3. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Множества достижимости и притяжения линейных систем с ограниченным управлением: описание с помощью инвариантных эллипсоидов. Сб. «Стохастическая оптимизация в информатике» / Под ред. О.Н. Граничина. Вып. 4. – СПб.: СПб ГУ, 2008. – С. 3-23.
4. *Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.* Синтез динамических систем по требуемым показателям качества // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 4. – С. 7-12.
5. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2011.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.И. Витиска

Гайдук Анатолий Романович – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Слесарная 26, кв. 2; тел.: 88634626287; кафедра систем автоматического управления; д.т.н.; профессор.

Бесклубова Ксения Валериевна – e-mail: besklubova@rambler.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Яблочкина, 8/1, кв. 33; тел.: 88634387349; магистрантка.

Gaiduk Anatoly Romanovich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 26, Slesarnaya street; app. 2; Taganrog, 347904, Russia; phone: +78634626287; the department of automatic control systems; dr. of eng. sc.; professor.

Besklubova Ksenia Valeryevna – e-mail: besklubova@rambler.ru; 8/1, Yablochkina street, app. 33, Taganrog; 347904, Russia; phone: +78634387349; the department of automatic control systems; magister.

УДК 681.5

Го Пэн

МЕТОД СИНТЕЗА СИСТЕМ С РЕГУЛЯТОРОМ ПО ВЫХОДУ И ВОЗДЕЙСТВИЯМ

Рассматривается аналитический метод синтеза регуляторов по выходу и воздействиям. Регуляторы этого типа позволяют управлять не только полюсами системы, но и её нулями, что позволяет обеспечивать устойчивость систем управления линейными объектами произвольного вида как устойчивыми, так и неустойчивыми. При этом учитываются условия физической реализуемости регуляторов, а условия устойчивости не противоречат условиям астатизма и точности. Решение задачи синтеза структуры и параметров требуемого регулятора сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений. Эффективность предложенного метода показана на численном примере.

Объект; регулятор; система; устойчивость; качество; синтез; расчетные уравнения.

Guo Peng

DESIGN METHOD OF SYSTEMS WITH CONTROLLER ON OUTPUT AND DISTURBANSES

The article deals with an analytical method for the design of systems with controller on output and disturbances. Controller of this type allow you to control not only the poles of the system, but also its zeros, which ensures stability control systems linear objects of arbitrary type as stable or unstable. This takes into account the conditions of physical realizability controller, and stability conditions do not contradict the conditions of astatism and accuracy. Solution to the problem of synthesis of structure and parameters of the desired controller is reduced to solving systems of linear algebraic equations. The effectiveness of the proposed method is shown on the numerical example.

Object; controller; system stability; the quality; design; the calculated equation.

Существует множество практических проблем исследования океанов и морей, для выполнения которых подводные роботы (ПР) могут рассматриваться как основное средство. Подводные роботы, как бы совершенны они ни были, эффективны только при изучении мелкомасштабных процессов в локальных областях. При этом возникает задача выполнения ряда типовых команд, которые ПР должен выполнять автоматически, без участия оператора [1].

В данной работе предлагается регулятор по выходу и воздействиям для выполнения одной из таких задач: автоматическое управление линейной скоростью ПР. В системе с регулятором по выходу и по воздействиям, схема которой приведена на рис. 1, варьируемыми предполагаются параметры всех вводимых связей, т.е. по управлению u, по измеряемой величине y, по задающему воздействию g и по измеряемому возмущению $f_{\text{и}}$ [2]. На этом рисунке неизменяемое возмущение обозначено $f_{\text{ни}}$.

Рассматривая особенности системы данного типа, будем предполагать, что объект управления (ОУ) задан скалярным уравнением вход-выход:

$$A(p)y = B(p)u + B_1(p)f_{\text{и}} + B_2(p)f_{\text{ни}}, \tag{1}$$

где $A(p)$, $B(p)$, $B_1(p)$ и $B_2(p)$ – многочлены.

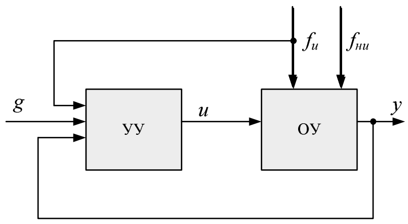

Рис. 1. Система с регулятором по выходу и по воздействиям

Регулятор по выходу и воздействиям (РВВ, рис. 1) представляет собой динамический блок, имеющий один выход и несколько входов, на которые подаются все доступные измерению воздействия и переменные системы. Поэтому в соответствии с рис. 1 уравнение вход-выход РВВ можно записать так

$$R(p)y = Q(p)g - L(p)y + Q_1(p)f_{\text{и}}. \tag{2}$$

В уравнении (1) все многочлены предполагаются варьируемыми и должны быть определены в процессе синтеза системы управления, исходя из требований к ее качеству. При этом по условиям физической реализуемости регуляторов типа (2) должны выполняться неравенства:

$$r - q \geq \mu_{yy}^*, \; r - l \geq \mu_{yy}^*,$$

где $r = \deg R(p)$, $q = \deg Q(p)$, $l = \deg L(p)$, μ_{yy}^* – заданная относительная степень УУ.

