

Раздел III. Моделирование сложных систем

УДК 621.03.01

М.В. Джиган, О.В. Джиган

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ НА БАЗЕ LMS- И RLS-АЛГОРИТМОВ

Рассматривается методика сравнительного исследования основных характеристик адаптивных фильтров на базе двух разновидностей алгоритмов вычисления весовых коэффициентов этих фильтров (LMS и RLS). Приводятся результаты решения задачи идентификации неизвестной линейной системы с помощью таких адаптивных фильтров и анализ полученных результатов. Рассмотренное моделирование демонстрирует известные свойства адаптивных фильтров на базе LMS- и RLS-алгоритмов, а также позволяют определять значения параметров адаптивных фильтров, при которых наблюдаются расхождения полученных свойств с ожидаемыми теоретическими свойствами.

Адаптивный фильтр; LMS-алгоритм; RLS-алгоритм; относительная избыточная среднеквадратическая ошибка; ERLE; рассогласование.

M.V. Djigan, O.V. Djigan

COMPARATIVE ANALYSIS OF EFFICIENCY OF ADAPTIVE FILTERS BASED ON LMS AND RLS ALGORITHMS

The paper considers the methodology of the investigation of adaptive filters based on LMS and RLS algorithms, used for the computation of the filters weights. Simulation results of linear system identification by means of the filters and the results interpretation are included. Considered simulation shows the known properties of adaptive filters based on LMS-and RLS-algorithms, as well as allow you to define the parameters of adaptive filters, in which there are differences the properties obtained with the expected theoretical properties.

Adaptive filter; LMS algorithm; RLS algorithm; misadjustment; ERLE; mismatch.

Адаптивная фильтрация сегодня является сложившимся научно-техническим направлением в современной цифровой обработке сигналов [1]. Однако, несмотря на многолетнюю историю своего развития и использования на практике, адаптивная обработка сигналов, как отдельная учебная дисциплина, существует лишь со сравнительно недавнего времени. Требования нового государственного образовательного стандарта [2], заключающиеся в ориентации студентов на получение и закрепление знаний путем выполнения исследовательских и самостоятельных работ, обусловили необходимость разработки специализированных инструментов, с помощью которых в ходе лабораторных работ, практических занятий или самостоятельно можно изучать свойства адаптивных фильтров в рамках различных курсов, касающихся цифровой обработки сигналов.

Одним из таких инструментов является программный инструмент [3]. С его помощью можно исследовать характеристики адаптивных фильтров на базе алгоритма по критерию наименьшего квадрата (Lest Mean Square, LMS) и рекурсивного алгоритма критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) [4]. Практический интерес к изучению именно этих алгоритмов обусловлен следующим. LMS-алгоритм обладает малой (линейной) вычислительной сложностью

$O(N)$, как функцией числа арифметических операций, требуемых для выполнения одной итерации алгоритма, где N – число весовых коэффициентов (ВК) адаптивного фильтра. В то же время, этот алгоритм характеризуется медленной сходимостью, зависящей от отношения максимального и минимального собственных чисел корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра. RLS-алгоритм, напротив, характеризуется большой (квадратичной) вычислительной сложностью $O(N^2)$. Кроме того, он обладает быстрой сходимостью, не зависящей от отношения собственных чисел корреляционной матрицы.

Целью настоящей статьи является разработка методики исследования с помощью инструмента [3] эффективности адаптивных фильтров на базе LMS- и RLS-алгоритмов.

Инструмент [3] состоит из генератора сигнала, свойства которого определяются требуемым отношением собственных чисел корреляционной матрицы сигналов адаптивного фильтра; адаптивного фильтра с действительными ВК и двух алгоритмов вычисления ВК этого фильтра (LMS и RLS). При проведении исследований с помощью инструмента решается задача прямой идентификации неизвестной линейной системы (рис. 1), т.е. определение ее импульсного отклика.



