=1, \quad (7)$$

то перепишем (6) в виде:

$$R_{V_2}(\tau) = \sum_{i=0}^{l_2-1} \exp\left\{\left(\frac{j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(h\alpha^i - h\alpha^{i+\tau})\right\} = \quad (8)$$

Значение  $R_{V_2}(\tau)$  в момент  $\tau \equiv 0(\text{mod}l_2)$  будет определяться как

$$R_{V_2}(0) = \sum_{i=0}^{l_2-1} \exp\left\{\left(\frac{j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(h\alpha^i - h\alpha^i\alpha^0)\right\} = \quad (9)$$

$$= \sum_{i=0}^{l_2-1} \exp\left\{\left(\frac{j2\pi}{p}\right) Tr_{21}(0)\right\} = l_2.$$

Тогда ПАКФ МОДП, построенных с использованием многозначных ПМД, запишется в виде:

$$R(\tau) = \begin{cases} N, & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}N); \\ -l_1, & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}l_1), \tau \neq 0(\text{mod}l_2); \\ l_1 \times l_2, & \text{если } \tau \equiv 0(\text{mod}l_2), \tau \neq 0(\text{mod}l_1); \\ R_{V_1}(\tau) \times R_{V_2}(\tau), & \text{если } \tau \neq 0(\text{mod}N, l_j). \end{cases} \quad (10)$$

Анализ (10) показывает, что ПАКФ производной последовательности содержит выбросы, величина которых зависит от длительностей производящей и исходной последовательностей, что отрицательно сказывается на корреляционных свойствах МОДП. Для устранения данного явления необходимо использовать производящие и исходные последовательности одинаковой длительности [5].

Для формирования из многозначных ПМД производящих последовательностей длительности  $l_2=l_1=2^k$ ,  $k=2, 3, \dots$  был применен метод построения сегментных систем [6], согласно которому исходная ПМД длительности  $S$  может быть разбита на перекрывающиеся (неперекрывающиеся) сегменты длительности  $s < S$ , количество которых в зависимости от степени перекрытия может достигать величины  $(S-s)$ , среди которых в дальнейшем выбираются сегменты с лучшими корреляционными свойствами.

Для формирования сегментных систем была сформирована ПМД с параметрами  $m=4$ ,  $S=14640$  в поле  $GF(11^4)$ , после чего она поочередно была разбита на перекрывающиеся сегменты длительности  $s_1=16$ ,  $s_2=64$ ,  $s_3=256$  путем выделения  $S_i$  символов по правилу:

$$V_q = \{a_q, a_{q+1}, a_{q+2}, \dots, a_{q+S_i-1}\}, \quad q = \overline{1, S - s_i} \quad (11)$$

где  $q$  – номер сегмента многозначной ПМД,  $a_i$  –  $i$ -й элемент ПМД.

Параметры полученных сегментных систем приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Параметры усредненной по ансамблю нормированной ПАКФ сегментных систем на основе многозначной ПМД длительности  $S=14640$**

| Длительность сегмента | Кол-во сегментов | Параметры $R_H(\tau)$ |           |        |            |
|-----------------------|------------------|-----------------------|-----------|--------|------------|
|                       |                  | $R_{max}$             | $R_{min}$ | $m_R$  | $\sigma_R$ |
| $s_1$                 | 14624            | 0,29                  | -0,31     | -0,067 | 0,061      |
| $s_2$                 | 14576            | 0,22                  | -0,23     | -0,016 | 0,015      |
| $s_3$                 | 14384            | 0,14                  | -0,16     | -0,004 | 0,003      |

Из каждого ансамбля были отобраны последовательности, обладающие наилучшими корреляционными свойствами. Выбор осуществлялся по максимуму абсолютного значения ПАКФ. Для  $s_1$  был установлен порог  $|R_H(\tau)| \leq 0,25$ , для  $s_2$  –  $|R_H(\tau)| \leq 0,2$ , для  $s_3$  –  $|R_H(\tau)| \leq 0,12$ .