Как видно, регулятор (2) имеет, в общем случае, не менее двух входов: по управляемой переменной – y (выходу) и по задающему воздействию g, поэтому он называется регулятором по выходу и воздействиям.

Задача синтеза заключается в определении всех параметров регулятора (2) по требованиям к качеству синтезируемой системы.

Решение задачи. В общем случае многочлены уравнения (1) можно представить следующим образом:

$$B(p) = \beta_m^{-1} B_{\Omega}(p) B_{\bar{\Omega}}(p), \tag{3}$$

$$A(p) = A_{\Omega}(p)A_{\bar{\Omega}}(p), \qquad (4)$$

где β_m – коэффициент многочлена $B(p)$ при p в старшей степени m; а через $A_{\Omega}(p)$, $B_{\Omega}(p)$ обозначены многочлены, корни которых располагаются в области Ω комплексной плоскости, допустимой для данной системы.

Для уменьшения порядка РВВ в данном методе принимаются следующие предположения:

$$D(p) = B_{\Omega}(p)A_{\Omega}(p)\tilde{D}(p), \quad B_{\Omega}(p) = \beta_m^{-1}B(p),$$

где $\tilde{D}(p)$ – гурвицевый многочлен, выбираемый по условиям качества синтезируемой системы. Порядок выбора этого многочлена описывается ниже.

Как известно, для обеспечения астатизма порядка ν_g по задающему воздействию необходимо, чтобы в прямой цепи системы управления было ν_g «чистых» интеграторов. Если $A(p) = p^{\nu_0}A_{\Omega}(p)$, причем $\nu_0 < \nu_g$, то в ДУУ необходимо дополнительно ввести $\bar{\nu} = \max\{\nu_g - \nu_0; 0\}$ интеграторов. Поэтому в предлагаемом методе полагается

$$R(p) = B_{\Omega}(p)p^{\bar{\nu}}\tilde{R}(p), \quad L(p) = A_{\Omega}(p)\tilde{L}(p), \qquad (5)$$

где $\tilde{R}(p)$, $\tilde{L}(p)$ – неизвестные пока многочлены. При этом характеристический полином $D(p)$ замкнутой системы имеет вид

$$B_{\Omega}(p)A_{\Omega}(p)\tilde{D}(p) = A(p)B_{\Omega}(p)p^{\bar{\nu}}\tilde{R}(p) + \beta_m A_{\Omega}(p)B_{\Omega}(p)\tilde{L}(p).$$

Так как равенство (3) выполняется, то общие множители $A_{\Omega}(p)$ и $B_{\Omega}(p)$ можно сократить. В результате получим

$$\tilde{D}(p) = A_{\bar{\Omega}}(p)p^{\bar{\nu}}\tilde{R}(p) + \beta_m\tilde{L}(p). \qquad (6)$$

Полученное выражение (6) является многочленным уравнением, которое эквивалентно системе алгебраических уравнение, относительно $\tilde{r}+1$ коэффициентов полинома $\tilde{R}(p)$ степени $\tilde{r} = r - m_0 - \bar{\nu}$ и $\tilde{l}+1$ коэффициентов полинома $\tilde{L}(p)$ степени $\tilde{l} = r - \mu_{yy}^{*} - n_{\Omega}$, $m_0 = m$.

Степень $\tilde{\eta}$ многочлена $\tilde{D}(p)$ в (6), очевидно, равна степени произведения $A_{\bar{\Omega}}(p)p^{\bar{\nu}}\tilde{R}(p)$. Следовательно, в системе уравнений, эквивалентной уравнению (6), содержится $N_y = \tilde{\eta}+1$ уравнений и $N_k = \tilde{r}+\tilde{l}+2$ неизвестных коэффициентов, т.е.

$$N_y = \tilde{\eta}+1 = n_{\bar{\Omega}} + r - m_0 + 1, \; N_k = 2r + 2 - n_{\Omega} - m_0 - \bar{\nu} - \mu_{yy}^{*}.$$

Для разрешимости указанной системы необходимо, чтобы $N_k = N_y$. Отсюда, используя приведенные выражения, найдём

$$r = n + \bar{\nu} + \mu_{yy}^{*} - 1, \; \tilde{r} = n + \mu_{yy}^{*} - m_0 - 1,$$

$$\tilde{\eta} = n + n_{\Omega} + \bar{\nu} + \mu_{yy}^{*} - m_0 - 1, \; \tilde{l} = n_{\bar{\Omega}} + \bar{\nu} - 1. \qquad (7)$$