Рис. 1. Адаптивная идентификация неизвестной системы

На рис. 1 обозначены следующие сигналы: $x(k)$ – входной сигнал, $d(k)$ – требуемый сигнал, $\alpha(k) = d(k) - y(k)$ – сигнал ошибки, k – индекс дискретного времени или номер отсчета обрабатываемого сигнала. Эти отсчеты равномерно распределены на оси времени как $t(k) = k/F_S$, где F_S – частота дискретизации обрабатываемых сигналов. Выходной сигнал адаптивного фильтра формируется как $y(k) = \mathbf{h}_N^T(k-1)\mathbf{x}_N(k)$, где $\mathbf{x}_N(k)$ – вектор сигналов в этом фильтре, а $\mathbf{h}_N(k)$ – вектор его ВК.

При решении задачи идентификации сигнал $x(k)$ является входным и для идентифицируемой системы, и для адаптивного фильтра. Поэтому минимизация некоторой функции ошибок $\alpha(k)$ между выходным сигналом неизвестной системы $d(k)$ и выходным сигналом адаптивного фильтра $y(k)$ означает, что адаптивный фильтр моделирует неизвестную систему, т.е. $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{w}_N$, так как фильтр «воспроизводит» выходной сигнал системы $y(k)$. Здесь \mathbf{w}_N – вектор ВК неизвестной системы.

Результаты работы схемы (см. рис. 1), т.е. сигналы, обозначенные на рисунке, удобно наблюдать и легко интерпретировать. Например, процессы $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{w}_N$, $y(k) \rightarrow d(k)$ и $|\alpha(k)| \rightarrow 0$ свидетельствуют о правильности работы адаптивного фильтра. Кроме того, по оценкам этих сигналов и значениям вектора $\mathbf{h}_N(k)$

можно вычислять ряд характеристик адаптивного фильтра, среди которых относительная избыточная среднеквадратическая ошибка, коэффициент ослабления эхосигнала (Echo Return Loss Enhancement, ERLE) и рассогласование – эвклидова мера расстояния между векторами ВК адаптивного фильтра и идентифицируемого импульсного отклика.

На качество решения задачи идентификации, независимо от вида используемого алгоритма адаптивной фильтрации, влияет наличие аддитивного шума $e_o(k)$, (см. рис. 1). Это качество характеризуется относительной избыточной среднеквадратической ошибкой, которая для фильтра на базе LMS-алгоритма определяется как

$$M = \frac{\xi_{\text{exc}}}{\xi_{\text{min}}} = \frac{\xi^{(\infty)} - \xi_{\text{min}}}{\xi_{\text{min}}} \approx \frac{\mu \sum_{n=1}^N \lambda_n}{1 - \mu \sum_{n=1}^N \lambda_n}, \quad (1)$$

где $\xi^{(\infty)}$ – среднеквадратическое значение ошибки $\alpha(k)$ в установившемся режиме, ξ_{min} – минимальное (теоретически предсказуемое) среднеквадратическое значение ошибки $\alpha(k)$, ξ_{exc} – превышение среднеквадратического значения ошибки над ее минимальным значением ξ_{min} , λ_n – собственные числа корреляционной матрицы сигналов адаптивного фильтра, $n = 1, 2, \dots, N$.

Для RLS-алгоритма параметр M определяется как

$$M = \frac{\xi_{\text{exc}}}{\xi_{\text{min}}} = \frac{\xi^{(\infty)} - \xi_{\text{min}}}{\xi_{\text{min}}} = N \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}, \quad (2)$$

где λ – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов, допустимое значение которого обычно ограничивается как $(1 - 0.4/N) \leq \lambda \leq 1$. Из уравнения (2) следует, что параметр M в RLS-алгоритме не зависит от собственных чисел корреляционной матрицы. Кроме того, при $\lambda = 1$ значение $M = 0$.

В адаптивном фильтре на базе LMS-алгоритма величина шага сходимости μ в уравнении вычисления вектора ВК выбирается из условия устойчивости фильтра. Это условие для адаптивного фильтра с действительными ВК формулируется как [4]:

$$\mu_{\text{max}} = \frac{1}{3 \text{tr}\{\mathbf{R}_N\}}, \quad (3)$$

где $\text{tr}\{\mathbf{R}_N\}$ – след корреляционной матрицы \mathbf{R}_N .

На практике параметр μ выбирается много меньше предельного значения, определяемого уравнением (3), исходя из компромисса между допустимыми длительностью переходного процесса и величиной ξ_{exc} , так, чтобы ξ_{exc} не превышала 10 % от ξ_{min} . Первое ограничение диктуется требованиями к скорости реакции адаптивного фильтра на внешние изменения, а второе – качеством адаптивной фильтрации в установившемся режиме, т.е. после окончания переходного процесса.

