

Раздел IV. Методы искусственного интеллекта

УДК 007.621: 519.8

Ю.А. Заргарян

РАНЖИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В данной статье было уделено внимание ранжированию критериев экспертами с применением бинарных (в общем случае нечетких) отношений. После окончания ранжирования появляется задача принятия решений на основе многокритериального выбора. Данная задача представляет собой задачу скаляризации векторного критерия, как преобразование некоторого множества в интегральный критерий. Решением данной задачи из области Парето будут являться выбор единственного из Парето-оптимальных решений, характеризующим такое состояние системы, при котором значение каждого частного критерия, описывающего состояние системы, не может быть улучшено без ухудшения положения других элементов.

Ранжирование; критерий; эксперт; оптимальность по Парето.

Yu.A. Zargaryan

RANKING CRITERIA FOR PARETO-OPTIMAL SOLUTIONS OF MULTIOBJECTIVE PROBLEMS

In this paper, attention was paid to ranking criteria by experts using the binary (in general, fuzzy) relations. After completing the ranking task appears the decision-making based on multi-criteria selection. This problem is a problem scalarization of the vector criterion, the transformation of a set of Pareto-optimal solutions, describing the state of the system, in which the value of each partial criterion that describes the state of the system can not be improved without deterioration of other elements.

Ranking; criterion; expert, Pareto optimality.

Ранжирование – оценка в ранговой шкале. Под ранжированием критериев f_1, f_2, \dots, f_m будем понимать представление ранговой последовательности, в соответствии с убыванием их предпочтительности. Например, семь критериев эксперт может ранжировать следующим образом: $(f_4; f_2; f_1, f_3; f_5 - f_7)$. Ранговая последовательность означает, что самый предпочтительный критерий f_4 , за ним следует критерий f_2 , затем идут равноценные критерии f_1 и f_3 , и, наконец, также равноценны критерии f_5, f_6 и f_7 .

Рангом $r(a)$ критерия f в рассмотренном примере является номер места, которое критерий занимает в ранговой последовательности (номер места). Для рассмотренного примера критерий f_4 получает ранг 1, критерий f_2 ранг 2, критерии f_1 , и f_3 – ранг 3, критерии f_5, f_6 и f_7 – ранг 4.

Метод попарного сравнения при ранжировании критериев применим для более достоверного выявления предпочтения эксперта, так как при обычном сравнении существует проблема транзитивности предпочтений: если критерий f_i лучше критерия f_j , а критерия f_j лучше критерия f_k , то и критерий f_i лучше критерия f_k . Метод попарного сравнения такой транзитивности заранее не предполагает.

Например, при выборе критериев f_1, f_2, \dots, f_m способ попарного сравнения состоит в указании большего критерия в каждой возможной паре из множества критериев f_1, f_2, \dots, f_m . Может также быть, что оба из критериев в паре равноценны или несравнимы.

В теории множеств [1] известно отношение предпочтения. Рассмотрим применение этого отношения к задаче ранжирования критериев.

Экспертами произведено попарное сравнение критериев из множества f_1, f_2, \dots, f_m и в результате получено множество двоек (f_i, f_j) , $i, j = \overline{1, m}, i \neq j$, в каждой из которых критерий f_i предпочтительнее критерия f_j . Например, на множестве критериев f_1, f_2, \dots, f_7 экспертами определено отношение предпочтения, графическое задание которого показано на рис. 1. График бинарного отношения на множестве $\langle f_1, f_2, \dots, f_7 \rangle$ – это подмножество $P \subseteq \langle f_1, f_2, \dots, f_7 \rangle \times \langle f_1, f_2, \dots, f_7 \rangle$, $= \langle \langle f_1, f_2 \rangle, \langle f_1, f_4 \rangle, \langle f_1, f_7 \rangle, \langle f_2, f_4 \rangle, \langle f_2, f_5 \rangle, \langle f_2, f_6 \rangle, \langle f_3, f_1 \rangle, \langle f_3, f_2 \rangle, \langle f_3, f_4 \rangle, \langle f_3, f_5 \rangle, \langle f_3, f_6 \rangle, \langle f_4, f_5 \rangle, \langle f_4, f_6 \rangle, \langle f_5, f_1 \rangle, \langle f_5, f_6 \rangle, \langle f_5, f_7 \rangle, \langle f_6, f_1 \rangle, \langle f_6, f_7 \rangle, \langle f_7, f_2 \rangle, \langle f_7, f_3 \rangle, \langle f_7, f_4 \rangle \rangle$.