Для выбора коэффициентов полинома $\tilde{D}(p)$ степени $\tilde{\eta}$ используются стандартные передаточные функции, приведённые, например, в [1]. По заданному порядку астатизма ν_g^*, степени $\tilde{\eta}$ и перерегулированию $\sigma^*\%$ из неё $n_{\text{таб}} = \tilde{\eta}$ выбираются коэффициенты Δ_i и величина $t_{\text{ртаб}}$. Далее вычисляются временной масштабный коэффициент $\omega_0 = t_{\text{ртаб}} / t_{\text{р}}^*$, а затем желаемые коэффициенты многочлена $\tilde{D}(p)$ по формуле

$$\delta = \Delta_i \omega_0^{n-i}, \quad i = \overline{0, \tilde{\eta}}. \tag{8}$$

Многочленнному уравнению (6) соответствует [2] система алгебраических уравнений следующего вида (9).

Матрица этой системы имеет $\tilde{l}+1$ столбцов, составленных из коэффициента β_m, и $\tilde{r}+1$ столбцов, составленных из коэффициентов многочлена $\tilde{A}(p) = p^{\bar{\nu}} A_{\bar{\Omega}}(p)$.

$$\begin{bmatrix} \beta_0 & 0 & 0 & \alpha_0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \ddots & 0 & \alpha_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \beta_0 & \vdots & \ddots & \alpha_0 \\ \beta_m & \ddots & \beta_1 & \alpha_0 & \ddots & \alpha_0 \\ 0 & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \beta_m & 0 & 0 & \alpha_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{\tilde{l}} \\ \rho_0 \\ \vdots \\ \rho_{\tilde{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_{\tilde{\eta}} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Решение этой системы позволяет записать многочлены

$$\tilde{R}(p) = \sum_{i=1}^{\tilde{r}} \rho_i p^i \quad \text{и} \quad \tilde{L}(p) = \sum_{i=1}^{\tilde{l}} \lambda_i p^i,$$

а затем многочлены $R(p)$, $L(p)$ по приведённым выше выражениям (5).

Многочлен $Q(p)$ определяется по формуле

$$Q(p) = \beta_m^{-1} A_\Omega(p)(\delta_{\nu_g - 1} p^{\nu_g - 1} + \dots + \delta_0). \tag{10}$$

В некоторых случаях измеряемыми являются отклонение $\varepsilon = g - y$ и управляемая переменная $y = \varphi_{\text{вых}}(t)$. Поэтому, заменяя в (4) g по формуле $g = \varepsilon + y$ и приводя подобные члены, получим следующее уравнение:

$$R(p)U = Q(p)\varepsilon - M(p)\varphi_{\text{вых}}, \tag{11}$$

где $M(p) = L(p) - Q(p)$.

Таким образом, выражения (3) – (11) позволяют найти все полиномы искомого УУ и записать его уравнение (4). Поэтому они являются расчетными соотношениями предлагаемого метода синтеза систем управления. Покажем эффективность этого метода на численном примере.

Пример. Уравнение изменения скорости подводного робота описывается уравнением

$$(p^3 + 6{,}4p^2 + 3{,}38p)y(p) = (1{,}8p + 3{,}8)u(p),$$

где $y = y(t)$ – скорость ПР; u – управление, формируемое искомым УУ. Необходимо найти УУ, при котором обеспечивается первый порядок астатизма к задающему воздействию, переходной процесс без перерегулирования и время регулирования $t_p^* \le 25$ с, $\mu = 1$. В данном случае

$$W(p)=\frac{1,8p+3,8}{p^3+6,4p^2+3,38p},$$

т.е. многочлены из уравнения (1) имеют вид

$$A_{\bar{\Omega}}(p)=A(p)=p^3+6,4p^2+3,38p, \quad (9)$$

$$B(p)=\beta_m^{-1}B_{\Omega}(p)=1,8(p+2,1111). \quad (10)$$

Степени этих многочленов: $n=\deg A(p)=3$, $m=\deg B(p)=1$. Положим

$$\beta_{\Omega}(p)=p+2,1111, \quad \beta_m=1,8, \quad (11)$$

$$R(p)=(p+2,1111)\tilde{R}(p). \quad (12)$$

По формулам (7) находим: $r=3$, $\tilde{r}=r-1=3-1=2$, $\tilde{l}=r-1=3-1=2$, $\tilde{\eta}=3+r-1=5$. При этом многочлены равны $\tilde{R}(p)=\rho_2p^2+\rho_1p+\rho_0$, $\tilde{L}(p)=\lambda_2p^2+\lambda_1p+\lambda_0$, $\tilde{D}(p)=\delta_5p^5+\delta_4p^4+\delta_3p^3+\delta_2p^2+\delta_1p+\delta_0$.