При выполнении лабораторных работ данное утверждение можно исследовать и подтвердить с помощью моделирования. Численные результаты такого моделирования для адаптивного фильтра с числом ВК $N = 8$ на базе LMS-алгоритма (100 экспериментов по 10 000 итераций, совпадающих с отсчетами обрабатываемых сигналов), приведены табл. 1.

Таблица 1

Результаты моделирования адаптивного фильтра на базе LMS-алгоритма

μ	$\chi = 1$		$\chi = 20$		$\chi = 80$	
	M_{theory}	M_{exper}	M_{theory}	M_{exper}	M_{theory}	M_{exper}
0,005	0,042	0,056	0,043	0,055	0,044	0,056
0,010	0,089	0,102	0,092	0,104	0,096	0,108
0,020	0,200	0,214	0,217	0,242	0,244	–
0,040	0,533	0,577	0,676	–	1,099	–
0,080	3,200	–	–6,180	–	–1,193	–

Из анализа табл. 1 следует, что при «малых» значениях шага сходимости μ (в данном случае 0,005 и 0,01) наблюдается хорошее соответствие теоретических значений относительной избыточной среднеквадратической ошибки, см. (1),

$$M_{\text{theory}} = \frac{\mu \sum_{n=1}^N \lambda_n}{1 - \mu \sum_{n=1}^N \lambda_n} \quad (4)$$

и экспериментальных значений

$$M_{\text{exper}} = \frac{\xi(\infty) - \xi_{\min}}{\xi_{\min}}, \quad (5)$$

где уравнение (4), согласно [4], было получено при условии «малости» μ , когда достигаемое значение M не превышает 10 %. При этом, как следует из уравнения

$$M \approx \frac{\mu \sum_{n=1}^N \lambda_n}{1 - \mu \sum_{n=1}^N \lambda_n} \approx \mu \sum_{n=1}^N \lambda_n = \mu \text{tr}\{\mathbf{R}_N\} = \mu N \sigma_x^2, \quad (6)$$

являющегося упрощением уравнения (4), значение M не зависит от χ .

При росте μ (строки 3–5 табл. 1) уравнение (4) становится неверным. Поэтому наблюдается рост значений M при росте χ и фиксированном μ . В этом случае также наблюдается неустойчивость адаптивного фильтра на базе LMS-алгоритма, что отмечено прочерками в ячейках табл. 1, соответствующих экспериментальным данным.

Неустойчивость обусловлена тем, что выражение для максимально допустимого значения шага сходимости LMS-алгоритма μ_{\max} , см. уравнение (3), также следует из упрощения уравнения (1) [4], когда $M < 10\%$. Так как при получении результатов в строках 3–5 (табл. 1) значение $M > 10\%$, то это свидетельствует о том, что в данном случае уравнение (3) для оценки μ_{\max} не может быть корректно использовано, т.е. μ , равные 0,02, 0,04 и 0,08, близки или превышают предельно допустимые значения. Аналитической оценки предельно допустимого значения шага сходимости для «больших» μ не существует. Поэтому в ряде случаев (см. табл. 1) формула (4) также становится некорректной, что демонстрируется отрицательными величинами теоретических значений M .

Численные результаты аналогичного моделирования были получены и для адаптивного фильтра на базе RLS-алгоритма.

С помощью разработанного инструмента также можно исследовать значения а также рассогласования (рис. 2):

$$\rho(k) = 20 \lg \frac{\|\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k)\|_2}{\|\mathbf{w}_N\|_2} \quad (7)$$

коэффициента ослабления эхо-сигнала ERLE, который определяется как отношение энергии требуемого сигнала $d(k)$ к энергии сигнала остаточных ошибок $\alpha(k)$, именуемого эхо-сигналом,

$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}}, \quad (8)$$

где $E\{\bullet\}$ – операция усреднения, а $\|\bullet\|_2$ – евклидова норма вектора.