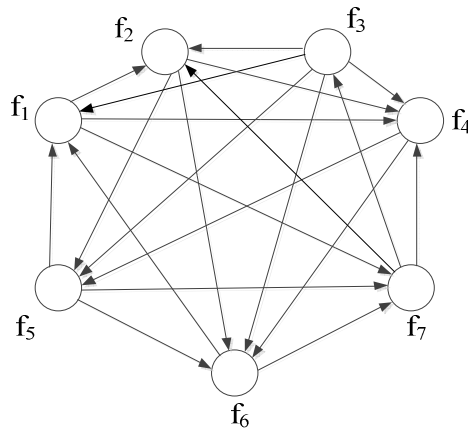


Рис. 1. Графическое задание отношения предпочтения

В результате получено отношение предпочтения $\langle \langle f_1, f_2, \dots, f_7 \rangle, P \rangle$, причем $(f_i, f_j) \in P$ тогда и только тогда, когда критерий f_i предпочтительнее критерия f_j .

На множестве P можно задать нечеткое отношение предпочтения, $\langle \langle f_1, f_2, \dots, f_7 \rangle, \tilde{P} \rangle$, где график \tilde{P} содержит множество двоек $\langle \langle \mu_P(f_i, f_j) \rangle, \langle f_i, f_j \rangle \rangle$, $i, j = \overline{1, m}, i \neq j$. Значения степеней предпочтения $\mu_P(f_i, f_j)$ задаются экспертами.

Четкое отношение предпочтения порождает многозначное отображение $P \langle f_j \rangle = \{f_i \mid \langle f_i, f_j \rangle \in P\}$, где $P \langle f_j \rangle$ совокупность всех критериев, менее предпочтительных, чем f_j .

Также нечеткое отношение предпочтения порождает многозначное нечеткое отображение $\tilde{P} \langle f_j \rangle = \{f_i \mid \langle \langle \mu_P(f_i, f_j) \rangle, \langle f_i, f_j \rangle \rangle \in \tilde{P}\}$, где $\tilde{P} \langle f_j \rangle$ совокупность всех критериев, нечетко менее предпочтительных, чем f_j . Со степенью принадлежности $\mu_P(f_i, f_j)$.

Так как задание нечеткого отношения предпочтения на множестве критериев f_1, f_2, \dots, f_7 является более общим подходом к задаче ранжирования критериев, то дальнейшее рассмотрение задачи ранжирования критериев будем рассматривать именно в этом аспекте.

Если для нечеткого отношения предпочтения применить операцию нечеткого дополнения

$$\tilde{P}^{-1} = \{ \langle 1 - \mu_p(f_i, f_j), \langle f_j, f_i \rangle \rangle | \langle \mu_p(f_i, f_j), \langle f_i, f_j \rangle \rangle \in \tilde{P} \},$$

то получим соотношения $\langle 1 - \mu_p(f_i, f_j), \langle f_j, f_i \rangle \rangle$, которые означают, что критерий f_j менее предпочтителен со степенью принадлежности $1 - \mu_p(f_i, f_j)$, чем критерий f_i .

