

4. *Diniz P.S.R.* Adaptive filtering algorithms and practical implementation. Third edition. –Springer Science + Business Media, 2008. – 627 p.
5. *Волков Ю.И., Джиган М.В., Джиган О.В.* Виртуальные инструменты для исследования переходных процессов в линейных электрических цепях // Вопросы радиоэлектроники. Серия «Общетехническая». – 2011. – №1. – С. 167-177.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., доцент А.В. Гуреев

Джиган Мария Викторовна – Национальный исследовательский университет «МИЭТ»; e-mail: mariadjigan@rambler.ru; 124498, Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5; тел.: +74997109541; студентка.

Джиган Ольга Викторовна – e-mail: olga.djigan@rambler.ru; студентка.

Djigan Maria Victorovna – National Research University of Electronic Technology; e-mail: mariadjigan@rambler.ru; Bld. 5, Pas. 4806, Zelenograd, Moscow, 124498, Russia; phone: +74997109541; student.

Djigan Olga Victorovna – e-mail: olga.djigan@rambler.ru; student.

УДК 519.63: 532.5

Е.Е. Дегтярева, А.Е. Чистяков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТА НАНОСОВ ПО ДАННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В АЗОВСКОМ МОРЕ

Представлены результаты экспериментальных исследований в Таганрогском заливе, проведенных в октябре 2011 года, которые легли в основу математической модели транспорта наносов в прибрежной зоне водоемов. Предложенная модель учитывает следующие факторы: транспорт наносов, находящихся в придонном слое; переход донного материала во взвешенное состояние и осаждение; транспорт взвешенных частиц. Описание гидродинамических процессов выполнено на основе системы уравнений Навье–Стокса. Для описания коэффициента турбулентного обмена использовалась подсеточная модель Смогоринского. Эксперименты проводились с использованием двух современных гидрофизических зондов ADCP и SBE 19 Plus.

Акустический Доплеровский профилограф; гидрофизика моря; модель транспорта наносов.

E.E. Degtyareva, A.E. Chistyakov

MODELING SEDIMENT TRANSPORT BASED ON EXPERIMENTAL STUDIES IN AZOV SEA

This paper presents the results of experimental studies in the Taganrog Bay in October 2011. By results of experimental studies formed the basis of a mathematical model of sediment transport in coastal waters. The proposed model considers the following factors: sediment transport in the near-bed layer; suspension, diffusion, settling; suspended sediment transport. Description of the hydrodynamic processes performed on the basis of the Navier-Stokes equations. A subgrid model Smogorinskogo was used to describe the turbulent exchange coefficient. Experiments were performed using two modern devices ADCP and SBE 19 Plus.

Acoustic Doppler Current Profiler; hydro physics sea; model of sediment transport.

Экологическая система Таганрогского залива и Азовского моря является уникальной. Состояние прибрежного рельефа дна во многом определяется движением наносов под действием волн и течений. Осуществленные без предварительного математического моделирования проекты по сооружению гидротехнических

объектов, прокладки каналов могут привести в дальнейшем к интенсивному заносу и заилению, также в результате непродуманного сооружения и углубления каналов, в море могут образоваться зоны гипоксии.

1. Зоны аноксии и гипоксии в Азовском море. В ходе экспедиционных исследований в 2001 г. была обнаружена зона аноксии и наблюдалась массовая гибель ихтиофауны в восточной части Азовского моря. Площадь обнаруженной области гипоксии составляла более 1 000 кв. км.

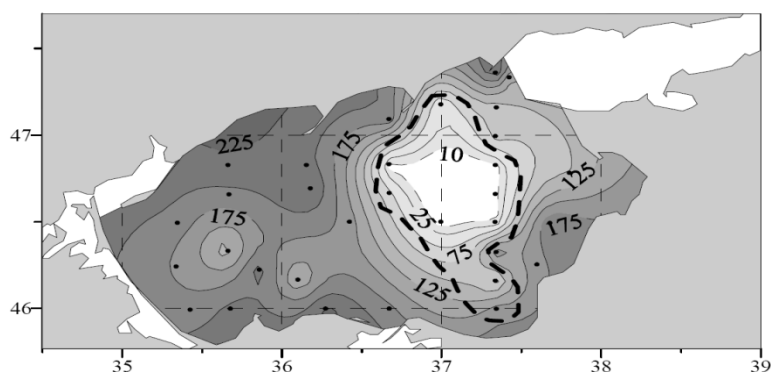


Рис. 1. Измеренные значения концентрации кислорода (мкМ). Контурная линия показывает зону гипоксии

Механизм возникновения зоны был гипоксии интерпретирован руководителем экспедиционных исследований А.И. Сухиновым [1]. Было высказано предположение, что причина данного явления в существовании в этой части моря вихревых (замкнутых) образований в структуре потоков (течений), названных впоследствии S-структурами, а также достаточно большого запаса органического вещества, ранее вовлеченного в движение этими структурами течений.