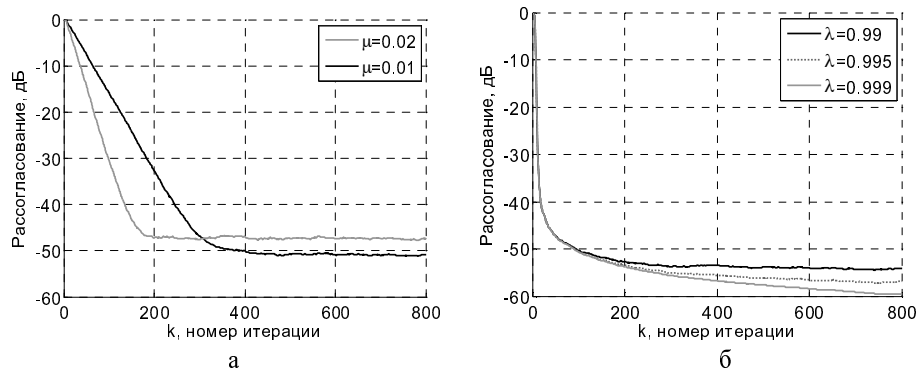


Рис. 2. Рассогласование: а – в LMS-алгоритме при $\chi = 1$, $\mu = 0,01$ и $\mu = 0,02$; б – в RLS-алгоритме при $\chi = 1$ и $\lambda \rightarrow 1$

При $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{h}_{N,o}$ градиент функции среднеквадратической ошибки $\xi(k)$, т.е. целевой функции LMS-алгоритма, стремится к нулю, хотя мгновенное значение этого градиента

$$\hat{\nabla}_{\mathbf{h}_N} \xi(k-1) = -\mathbf{x}_N(k)\alpha(k) \quad (9)$$

может быть и ненулевым. Здесь $\mathbf{h}_{N,o}$ – координаты минимума целевой функции. Как следствие, вектор ВК $\mathbf{h}_N(k)$ адаптивного фильтра совершает зигзагообразные движения в районе точки $\mathbf{h}_{N,o}$, пропорциональные μ , так как на каждой итерации приращения вектора весовых коэффициентов определяется как $\Delta \mathbf{h}_N(k) = -\mu \hat{\nabla}_{\mathbf{h}_N} \xi(k-1)$. Поэтому в установившемся режиме $\xi(k) > \xi_{\min}$, а именно

$$\xi(k) = \xi_{\min} + \xi_{\text{exc}} \cdot \quad (10)$$

При больших μ отклонения вектора $\mathbf{h}_N(k)$ от вектора $\mathbf{h}_{N,o} = \mathbf{w}_N$ также большие. Поэтому см. уравнение (9),

$$\rho(k) = 20 \lg \frac{\|\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k)\|_2}{\|\mathbf{w}_N\|_2} = 20 \lg \frac{\|\mathbf{h}_{N,o} - \mathbf{h}_N(k)\|_2}{\|\mathbf{h}_{N,o}\|_2} \quad (11)$$

также принимает большие значения, чем при меньших μ , что экспериментально подтверждается на рис. 2,а.

При $\chi = const$ величина шага сходимости μ влияет и на параметр ERLE при использовании LMS-алгоритма. Разные же значения ERLE в установившемся режиме объясняются тем, что при разных μ получаются разные ξ_{exc} , согласно уравнению (1). Так как

$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}} = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{\xi^2(k)}, \quad (12)$$

а $\xi(k) = \xi_{min} + \xi_{exc}$, то при разных μ достигаемы значения ERLE тоже будут разными: при большем μ будет большим ξ_{exc} , а значит ERLE будет меньшим.

Аналогичным образом ведут себя параметры рассогласования (рис. 2,б) и ERLE в адаптивном фильтре на базе RLS-алгоритма.

Величина параметра экспоненциального взвешивания λ , удовлетворяющая условию $(1 - 0.4/N) \leq \lambda \leq 1$, практически не влияет на поведение RLS-алгоритма при $k < N$. В установившемся режиме (при $k \gg N$) величина λ влияет на ξ_{exc} , см. (2), а значит и на $\xi(k)$ и $\Delta \mathbf{h}_N(k)$, т.е. подобно LMS-алгоритму, она влияет на качество адаптивной фильтрации в терминах параметров ERLE (7) и рассогласования (8).