Может существовать ситуация, в которой критерий f_i и критерий f_j являются несравнимыми. Тогда выполняется условие

$$\begin{aligned} & \langle \mu_p(f_i, f_j), \langle f_i, f_j \rangle \rangle \in \tilde{P} \vee \\ & \vee \langle 1 - \mu_p(f_i, f_j), \langle f_j, f_i \rangle \rangle \in \tilde{P}^{-1}, \quad i, j = \overline{1, m}, \quad i \neq j. \end{aligned}$$

Данная ситуация определяет необходимость введения на множестве критериев f_1, f_2, \dots, f_7 нечеткого отношения неразличимости $\tilde{I}_P = \overline{\tilde{P} \cup \tilde{P}^{-1}}$, которое состоит из всех тех пар критериев $\langle f_i, f_j \rangle$, для которых ни один из критериев f_i и f_j нечетко не предпочтительней другого, т.е.

$$\forall i, j = \overline{1, m}, \quad i \neq j \quad \mu_p(f_i, f_j) > 0,5 \vee 1 - \mu_p(f_i, f_j) < 0,5.$$

В практике оценки критериев, при проведении парного сравнения некоторые из них могут быть равнозначными для эксперта, а некоторые – несравнимыми, т.е. двойки $\langle f_i, f_j \rangle$ и $\langle f_j, f_i \rangle$ будут принадлежать \tilde{I}_P .

Может быть так, что некоторые пары критериев $\langle f_i, f_j \rangle$, $\langle \mu_p(f_i, f_j), \langle f_i, f_j \rangle \rangle \in \tilde{P}$ и

$$\langle 1 - \mu_p(f_i, f_j), \langle f_j, f_i \rangle \rangle \notin \tilde{P}^{-1}. \quad (1)$$

Совокупность пар, отвечающих условию (1), образуют нечеткое отношение строгого предпочтения, формально определенного следующим образом:

$$\langle \mu_{p^*}(f_i, f_j), \langle f_i, f_j \rangle \rangle \in \tilde{P}^* = \tilde{P} - \tilde{P}^{-1}.$$

Таким образом, рассмотренные нечеткие отношения несут достаточно полную информацию об оценках в ранговой шкале при попарных сравнениях.

Количественные и балльные измерения критериев содержат больше информации, чем отношения, задаваемые на множестве критериев f_1, f_2, \dots, f_7 . Действительно знание отношений, позволяет сказать, что лучше критерий f_i , чем критерий f_j , но нельзя сказать, во сколько раз.

В тоже время в практике принятия управленческих решений выводы, делаемые на основе числовых измерений критериев, могут носить и качественный характер, например, ранжирование предприятий поставщиков, комплементарных товаров, транспортных средств и прочее.

Качественную информацию о критериях, а также элементах системы получить проще, чем числовую, так как не нужно производить измерений. Качественная информация обеспечивает большую надежность вывода, так как часто нет гарантии, что критерии f_i и f_j измерены с требуемой точностью, но практически всегда существует гарантия, что значение критерия f_i больше значения критерия f_j .

Комплексный анализ критериев, измеренных в разных шкалах, требует осуществления перехода к одному типу данных, числовому или качественному.

Можно свести все критерии к количественному виду за счет сужения множества допустимых преобразований, но в этом случае в качественные критерии вносится новая, искажающая информация.

Возможности теории нечетких множеств [1] и теории возможностей [2] позволяют произвести комплексный анализ критериев путем сведения числовых показателей к качественному виду, переходя к соответствующим нечетким отношениям предпочтения. Часть информации также может быть потеряна, поэтому целесообразно применять выводы, как на основе «количественной» обработки результатов измерения критериев, так и на основе «качественной» обработки. Если же эти выводы совпадают, то будет подтверждена их адекватность на основе исходных данных.

В подавляющем числе решаемых практически полезных задач принятия решения существует условие многокритериальности – многокритериального выбора. Существует достаточно развитая теория принятия решений при наличии многих критериев [1, 3 и др.], в которой существует понятие оптимального решения по Парето (эффективного решения). Решение считается Парето-оптимальным, «если значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев» [4].