Отбор указанных сегментов, совпадающих по длительности с последовательностями Уолша, позволил получить правило формирования ансамблей МОПДП на основе использования производящих последовательностей сегментов многозначных ПМД в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_l = \{W_{li} : i = 1, 2, \dots, N\}, \quad N = l_1 = l_2; \\ W_{li} = (-1)^{\sum_{x=0}^{\log_2 N - 1} a_l(x) \lfloor \frac{i}{2^x} \rfloor} \cdot \exp \left\{ \left( \frac{j2\pi}{p} \right) Tr_{21}(l\alpha^{i+q}) \right\}; \\ W_k = \{W_{ki} : i = 1, 2, \dots, N\}, \quad N = l_1 = l_2; \\ W_{ki} = (-1)^{\sum_{x=0}^{\log_2 N - 1} a_k(x) \lfloor \frac{i}{2^x} \rfloor} \cdot \exp \left\{ \left( \frac{j2\pi}{p} \right) Tr_{21}(k\alpha^{i+q}) \right\}; \\ \sum_{i=1}^N V_{li} V_{ki} = 0, \quad l \neq k, \quad l, k \leq V, \quad l, k \in GF(p^n), \quad q \leq (S - l_2), \end{array} \right. \quad (12)$$

С помощью ЭВМ на основании (12) были сформированы ансамбли МОПДП на основе сегментов многозначных ПМД, а также вычислены значения ПАКФ каждого ансамбля. На рис. 1–3 приведены графики ПАКФ каждого из синтезированных ансамблей.

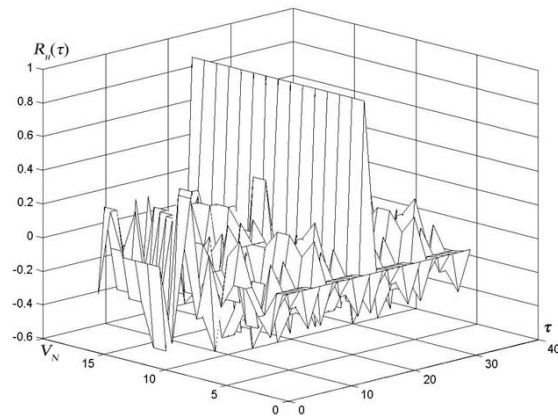


Рис. 1. Нормированная ПАКФ ансамбля производных последовательностей с параметрами:  $N=s=16, S=14640, t=4, q=41$

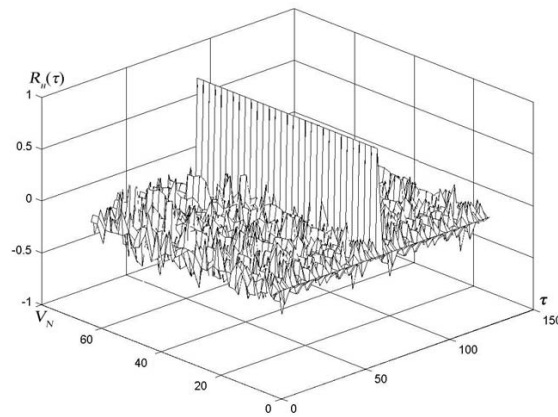


Рис. 2. Нормированная ПАКФ ансамбля производных последовательностей с параметрами:  $N=s=64, S=14640, t=4, q=56$

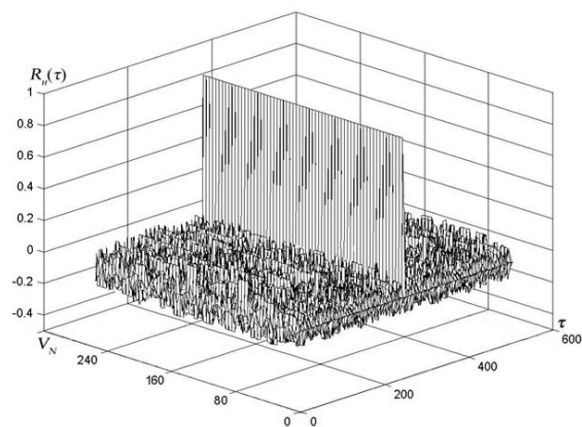


Рис. 3. Нормированная ПАКФ ансамбля производных последовательностей с параметрами:  $N=s=256, S=14640, t=4, q=371$

Результаты расчета корреляционных и статистических свойств сформированных ансамблей МОДП приведены в табл. 2.