Таким образом, из анализа представленных результатов следует, что рассмотренное в настоящей работе моделирование демонстрируют известные свойства адаптивных фильтров на базе LMS- и RLS-алгоритмов, а также позволяют определять значения параметров адаптивных фильтров, при которых наблюдаются расхождения полученных свойств с ожидаемыми теоретическими свойствами, что обусловлено рядом допущений, принятых при получении математических зависимостей (1)–(3) [4]. Эти результаты позволяют глубже понимать свойства адаптивных фильтров на базе рассмотренных алгоритмов.

Дальнейшее развитие представленного в настоящей работе инструмента направлено его на реализацию на языке LabVIEW. Этот инструмент будет построен на принципах [5] и использован в учебном процессе Национального исследовательского университета «МИЭТ».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Benesty J., Huang Y. (Eds).* Adaptive signal processing: applications to real-world problems. – Springer-Verlag, 2003. – 356 p.
2. Государственные образовательные стандарты, примерные учебные планы и программы высшего профессионального образования. – <http://www.edu.ru/db/portal/spe/index.htm>.
3. *Джиган О.В., Джиган М.В.* Исследование характеристик алгоритмов адаптивной фильтрации в среде MATLAB // Материалы 18-й Всероссийской межвузовской научно-технической конференции «Микроэлектроника и информатика» (МИЭТ, 19–21 апреля 2011 г.). – М., 2011. – С. 223.

4. *Diniz P.S.R.* Adaptive filtering algorithms and practical implementation. Third edition. –Springer Science + Business Media, 2008. – 627 p.
5. *Волков Ю.И., Джиган М.В., Джиган О.В.* Виртуальные инструменты для исследования переходных процессов в линейных электрических цепях // Вопросы радиоэлектроники. Серия «Общетехническая». – 2011. – №1. – С. 167-177.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., доцент А.В. Гуреев

Джиган Мария Викторовна – Национальный исследовательский университет «МИЭТ»; e-mail: mariadjigan@rambler.ru; 124498, Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5; тел.: +74997109541; студентка.

Джиган Ольга Викторовна – e-mail: olga.djigan@rambler.ru; студентка.

Djigan Maria Victorovna – National Research University of Electronic Technology; e-mail: mariadjigan@rambler.ru; Bld. 5, Pas. 4806, Zelenograd, Moscow, 124498, Russia; phone: +74997109541; student.

Djigan Olga Victorovna – e-mail: olga.djigan@rambler.ru; student.

УДК 519.63: 532.5

Е.Е. Дегтярева, А.Е. Чистяков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТА НАНОСОВ ПО ДАННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В АЗОВСКОМ МОРЕ

Представлены результаты экспериментальных исследований в Таганрогском заливе, проведенных в октябре 2011 года, которые легли в основу математической модели транспорта наносов в прибрежной зоне водоемов. Предложенная модель учитывает следующие факторы: транспорт наносов, находящихся в придонном слое; переход донного материала во взвешенное состояние и осаждение; транспорт взвешенных частиц. Описание гидродинамических процессов выполнено на основе системы уравнений Навье–Стокса. Для описания коэффициента турбулентного обмена использовалась подсеточная модель Смогоринского. Эксперименты проводились с использованием двух современных гидрофизических зондов ADCP и SBE 19 Plus.

Акустический Доплеровский профилограф; гидрофизика моря; модель транспорта наносов.

E.E. Degtyareva, A.E. Chistyakov

MODELING SEDIMENT TRANSPORT BASED ON EXPERIMENTAL STUDIES IN AZOV SEA

This paper presents the results of experimental studies in the Taganrog Bay in October 2011. By results of experimental studies formed the basis of a mathematical model of sediment transport in coastal waters. The proposed model considers the following factors: sediment transport in the near-bed layer; suspension, diffusion, settling; suspended sediment transport. Description of the hydrodynamic processes performed on the basis of the Navier-Stokes equations. A subgrid model Smogorinskogo was used to describe the turbulent exchange coefficient. Experiments were performed using two modern devices ADCP and SBE 19 Plus.

Acoustic Doppler Current Profiler; hydro physics sea; model of sediment transport.

Экологическая система Таганрогского залива и Азовского моря является уникальной. Состояние прибрежного рельефа дна во многом определяется движением наносов под действием волн и течений. Осуществленные без предварительного математического моделирования проекты по сооружению гидротехнических