Рассмотрим кратко методы поиска Парето-оптимальных решений для многокритериальных задач и существующие ограничения. Методы направлены на поиск математической модели, достаточно полно описывающей проблемную ситуацию, т.е. ситуацию выбора решения. Модель оперирует с множеством X альтернативных решений, из которых осуществляется выбор оптимального решения с учетом предпочтений лица, принимающего решение. Сравнение решений по предпочтительности осуществляется при помощи числовых функций f_1, f_2, \dots, f_m , заданных на X . Функции f_1, f_2, \dots, f_m носят названия критерии, показатели качества, критериальные функции, целевые функции и т.д.

Выбор оптимального решения – выбор оптимальной оценки из множества достижимых оценок на критериальном множестве E^m :

$$Y=f(X)=\{y \in E^m | y=f(X), x \in X\}, \quad (2)$$

где в общем случае $Y=Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_m$ – вектор содержательных оценок.

Если получена векторная оценка y^0 , то x^0 – произвольное решение, так что $f(x^0)=y^0$.

Отметим, что в задачах принятия групповых решений критерий f_i рассматривается как предпочтительность или качество решений i -го, $i=1, 2, \dots, m$ лица, принимающего решение. Критерии делят на количественные и качественные.

Количественное определение критерия применимо, если возможно его численное сравнение [4]. Например, цена изделия является количественным критерием для производства и потребления. Если критерий «цена» изделия выражается функцией $f(a)$, то функция $kf(a)$ (где k – положительное постоянное число) определит тот же критерий в другом, k -кратно измененном масштабе (например, цены в разных валютных единицах). В то же время другое преобразование функции f , не умножение на положительную константу, приводит к изменению данного критерия.

С каждым критерием связывают множество допустимых преобразований Φ , и говорят, что критерий имеет измерения в шкале типа Φ . Например, допустимым преобразованием критерия «цена» являются умножение на положительную константу, что позволяет выполнять сравнение – во сколько раз $f(a)$ больше $f(b)$. Функцию $\varphi(x) \in \Phi$ называют допустимым преобразованием критерия $f(x)$, ($x \in X$), если функция $\varphi(f(x))$ задает тот же признак.

В шкале Φ производят измерения критерия и шкалу называют шкалой отношений, если оценки критерия определены вместе с множеством всех допустимых преобразований Φ . Существуют еще шкалы интервалов, на которой определен масштаб и начало отсчета. Например, запас полуфабриката на предприятии следует измерять в интервальной шкале, так как необходимо фиксировать не только существующий, но и минимально допустимый запас.

Для качественных критериев определена порядковая шкала, для которой множество допустимых преобразований Φ_{Π} состоит из всех монотонно возрастающих функций, причем [1]:

$$\Phi_{\Pi} = \{ \varphi | z^1 > z^2 \rightarrow \varphi(z^1) > \varphi(z^2) \}. \quad (3)$$

Для каждого f_i экспертами может быть определена степень предпочтительности $\mu_{f_i}(x)$, $i = \overline{1, n}$, исходя из интенсивности проявления некоторого свойства.

Известно [1, 4], что «утверждение о значениях критериев с заданными типами шкал называется осмысленным, или адекватным, если его истинность не изменится после применения к критериям любых допустимых преобразований, определяемых типами шкал». Поэтому, если критериальная функция представлена в

виде линейной свертки $F = \sum_{i=1}^m b_i f_i$, где b_i – экспертная оценка важности критерия

f_i , то качественные критерии нельзя применять при решении задач многокритериальной оптимизации [4, 5].

При принятии решений применяют описание предпочтений на основе бинарных отношений, которые описывают попарные связи разного характера между объектами заданного множества. Известно [1], что бинарным отношением p на множестве A называется подмножество множества $A^2 = A \times A$, содержащее упорядоченные пары (a, b) , где $a, b \in A$. Принадлежность $(a, b) \in p$ записывают в виде arb . Рассмотрим расширение моделей бинарных отношений на нечетких множествах.

Известно [5, 6] задание отношения нечеткого строгого порядка, которое нечетко антирефлексивно, нечетко антисимметрично и нечетко транзитивно. Если $\tilde{\delta} = (A, \tilde{F})$ – отношение нечеткого строгого порядка на множестве критериев $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, а степень строгого порядка $\mu_r(a_i, a_j) \geq 0,5$, то критерии связаны отношением нечеткого строгого порядка, причем элемент a_i предшествует элементу a_j .