2. Математическое моделирование гидрофизических процессов в Азовском море. Для реконструкции экологической катастрофы был создан ряд высокоточных моделей гидрофизических процессов в мелководных водоемах [2]. Данные модели описывают движение водной среды с учетом следующих факторов: ветровые течения и трение о дно, стоки рек, испарение, сила Кориолиса, турбулентный обмен, сгонно-нагонные явления, сложную геометрию дна.

Исходными уравнениями гидродинамики мелководных водоемов являются [2]:

– уравнение движения (Навье–Стокса):

$$\begin{aligned}
 u'_t + uu'_x + vu'_y + wu'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu u'_y)'_y + (v u'_z)'_z + 2\Omega(v \sin \theta - w \cos \theta), \\
 v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z - 2\Omega u \sin \theta, \\
 w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (v w'_z)'_z + 2\Omega u \cos \theta; \quad (1)
 \end{aligned}$$

– уравнение неразрывности в случае переменной плотности запишется следующим образом:

$$\rho'_t + (\rho u)'_x + (\rho v)'_y + (\rho w)'_z = 0, \quad (2)$$

где $\vec{u} = \{u, v, w\}$ – компоненты вектора скорости, p – превышение давления над гидростатическим давлением невозмущенной жидкости, ρ – плотность, Ω – угло-

вая скорость вращения земли, θ – угол между вектором угловой скорости и вертикалью, μ, ν – горизонтальная и вертикальная составляющая коэффициента турбулентного обмена.

Система уравнений (1)–(2) рассматривается при соответственных граничных и начальных условиях. Составляющие тангенциального напряжения для дна, с учетом введенных обозначений, могут быть записаны следующим образом:

$$\tau_x = \rho C_p (|\bar{u}|) u |\bar{u}|, \quad \tau_y = \rho C_p (|\bar{u}|) v |\bar{u}|. \quad (3)$$

Коэффициент вертикального турбулентного обмена, неоднородный по глубине:

$$\nu = C_s^2 \Delta^2 \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial z}\right)^2}, \quad (4)$$

где \bar{U}, \bar{V} – осредненные по времени пульсации горизонтальных компонент скорости, Δ – характерный масштаб сетки, C_s – безразмерная эмпирическая константа.

Отличительной особенностью разработанных математических моделей является то, что вертикальная компонента вектора скорости рассчитывается на основе трех уравнений движения, а не на основе гидростатического приближения. Следует также отметить, что при описании рельефа дна и изменения геометрии водной поверхности за счет сгонно-нагонных явлений осуществляется учет частичной «заполненности» ячеек [3]. Для решения сеточных уравнений используется адаптивный модифицированный попеременно-треугольный итерационный метод вариационного типа [4].

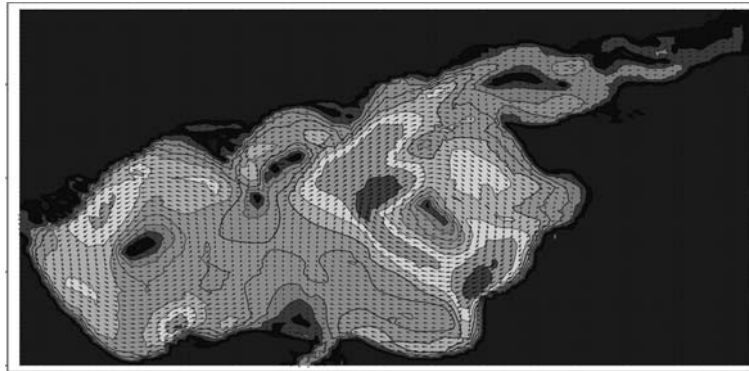


Рис. 2. Результаты численного моделирования

Из результатов проведенного численного эксперимента (рис. 2) видно наличие вихревой структуры течения в восточной части Азовского моря, в данном районе вода богата органическими примесями, источниками которых являются реки Дон и Кубань.