Таблица 2

**Сравнительная характеристика параметров ПАКФ последовательностей Уолша и сформированных производных последовательностей**

| Тип последовательности | N   | Параметры $R_H(\tau)$ |           |           |           |
|------------------------|-----|-----------------------|-----------|-----------|-----------|
|                        |     | $R_{max}$             | $R_{max}$ | $R_{max}$ | $R_{max}$ |
| Уолша                  | 16  | 0,869                 | -1        | -0,067    | 0,362     |
|                        | 64  | 0,95                  | -1        | -0,016    | 0,216     |
|                        | 256 | 0,95                  | -1        | -0,004    | 0,127     |
| Производная,<br>$m=4$  | 16  | 0,24                  | -0,34     | -0,067    | 0,047     |
|                        | 64  | 0,23                  | -0,27     | -0,016    | 0,015     |
|                        | 256 | 0,161                 | -0,17     | -0,004    | 0,004     |

Анализ данных табл. 2 показывает, что сформированные на основе сегментов многозначных ПМД ансамбли МОДП превосходят исходные ансамбли последовательностей Уолша по корреляционным свойствам. По сравнению с последовательностями Уолша, максимальная величина выбросов боковых лепестков ПАКФ которых растет с ростом их длительности, аналогичная величина для сформированных производных последовательностей с ростом  $N$  уменьшается.

Арсенал сменных параметров, определяемый числом возможных ансамблей МОДП заданного объема  $V$  на основе многозначных ПМД, как и для последовательностей, синтезированных в предыдущем подразделе, определяется количеством производящих последовательностей. Однако точное определение количества производящих последовательностей при использовании в их качестве сегментов многозначных ПМД невозможно, так как их число полностью определяется требованиями к величине максимального выброса боковых лепестков ПАКФ каждого сегмента. Увеличение значения максимальной величины выбросов боковых лепестков ПАКФ при отборе сегментов многозначных ПМД увеличивает количество подходящих сегментов, однако приводит к росту средней по ансамблю величины выбросов боковых лепестков ПАКФ формируемых на основе данных сегментов производных последовательностей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Петренко В.И., Кузьминов Ю.В., Мишин Д.Ю.* К вопросу повышения помехоустойчивости систем подвижной радиосвязи с кодовым разделением абонентов // *Материалы XVI международной НТК «Радиолокация, навигация, связь».* – Воронеж, 2010. – С. 973-979.
2. *Сныткин И.И.* Теория и практическое применение сложных сигналов с нелинейной структурой: в 3 ч. Ч. 2. – Ставрополь: СВИС РВ, 1989. – 82 с.
3. *Волков Л.Н.* Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 392 с.
4. *Ипатов В.П.* Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. – М.: Радио и связь, 1992. – 152 с.
5. *Петренко В.И., Кузьминов Ю.В., Мишин Д.Ю.* Разработка требований к параметрам дискретных последовательностей, применяющихся для формирования ансамблей ортогональных производных последовательностей // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* – 2007. – Т. 10, № 6. – С. 45-48.
6. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.Д. Ковалев.

**Петренко Вячеслав Иванович** – Северо-Кавказский федеральный университет; e-mail: petrenko@stavsu.ru; 355029, Ставрополь, пр. Кулакова, 2; тел.: 89282620691; кафедра организации и технологии защиты информации; зав. кафедрой; к.т.н.; доцент.

**Жук Александр Павлович** – e-mail: alexzhuk@mail.ru; тел.: 89188841481; кафедра организации и технологии защиты информации; к.т.н.; профессор.

**Кузьминов Юрий Владимирович** – e-mail: 2kuzminov@gmail.com; тел.: 89187532087; кафедра организации и технологии защиты информации; к.т.н.; доцент.

**Зданевич Яна Сергеевна** – e-mail: yanochkaotzi@rambler.ru; тел.: 89054904176; кафедра организации и технологии защиты информации; аспирант.

**Petrenko Vyacheslav Ivanovich** – North Caucasus Federal University; e-mail: petrenko@stavsu.ru; 2, Kulakova avenue, Stavropol, 355029, Russia; phone: +79282620691; the department of organization and information security technology; head the department; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Zhuk Alexander Pavlovich** – e-mail: alexzhuk@mail.ru; phone: +79188841481; the department of organization and information security technology; cand. of eng. sc.; professor.

**Kuzminov Yuri Vladimirovich** – e-mail: 2kuzminov@gmail.com; phone: +79187532087; the department of organization and information security technology; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Zdanevich Yana Sergeevna** – e-mail: yanochkaotzi@rambler.ru; phone: +79054904176; the department of organization and information security technology; postgraduate student.