Степень совершенно строгого порядка отношения $\tilde{\delta} = (A, \tilde{F})$ определяется как $\pi_2(\tilde{\delta}) = \pi_1(\tilde{\delta}) \cap \alpha(\tilde{\delta})_{con}$, где $\pi_1(\tilde{\delta})$ – степень строгого порядка, $\alpha(\tilde{\delta})_{con}$ – степень связности [6].

В работе [7] доказана теорема 1.5, которая применительно к множеству критериев $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Теорема гласит, что если на множестве A задано отношение нечеткого совершенного строгого порядка $\tilde{\delta} = (A, \tilde{F})$, то существует нечеткая линейная последовательность $\tilde{P} = (A)$, нечетко сопряженная с отношением $\tilde{\delta}$. Данная теорема позволяет осуществить ранжирование критериев из множества A , представив его нечетко линейно упорядоченным по предшествованию, как множество $\tilde{P} = (A)$.

Пусть экспертами, исходя из заданных степеней предпочтительности $\mu_{f_i}(x)$, $i = \overline{1, n}$, определены значения $\mu_r(a_i, a_j) \geq 0,5$ для каждой пары (a_i, a_j) , $i, j = \overline{1, n}$. Алгоритм ранжирования критериев, для которых существует отношение нечеткого совершенного строгого порядка $\tilde{\delta} = (A, \tilde{F})$, следующий.

Шаг 1. Выбираем нечетко наименьший критерий из множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, удовлетворяющий условию

$$\alpha(a_i) = \bigcap_{\substack{a_j \in A \\ a_j \neq a_i}} \mu_F(a_i, a_j) \geq 0. \quad (4)$$

Шаг 2. Случайным образом выбираем некоторый критерий $a_k \in A$. Если для критерия a_k выполняется условие (3), в котором считается, что $a_k = a_i$, то критерий a_k – нечетко наименьший. Данный критерий заносим в базу данных, где хранятся пары

$$a^{(n)} \tilde{\delta} a^{(n-1)}, a^{(n-1)} \tilde{\delta} a^{(n-2)}, \dots, a^{(3)} \tilde{\delta} a^{(2)}, a^{(2)} \tilde{\delta} a^{(1)}, \quad (5)$$

где индекс сверху обозначает место критерия a по рангу. Затем выполняется переход к шагу 4. При невыполнении условия переходим к шагу 3.

Шаг 3. Если для критерия a_k условие (3) не выполняется, то в множестве A ищется другой критерий a_p , для которого будет выполняться условие $\mu_F(a_p, a_k) \geq 0,5$. Критерий a_p нечетко предшествует критерию a_k . Критерий a_p исключается из анализируемого множества критериев A .

Шаг 4. Проверка условия окончания анализа всех критериев из множества A .

На рис. 2 приведена общая блок-схема алгоритма ранжирования критериев из множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