В данном случае необходимы коэффициенты передаточной функции, соответствующей системе пятого порядка, так как $\deg\tilde{D}(p)=5$ с астатизмом первого порядка и без перерегулирования. Этим данным удовлетворяет передаточная функция со стандартными коэффициентами: $\Delta_0=1$, $\Delta_1=5$, $\Delta_2=10$, $\Delta_3=10$, $\Delta_4=5$, $\Delta_5=1$ и $t_{\text{ртаб}}=10,5$ с.

Для обеспечения требуемого времени регулирования вычисляется значение масштабного коэффициента $\omega_0=t_{pm}/t_p^*=10,5/25=0,42$. Желаемые коэффициенты многочлена $\tilde{D}(p)$ определяются по формуле $\delta_i=\Delta_i\omega_0^{n-i}$ при $n=5$. Подстановка численных значений даёт: $\delta_0=0,0131$, $\delta_1=0,1556$, $\delta_2=0,7409$, $\delta_3=1,764$, $\delta_4=2,1$, $\delta_5=1$.

Система (9) в данном случае запишется так

$$\begin{bmatrix}1,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1,8 & 0 & 3,38 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1,8 & 6,4 & 3,38 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6,4 & 3,38\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6,4\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_0\\ \lambda_1\\ \lambda_2\\ \rho_0\\ \rho_1\\ \rho_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,0131\\ 0,1556\\ 0,7409\\ 1,764\\ 2,1\\ 1\end{bmatrix}$$

Решение этой системы: $\lambda_0=0,0073$, $\lambda_1=-48,5555$, $\lambda_2=-83,6171$, $\rho_0=25,904$, $\rho_1=-4,3$, $\rho_2=1$ позволяет записать многочлены:

$$R(p)=B_{\Omega}(p)\tilde{R}(p)=(p+2,1111)(p^2-4,3p+25,904),$$

$$L(p)=-83,6171p^2-48,5555p+0,0073,$$

$$Q(p)=B_{\Omega}(p)\delta_0=(p+2,1111)\cdot 0,01845.$$

Теперь по выражению (2) можно записать уравнение УУ,

$$(p+2,1111)(p^2-4,3p+25,904)u(p)=(p+2,1111)\cdot 0,01845g(p)-$$
$$-(-83,6171p^2-48,5555p+0,0073)y(p).$$

Для исследования качества синтезированной системы она была промоделирована в MATLAB. В результате получен переходный процесс, приведенный на рис. 2.

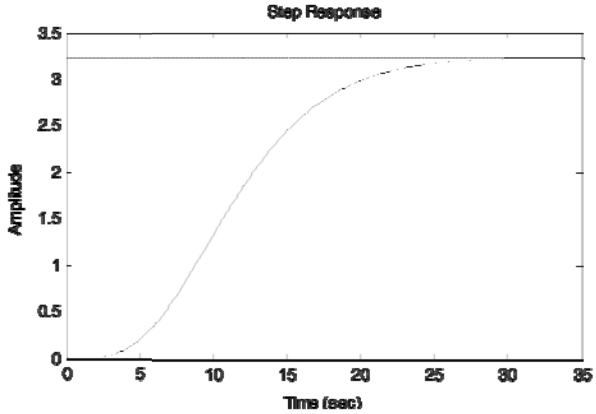

Рис. 2. Переходная функция системы

По графику переходной фукнции можно установить, что время регулирования равно 25 с, перерегулирование отсутствует; статическая ошибка равна нулю, т.е. синтезированая система удовлетворяет предъявленным требованиям.

На основе изложенного можно заключить, что предложенный метод синтеза позволяет получать уравнения регуляторов по выходу и воздействиям, которые обеспечивают заданные показатели качества непрерывных САУ в переходном и в установившемся режиме.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Агеев М.Д., Киселев Л.В., Матвиенко Ю.В. и др.* Автономные подводные роботы. Системы и технологии. – М.: Наука, 2005.
2. *Гайдук А.Р.* Теория автоматического управления: Учебник. – М.: Высшая школа, 2010.
3. *Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А.* Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB. – СПб.: Лань, 2011.
4. *Го Пэн.* Оптимальное управление электроприводом руля ПА // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 1 (102). – С. 164-167.
5. *Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.,* Синтез динамических систем по требуемым показателям качества // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 4. – С. 7-12.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.И. Витиска

Го Пэн – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: peng_guo@mail.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Петровская, 17, кв. 308-3; тел.: +79514969807; кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Guo Peng – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: peng_guo@mail.ru; 17, Petrovskaya street, app. 308-3, Taganrog, 347904; Russia; phone: +79514969807; the department of automatic control systems; postgraduate student.