3. Экспедиционные исследования 2011 г. С целью обновления баз данных многолетних наблюдений состояния водной среды, а также калибровки трехмерных математических моделей транспорта взвешенных частиц, сотрудниками ТТИ ЮФУ совместно с сотрудниками геолого-географического факультета ЮФУ в октябре 2011 г. была организована научно-исследовательская экспедиция. На борту НИС т/х «Платов» находилось современное оборудование: акустический профилограф ADSP WHS600, гидрофизический зонд SBE 19plus с датчиком мутности Seapoint и датчиком растворенного кислорода, пробоотборная система, GPS.

Принцип работы ADCP основан на эффекте Доплера, т.е. на определении смещения частоты акустического эхо-сигнала, характеризующего проекцию скорости рассеивателей в измерительном объеме вдоль направления луча. Прибор производит измерение проекций скорости течений (рис. 3) на четыре пространственные оси для каждого элемента глубины, что в сочетании с показаниями датчиков угловой ориентации позволяет производить расчеты проекций измеренной скорости на оси географической системы координат.

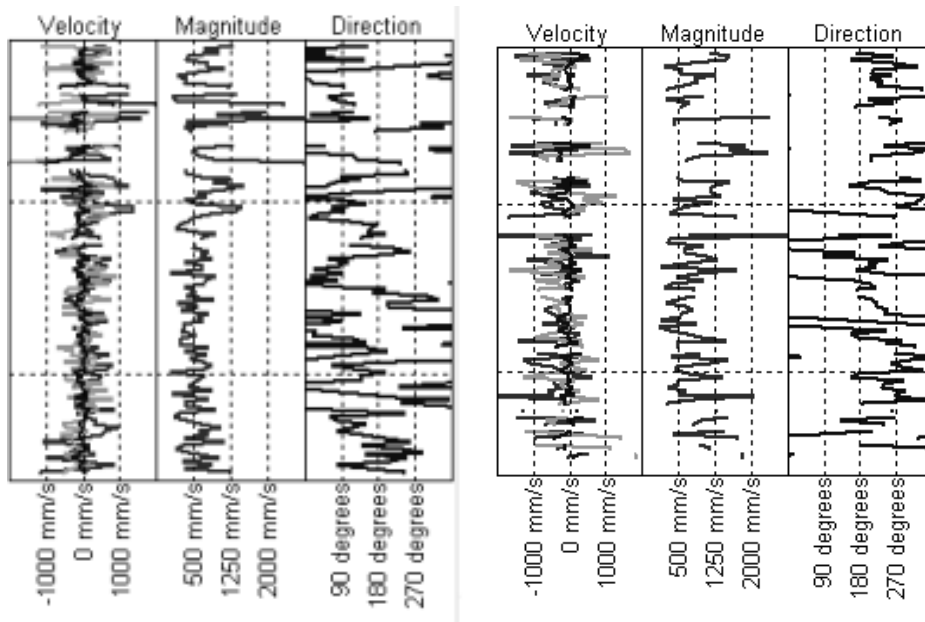


Рис. 3. Профили компонентов вектора скорости движения водной среды

ADCP обеспечивают одновременное измерение профилей скорости течения и интенсивности обратно рассеянного акустического сигнала (рис. 4). Последний параметр зависит от количества и акустических свойств обратных рассеивателей в озвученном объеме, и может быть использован для грубой оценки концентрации взвеси. Совместная обработка данных по течениям и интенсивности эхо-сигнала открывает широкие возможности для исследования пространственно-временного распределения потоков взвеси в мелководных акваториях.

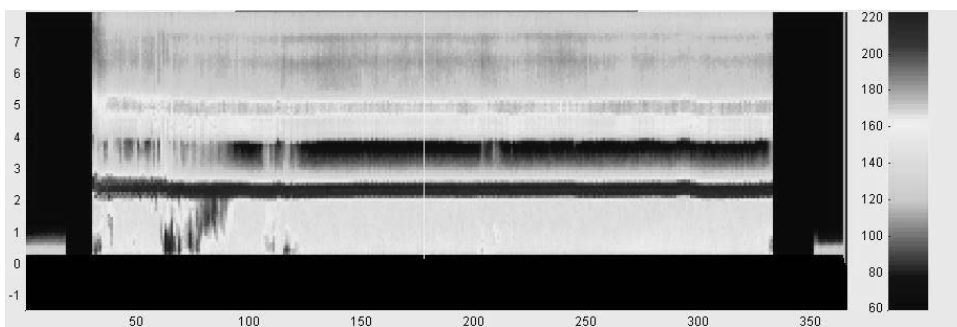


Рис. 4. Интенсивность отраженного акустического эхо-сигнала

В ходе экспериментальных исследований при помощи зонда SBE 19plus сделаны замеры: профиля мутности (рис. 5), растворенного кислорода (рис. 6), солености (рис. 7), температуры (рис. 8).