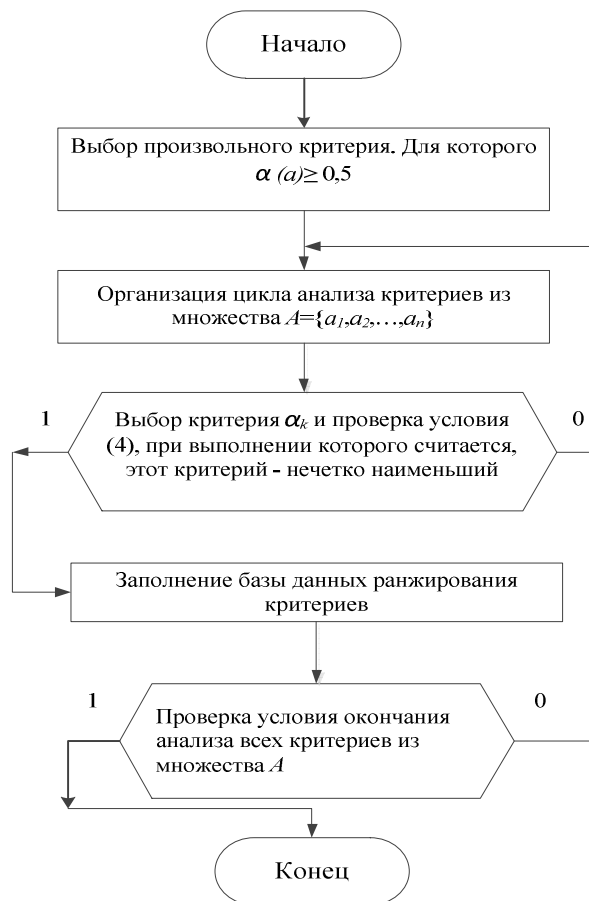


Рис. 2. Блок-схема алгоритма ранжирования критериев

Субъективные мнения специалистов относительно важности критериев можно определить балльными оценками.

Пример балльной оценки – фактор риска, связан с невыполнением плана поставки некоторого продукта. Для продукта, в зависимости от значения потерь из-за невыполнения плана поставки, добросовестности поставщика, надежности средств

коммуникаций на вербальном уровне, экспертами оценивается степень риска, например: «небольшой риск», «риск в допустимых пределах», «большой риск», «очень большой риск».

Балльная шкала задается дискретным конечным рядом чисел, например, начальный отрезок натурального ряда или часть ряда целых чисел, симметричных относительно нуля ($0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$).

Известно два подхода к получению балльных оценок [4].

При применении первого подхода оценку критериев будем производить согласно заданным эталонам, которые соответствуют градациям выбранной шкалы. С эталонами сравниваются рассматриваемые критерии, но индивидуальные оценки экспертом представляют собой как бы флуктуации реальных значений.

При применении второго подхода при оценке критериев считаем, что нет общепринятых эталонов, а оценки делаются в ранговой (порядковой) шкале так, что множество допустимых преобразований Φ состоит из монотонно возрастающих функций. Ранговые оценки осуществляются из отношения «больше – меньше». Функцию f , измеряющую субъективное предпочтение, называют функцией полезности.

Например, поведение менеджера объясняется, как попытка максимизации функции цены изделия. Поведение менеджера в этом случае хорошо объясняется другой функцией полезности (например, число продаж или получаемый доход), полученной в результате монотонно возрастающего преобразования первой функции цены.

Ранговое оценивание критериев можно осуществлять не только в числовых терминах, но и применять символы любого упорядоченного множества. Например, 0, 1 – «нет», «есть», или упорядочение критериев по величине совпадает с упорядочением символов множества.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Коньшева Л.К., Назаров Д.М.* Основы теории нечетких множеств. – СПб.: Изд-во Питер, 2011. – 192 с.
2. *Пытьев Ю.П.* Возможность. Элементы теории и применения. – М.: Изд-во “Эдиториал УРСС”, 2000. – 192 с.
3. *Берштейн Л.С., Карелин В.П., Целых А.Н.* Модели и методы принятия решений в интегрированных интеллектуальных системах. – Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского университета, 1999. – 278 с.
4. *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физматлит, 2002. – 144 с.
5. *Ногин В.Д.* Принцип Эджворта-Парето и относительная важность критериев в случае нечеткого отношения предпочтения // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2003. – Т. 43, № 11. – С. 1676-1686.
6. *Заргарян Ю.А., Натаров А.В.* Экстремальное управление с нечеткой оптимизацией. Труды Ежегодной научной конференции студентов и аспирантов базовых кафедр ЮНЦ РАН. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН, 2009. – С. 130-131.
7. *Мелихов А.Н., Берштейн Л.С., Коровин С.Я.* Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука, 1990. – 272 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. профессор Я.Е. Ромм.

Заргарян Юрий Артурович – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: jury.zargaryan@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371689; кафедра систем автоматического управления; ассистент.

Zargaryan Yuri Arturovich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: jury.zargaryan@gmail.com; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; assistant.