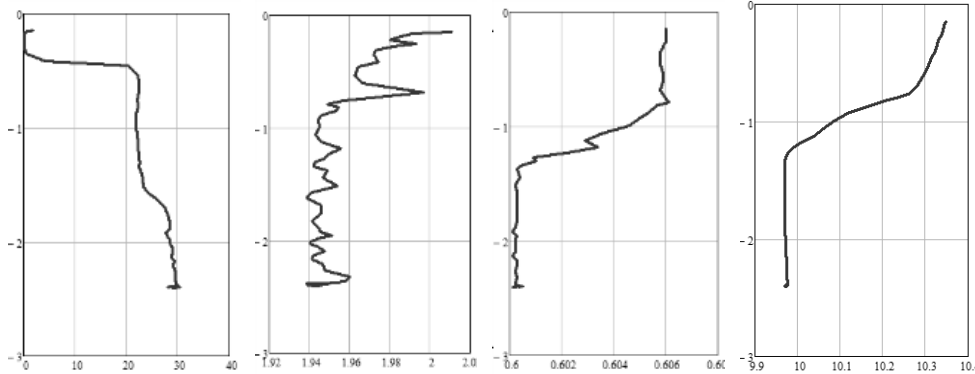


Рис. 5 Функция распределения мутности

Рис. 6. Функция распределения растворенного кислорода

Рис. 7. Функция распределения солености

Рис. 8. Функция распределения температуры

Благодаря данным, полученным в ходе экспедиции, была построена математическая модель транспорта наносов в Азовском море.

4. Математическая модель транспорта наносов. Основными факторами взвешивания, перераспределения и транспорта донного материала является комбинированное воздействие волн и течений. С помощью математических моделей можно оценить подвижность наносов; моделировать переформирование дна под действием волн и течений; моделировать перенос наносов в окрестности сооружений [6]. Для описания транспорта наносов будем использовать математическую модель, учитывающую следующие факторы: транспорт наносов, находящихся в придонном слое; переход донного материала во взвешенное состояние и осаждение; транспорт взвешенных частиц.

Уравнения процесса транспорта наносов без перехода во взвешенное состояние [6] записываются в следующем виде:

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial H}{\partial t} + \operatorname{div}(k \bar{\tau}_b) = \operatorname{div} \left(k \frac{\tau_{bc}}{\sin \varphi_0} \operatorname{grad} H \right) - F_c, \quad (5)$$

$$k = \frac{A \varpi d}{((\rho_1 - \rho_0) g d)^\beta} \left| \bar{\tau}_b - \frac{\tau_{bc}}{\sin \varphi_0} \operatorname{grad} H \right|^{\beta-1} h \left(\left| \bar{\tau}_b - \frac{\tau_{bc}}{\sin \varphi_0} \operatorname{grad} H \right| - \tau_{bc} \right),$$

где H – глубина дна, отсчитываемая от невозмущенной поверхности водоема; ε – пористость грунта; x, y – горизонтальные декартовы координаты; $\bar{\tau}_b$ – касательное напряжение на дне; τ_{bc} – критическое значение касательного напряжения, при котором начинается перемещение наносов, A и β – безразмерные постоянные, ϖ – частота волны, d – характеристика осадков, ρ – плотность, F_c – поток взвеси.

Модель (5) описывает транспорт наносов без перехода их во взвешенное состояние. В [7] рассматривается математическая модель транспорта наносов с переходом их во взвешенное состояние

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + (w - w_0) \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial c}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t), \quad (6)$$

где $c(x, y, z, t)$ – концентрация частиц в точке (x, y, z) в момент времени t ; $\bar{u} = \{u, v, w\}$ – компоненты вектора скорости; w_0 – скорость осаждения частиц или их гидравлическая крупность; μ, η – коэффициенты диффузии; $f(x, y, z, t)$ – функция, описывающая интенсивность и распределение источников. Взмучивание и осаждение частиц описывают граничные условия.

Вертикальный поток взвешенных частиц определяется разностью между процессом осаждения D и процессом взмучивания частиц E .

$$F_c = D - E, \quad D = w_0 c, \quad E = -\eta \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (7)$$

где F_c – поток взвеси, η – вертикальный коэффициент диффузии.

Заключение. При моделировании процессов взвешивания и перераспределения донных осадков важное место занимает построение общей физической картины, отвечающей условиям объекта моделирования. Одной из основных проблем моделирования является получение достаточного количества экспериментальных данных для калибровки и верификации модели.

В результате экспериментальных исследований была построена математическая модель транспорта наносов и проведена первичная верификация данных. Математическая модель транспорта наносов учитывает следующие факторы: движение водной среды, сложную геометрию дна и береговой линии, транспорт наносов, находящихся в придонном слое, переход донного материала во взвешенное состояние и осаждение, транспорт взвешенных частиц. Описаны процессы срыва, переноса и осаждения частиц.

Представленная модель может быть использована для прогнозирования перестроения донной поверхности Азовского моря.

В заключение мы хотим выразить глубокую признательность нашему постоянному наставнику профессору А.И. Сухинову за многочисленные плодотворные обсуждения и внимание к работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сухинов А.И. Прецизионные модели гидродинамики и опыт применения в предсказании и реконструкции чрезвычайных ситуаций в Азовском море // Известия ТРТУ. – 2006. – № 3 (58). – С. 228-235.
2. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 3. – С. 3-21.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989.
4. Чистяков А.Е. Теоретические оценки ускорения и эффективности параллельной реализации ПТМ скорейшего спуска // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 6 (107). – С. 237-249.
5. Заковоротнова Е.Е. Выбор модели транспорта наносов в мелководном водоеме. Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики. – СПб.: Российская академия наук, 2010. – С. 284-286.
6. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Двумерная гидродинамическая модель, учитывающая динамическое перестроение геометрии дна мелководных водоемов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 8 (121). – С. 159-167.
7. Заковоротнова Е.Е. Описание некоторых параметров многомерной математической модели транспорта наносов в прибрежной зоне моря // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 6 (107). – С. 258-259.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.И. Жорник.

Дегтярева Екатерина Евгеньевна – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: katerina.degtyreva@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +79045069696; кафедра высшей математики; аспирантка.

Чистяков Александр Евгеньевич – e-mail: cheese_05@mail.ru; тел.: +78634371606; кафедра высшей математики; доцент.

Degtyareva Ekaterina Evgenievna – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: katerina.degtyreva@gmail.com; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79045069696; the department of higher mathematics; post-graduate student.

Chistyakov Alexander Evgenjevich – e-mail: cheese_05@mail.ru; phone: +78634371606; the department of higher mathematics; associate professor.

УДК 532.5.031

Кандалфт Хекмат

ТРЕХМЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВОДНОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЛЕДЯНОЙ ПЛАСТИНЫ

Работа посвящена развитию математических подходов к изучению гидродинамических процессов в однородной жидкости, поверхностью активными напряжениями и начальными возмущающими факторами. Разработана трехмерная математическая модель движения водной среды, при наличии ледовой пластины на поверхности водоема. Основными уравнениями математической модели являются: система уравнений Навье–Стокса и уравнение неразрывности. Для построения численного алгоритма применен метод расщепления по физическим процессам. Для данной задачи получено численное решение, позволяющее определять поведение жидкости при данных условиях. На основе интегрирования метода выполнена аппроксимация трехмерной математической модели гидродинамики. Был разработан комплекс программ, предназначенный для построения трехмерных полей скоростей движения водной среды.

Ледяная пластина; ячейка; гидродинамика; уравнений движения жидкости; уравнений неразрывности; заполненность.

Hekmat Kandalfit

TREE-DIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF A MOTION OF THE AQUATIC ENVIRONMENT, THE SURFACE OF WHICH IS COVERED BY ICE PLATE

This article is dedicated to the development of mathematical approaches of the study of hydrodynamic processes in an homogeneous fluid, the surface of the active stresses and initial disturbances. A mathematical model of the motion of w in the reservoir is partially covered by ice plate. For this task, the numerical solution determines the behavior of the fluid under these conditions. It creates a three-dimensional discrete finite-volume model describing the hydrodynamic processes, taking into account the ice cover on the surface. Designed program was developed to build three-dimensional velocity fields of motion of the aquatic environment in the event of mathematical modeling of the reservoir area covered by an ice layer. The numerical model is three-dimensional; the decision is based on the Navier-Stokes approximations. To construct a numerical algorithm, a method of splitting by physical processes was used.

The ice plate; hydrodynamics; the equations of fluid motion; the equations of continuity; the occupancy rate.